

This volume was digitized through a  
collaborative effort by/ este fondo fue  
digitalizado a través de un acuerdo  
entre:

Biblioteca General de la  
Universidad de Sevilla

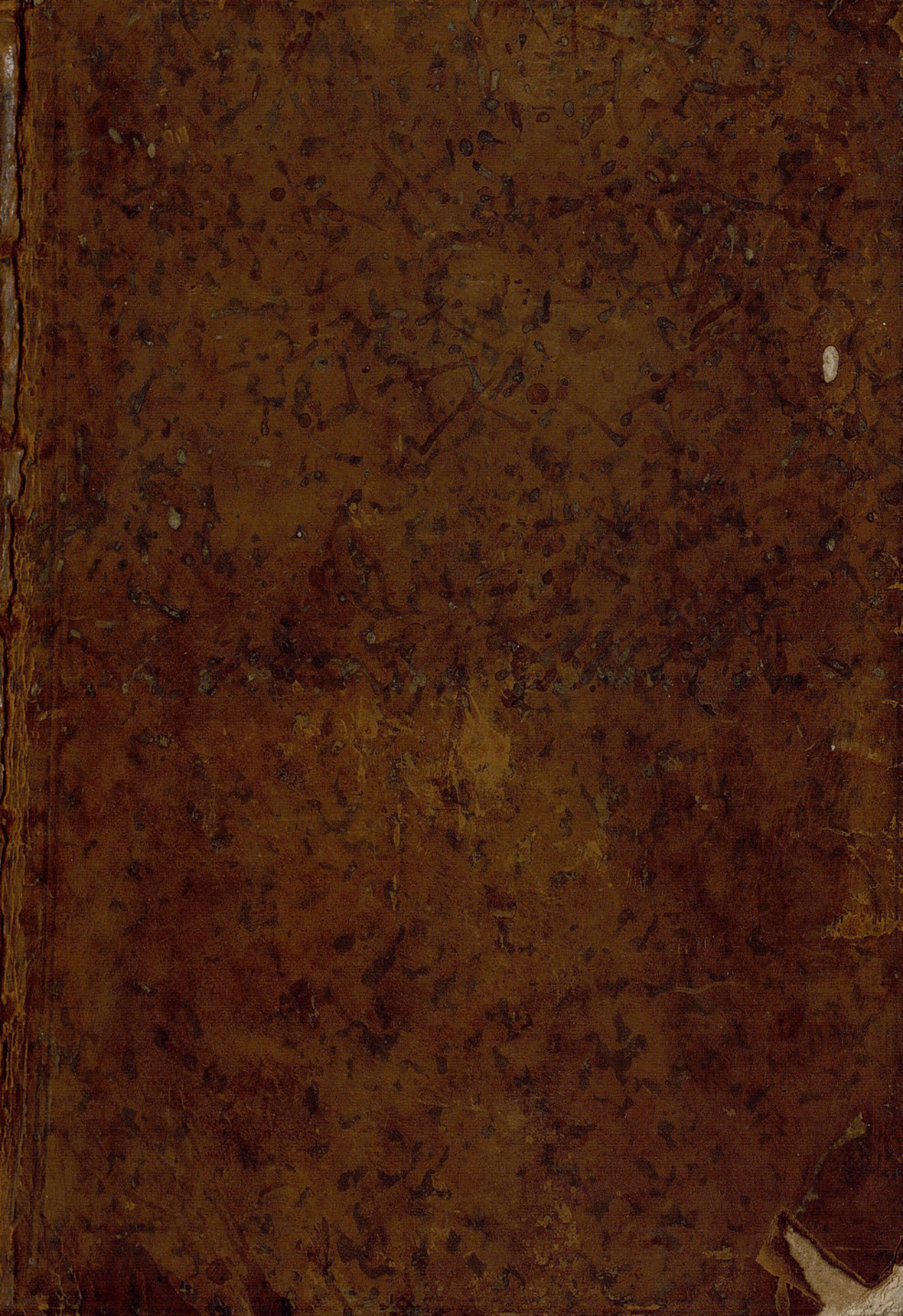
[www.us.es](http://www.us.es)

and/y

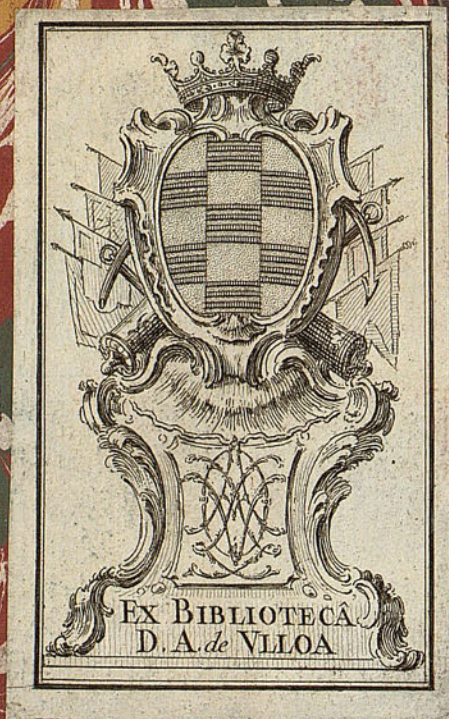
Joseph P. Healey Library at the  
University of Massachusetts Boston  
[www.umb.edu](http://www.umb.edu)





















RM 297  
n<sup>o</sup> 191

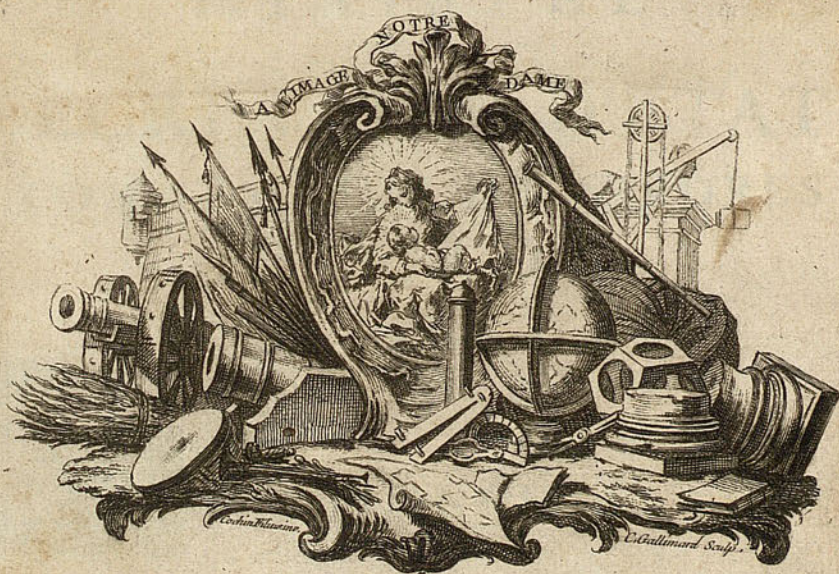


*Se Vend Paris*  
*Chez HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN*  
*rue Saint Jacques vis-à-vis l'é-*  
*Mathurins, à S.<sup>t</sup> Thomas d'Aquin.*



ASTRONOMIE PHYSIQUE,  
OU  
PRINCIPES GÉNÉRAUX  
DE LA NATURE,  
APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE,  
ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.

*Par Mr. DE GAMACHES, Chanoine Régulier de Sainte-Croix  
de la Bretonnerie, de l'Académie Royale des Sciences.*



A PARIS, RUE SAINT JACQUES,  
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roy pour l'Artillerie  
& pour le Génie, à l'Image Notre-Dame.

---

M. DCC. XL.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY



ASTRONOMIE PHYSIQUE

PRINCIPES GÉNÉRAUX  
DE LA NATURE

APPLIQUÉS  
AU MÉCANISME ASTRONOMIQUE  
ET COMPARÉS

AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.

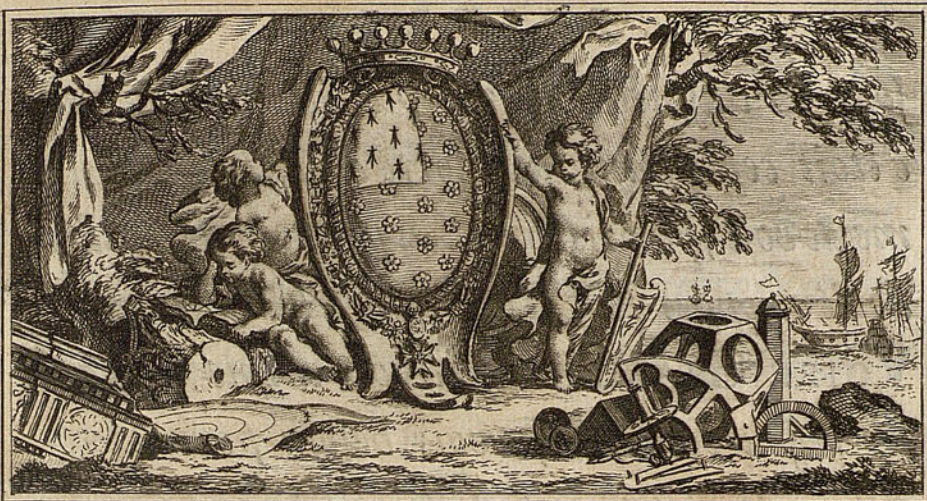
PAR M. DE CAMILLAC, CLERC DE L'ÉGLISE DE SAINT-DENIS.  
DE LA BIBLIOTHÈQUE, DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.



A PARIS, RUE SAINT JACQUES,  
Chez Claude-Alexandre JOURNÉ, Libraire du Roy, aux Palais  
N. 101. la 12me, à l'Église Notre-Dame.

M. DCC. XL.  
ASTRONOMIE ET PHYSIQUE DU ROY





*Cochin delin. inv. et sculp.*

A MONSEIGNEUR  
LE COMTE  
DE MAUREPAS,  
MINISTRE  
ET  
SECRETAIRE D'ETAT,  
COMMANDEUR DES ORDRES  
DU ROY.



MONSEIGNEUR,

*Si j'ai obtenu de VOTRE GRANDEUR  
la permission de faire paroître mon Ouvrage*



*sous ses auspices, ce n'a pas été sans peine ;  
 c'étoit cependant une sorte de justice qu'Elle  
 me devoit ; j'avois son aveu pour entreprendre  
 de développer le Méchanisme Astronomique ,  
 VOTRE GRANDEUR m'avoit même ménagé  
 les ressources dont j'avois besoin pour l'exé-  
 cution de mon projet , Elle avoit facilité mon  
 Entrée dans un Corps , aux lumieres duquel  
 ne peuvent échaper les démarches les plus  
 secrettes de la Nature ; il semble donc qu'après  
 avoir ainsi favorisé mon entreprise, VOTRE  
 GRANDEUR ne pouvoit plus se défendre  
 d'accréditer mon travail, en me permettant  
 de faire publiquement connoître qu'Elle ne  
 l'avoit pas jugé indigne de son attention.  
 Peut-être , MONSEIGNEUR, craigniez-vous  
 que, suivant l'usage ordinaire , je n'allasse  
 me répandre en louanges dans une brillante  
 & ennuyeuse Epître Dédicatoire, que je n'y  
 parlasse avec appareil de l'éclat que donne  
 à VOTRE GRANDEUR la Noblesse de son*



E P I T R E.

*Extraction, l'Elevation de son Rang, & plus encore cette supériorité de génie, ce goût dominant pour les Sciences, dont Elle sent que les progrès doivent assurer à notre Nation la gloire la plus solide & la moins équivoque; mais que dirois-je sur tout cela que le Public ne sçache aussi-bien que moi; Non, MONSEIGNEUR, je me bornerai à la protestation que je fais ici d'être avec un très-profond respect,*

MONSEIGNEUR,

DE VOTRE GRANDEUR,

Le très-humble & très-obéissant  
Serviteur, GAMACHES.





TABLE  
DES DISSERTATIONS  
ET DES ECLAIRCISSEMENTS.

P	PREMIERE DISSERTATION. <i>La Nature du Mouvement,</i>	Page 1
II.	DISSERTATION. <i>Les Loix du Mouvement,</i>	38
III.	DISSERTATION. <i>Principes de la Philosophie de M. Newton,</i>	67
IV.	DISSERTATION. <i>Suite des Principes de la Philosophie de M. Newton,</i>	82
V.	DISSERTATION. <i>Mouvement des corps dans les Fluides,</i>	100
VI.	DISSERTATION. <i>Mécanisme des Tourbillons,</i>	134
VII.	DISSERTATION. <i>Théorie générale des Planetes,</i>	189
VIII.	DISSERTATION. <i>Figure des Planetes,</i>	226
IX.	DISSERTATION. <i>Limitation des Principes que suppose le Mécanisme Astronomique,</i>	267
	ECLAIRCISSEMENT <i>Sur le Mouvement relatif,</i>	343
	ECLAIRCISSEMENT <i>Sur l'Attraction Newtonienne,</i>	348
	ECLAIRCISSEMENT <i>Sur la direction de la pesanteur réduite &amp; sur la grandeur du degré,</i>	353
	ECLAIRCISSEMENT. <i>Construction de la Courbe que donne le Méridien d'une Planete,</i>	359
	Fin de la Table des Dissertations & des Eclaircissements.	



# FAUTES A CORRIGER.

*Pages. Lignes. Fautes. Corrections.*

## DISCOURS PRELIMINAIRE.

j	7	l'œcononie.....	l'œconomie.
ix	16	21''.....	31''.
xv	13	3:72 $\frac{1}{2}$ .....	3:79 $\frac{1}{2}$ .
xx	15	fassent.....	fasse.
xlij	6	qu'augmente.....	qu'augmentent.
xliij	24	luue.....	lune.
xlviij	10	un peu.....	peu.
ibid.	29	rincipes.....	principes.

## DISSERTATIONS.

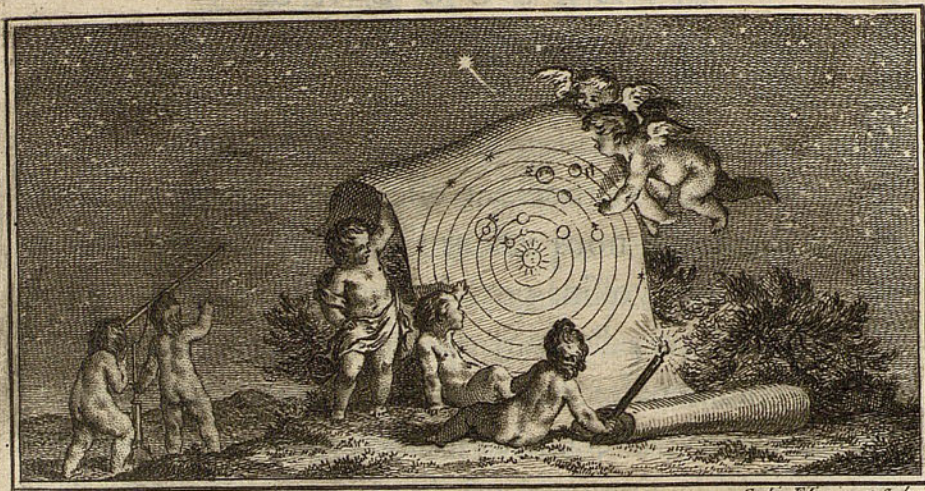
51	7	celles.....	ceux.
55	18	fera à $\frac{V}{2N^2}$ .....	fera à $\frac{V}{2N}$ .
59	22	devroit.....	devroient.
64	17	foit C le.....	foit C (Fig. 4.) le.
73	29	6 <sup>e</sup> .....	7 <sup>e</sup> .
78	14	l'orbitre.....	l'orbite.
95	12	PCG.....	pCG.
98	25	cette pefanteur.....	sa pefanteur vers le Soleil.
109	20	RSTV une.....	RSTV (Fig. 3.) une.
110	13	de l'axe.....	du grand axe.
113	17	mêure.....	même.
114	12	inégeux.....	inégaux.
116	28	$\frac{CVV_y dy^3}{1 \times dx^2 + dy^2}$ .....	$\frac{CVV_y dy^3}{1 \times dx^2 + dy^2}$
117	12	$\frac{yydy^2}{rr-yy^2}$ .....	$\frac{yydy}{rr-yy}$
163	23	particule a tende.....	particule a (Fig. 22.) tende.
165	1	gh.....	qh.
166	15	plus grande.....	plus petite.
172	10	FRT.....	fRT.
173	10	.....	Retranchez un zero.
176	28	abcd.....	abcd (Fig. 26.)
177	26	relativement cette.....	relativement à cette.



# FAUTES A CORRIGER.

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
200	11	$\frac{prr}{4tt \text{ } pr}$ .....	$\frac{prr}{4tt - pr}$
208	1	..... $\frac{bb}{a}$ .....	$\frac{bb}{a}$
222	21	$\frac{\sqrt{2-R}}{\epsilon \sqrt{R}}$ .....	$\frac{\sqrt{2x-R}}{\epsilon \sqrt{R}}$
239	25	..... $\sqrt{AP}$	..... $\sqrt{aP}$
252	17	la premiere hyperbole,	l'hyperbole.
<i>ibid.</i>	23	$\frac{\pi rr}{b}$ .....	$\frac{\pi rr}{b}$
253	26	5 53 4.....	5' 53" 4'''.
254	26	la circonférence du cercle, le tems de la révolution,	
257	16	cet .....	cette.
258	9	Bp .....	BP.
259	14	540' : .....	440' :
269	9	de ces signes .....	des signes.
<i>ibid.</i>	11	preffion .....	precession.
273	13	le P .....	le point P.
277	4	occidentale .....	orientale.
282	1	R & r .....	r & R.
293	14	( <i>Diff.</i> 6. <i>Art.</i> 32. ) .....	( <i>Diff.</i> 4. <i>Art.</i> 22. )
309	23	ABCD .....	ABDC.
<i>ibid.</i>	31	celles .....	ceux.
311	17	& le petit axe .....	& la moitié du petit axe.
320	3	un Orbite .....	une Orbite.
333	28	la Terre .....	la Lune.
339	14	qu .....	que.
<i>ibid.</i>	15	frapper N .....	frapper M.
<i>ibid.</i>	21	que M .....	que N.
341	27	S & T .....	T & S.
357	9	$\frac{aabb \times S}{v^3 r^3}$ .....	$\frac{aabb \times S^3}{v^3 r^3}$
<i>ibid.</i>	23	demandroit .....	demanderoit.





*Cochin delin. More et Sculpsit.*

# DISCOURS PRELIMINAIRE.



'EST avec sagesse que l'Académie Royale des Sciences essaye de réveiller en nous le goût du Systême qui sembloit se perdre insensiblement ; la résolution des questions qu'Elle propose de tems en tems, dépend de l'œconomie qui régne dans le Plan général de la Nature ; un seul Phénomene bien expliqué, suppose ce qui doit servir à les expliquer tous. La Nature est simple dans ses voyes, quoique variée dans ses opérations.

Ici j'entreprends de démontrer que les Principes que fournit la Philosophie Cartésienne, sont les seuls qu'on puisse adapter au Méchanisme Astronomique. Quelque succès qu'ait mon travail, je me flate du moins qu'on me tiendra compte de mon zèle à soutenir la cause de Descartes ; c'est défendre la nôtre, & remplir même



un devoir de justice. C'est à ce grand Philosophe que nous devons l'habitude de lier nos idées, & de nous suivre dans nos raisonnemens ; Nous nous sommes appropriés ses méthodes ; elles sont devenues notre propre bien, & nous valent l'honneur d'avoir servi de modèles à nos voisins ; car il faut convenir que l'esprit systématique qui, du tems de Descartes, caractérisoit si avantageusement le génie de notre Nation, fait à présent de rapides progrès chez les illustres Emules des Sçavans que fournit la France ; on se dégraderoit maintenant parmi eux, si pour l'explication d'un Phénomène embarrassant, on se permettoit d'avoir recours à quelque principe isolé ; on ne pourroit impunément ni penser, ni raisonner au hazard. Des idées assorties & réduites en corps de système, deviennent pour eux la règle invariable de leurs jugemens ; ils se prêtent à tout, mais ils pensent toujours conséquemment ; en un mot, ce sont de grands Hommes qui doivent beaucoup à notre Nation, mais qui à leur tour lui fournissent de grands exemples.

Le système que M. Newton oppose à celui de Descartes, est un Chef-d'œuvre dans son genre, son Ouvrage intitulé, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, honorera à jamais sa Patrie. Je ne tiens point compte ici à cet illustre rival de Descartes des richesses immenses qu'il tire des replis les plus cachés de la plus sublime Géométrie, & qu'il prodigue sans ménagement & sans mesure. Un Géomètre qui ne seroit que grand Géomètre, pourroit à la rigueur être quelque chose de moins qu'un



grand homme ; mais ce qu'on doit admirer le plus dans l'Ouvrage de M. Newton , c'est cet enchaînement de principes d'où semblent éclore tous les Phénomènes de la Nature ; c'est cette sage ordonnance qui réduit sous un même point de vue toutes les parties de son système ; en un mot , c'est ce corps de principes où règne une harmonie si séduisante & si propre à surprendre la raison.

Cependant ne dissimulons rien : le système de M. Newton , quoique parfaitement lié dans toutes ses parties , n'est point encore exempt de défauts ; ce n'est que sur des principes d'expérience qu'il est établi , & l'on sçait que les inductions qui se tirent de ces sortes de principes sont toujours équivoques. La loi de Galilée qui rendoit la pesanteur partout égale à elle-même , trompa M. Huyghens : cet illustre Géomètre fit prendre à la Terre une forme qu'elle ne devoit point avoir ; ce que donne l'expérience est toujours limité ; l'analyse géométrique de la loi de Kepler justifie que les Planetes pesent vers le Soleil , mais elle ne prouve en aucune façon que le Soleil doive peser vers les Planetes , le supposer , comme fait M. Newton , c'est deviner : je dis plus , c'est faire une supposition illégitime , & contre laquelle tout dépose dans la Nature ; je le ferai voir dans mon Ouvrage. Les principes d'expérience portés au-delà des faits dont ils sont tirés , conduisent presque toujours à l'erreur ; la Physique seule sçait leur assigner des bornes , mais M. Newton ne la consulte nulle part , aussi qu'est-il arrivé ? C'est que comme dans son système il affecte de ne rien rapporter aux loix communes de la mécanique ,



la plupart de ses Sectateurs se sont crû autorisés à transformer tantôt en loix primordiales, tantôt en qualités occultes les principes cachés des faits qu'il suppose ; selon eux, les Planetes pesent vers le Soleil, & le Soleil pèse vers les Planetes, parce qu'il leur est également donné d'agir en distance sur tout ce qui les environne ; & ce principe qu'ils prêtent à M. Newton, & que M. Newton désavoue dans ses derniers Ouvrages, ils le font entrer malgré lui dans son système, à titre de dépendance nécessaire du vuide qu'il y introduit. Ce système défiguré fait la matiere de ma troisième & de ma quatrième Dissertation ; dans l'exposition que j'en fais, je parle le langage de ceux qui s'en déclarent les défenseurs, leur façon de penser en sera plus reconnoissable.

A l'égard du système astronomique de Descartes, s'il a quelques défauts, on verra que les principes mêmes sur lesquels il est appuyé les feront disparoître.

Dans cet Ouvrage, je suppose les Phénomènes tels qu'ils se tirent des observations dont a fait choix le sçavant Editeur de l'Astronomie de Gregori, imprimée à Geneve ; peut-être ne fera-t-il pas hors de propos de les rappeler ici.

#### *Phénomènes Généraux de la Nature.*

Le Soleil est au foyer commun des courbes elliptiques que décrivent les Planetes suivant l'ordre des Signes ; il tourne lui-même d'Occident en Orient, mais autour de son centre propre, & fait sa révolution en vingt-cinq jours & demi par rapport aux étoiles fixes, & en



vingt-sept jours un tiers ou environ par rapport à la Terre : son Pôle boréal répond au dixième degré des Poissons avec une latitude septentrionale de quatre-vingt-deux degrés & demi, & conséquemment à cette position, son Pôle austral répond au dixième degré de la Vierge, avec une latitude méridionale de quatre-vingt-deux degrés & demi; il suit delà que l'inclinaison de l'Equateur du Soleil sur l'Ecliptique, est de sept degrés & demi, que son nœud ascendant ou boréal est au dixième degré des Gemeaux, & son nœud descendant ou austral, au dixième degré du Sagittaire.

Lorsque la Terre est dans un de ces nœuds, les Pôles du Soleil sont également visibles, ils se trouvent sur le limbe de son disque, éloignés de sept degrés & demi des Pôles de l'Ecliptique toujours placés sur ce limbe, & alors la projection de l'Equateur du Soleil & de ses paralleles, forment des lignes droites, avec cette différence, que le Soleil rapporté au dixième degré des Gemeaux, les cercles projetés sur son disque, & désignés par le cours de ses taches, que nous voyons toujours se mouvoir d'Orient en Occident, s'abaissent par rapport à nous, du côté du midi; & qu'au contraire, les cercles que décrivent ces taches, s'élèvent du côté du Septentrion, lorsque le Soleil paroît répondre au dixième degré du Sagittaire.

A mesure que la Terre s'éloigne du dixième degré des Gemeaux, & qu'elle s'approche du dixième degré de la Vierge, en s'abaissant au-dessous du plan de l'Equateur du Soleil, la projection de cet Equateur &



de ses paralleles , forment des demi-Ellipses qui ont leur convexité tournée vers le Septentrion , & qui après s'être toujours ouvertes de plus en plus , se resserrent ensuite lorsque la Terre partant du dixième degré de la Vierge , passe au dixième degré du Sagittaire. Pendant que nous sommes au-dessous du plan de l'Equateur du Soleil , son Pôle septentrional se cache , & son Pôle austral paroît décrire une demi-Ellipse autour de celui de l'Ecliptique toujours placé sur le limbe de la partie inférieure du disque du Soleil.

A mesure que la Terre s'éloigne du dixième degré du Sagittaire , & qu'elle s'approche du dixième degré des Poissons , en s'élevant au-dessus du plan de l'Equateur du Soleil , la projection de cet Equateur & de ses paralleles forme des demi-Ellipses qui ont leur convexité tournée vers son Pôle austral , & qui après s'être toujours ouvertes de plus en plus , se resserrent ensuite lorsque la Terre partant du dixième degré des Poissons , passe au dixième degré des Gemeaux. Pendant que nous sommes au-dessus du plan de l'Equateur du Soleil , son Pôle austral se cache , & son Pôle septentrional nous paroît décrire une demi-Ellipse autour de celui de l'Ecliptique toujours placé sur le limbe de la partie supérieure du disque du Soleil.

Lorsque la Terre est de sept degrés & demi au-dessus ou au-dessous du plan de l'Equateur du Soleil , la demi-Ellipse que forme la projection de ce plan , a pareillement sept degrés & demi d'ouverture la plus grande qu'elle puisse avoir , & alors l'Ecliptique projetée sur le disque



apparent du Soleil , fert de grand axe à cette Ellipse.

Lorsque la Terre s'approche de l'un des points d'intersection des deux plans , ce point s'approche aussi du centre de l'hémisphère qui nous regarde , & dès qu'il joint ce centre , le grand axe de l'Ellipse infiniment rétrécie que forme la projection de l'Equateur du Soleil , se confond avec le diamètre que donne alors cette projection.

Les orbites des Planètes sont différemment inclinées les unes sur les autres , & leurs nœuds répondent à différens points du Ciel.

INCLINAISONS DES ORBITES des Planètes rapportées à l'Ecliptique.			NOEUDS ASCENDANS pris sur l'Ecliptique pour l'année 1700. complete.		
SATURNE.....	2 <sup>d</sup>	33' 30"	♄.....	21 <sup>d</sup>	56' 29"
JUPITER .....	1	19 20	♃.....	7	11 44
MARS .....	1	51 0	♂.....	17	25 20
LA TERRE.....	0	0 0	☉.....	0	0 0
VENUS .....	3	23 5	♀.....	13	54 19
MERCURE .....	6	52 0	☿.....	14	53 14

La position des orbites des Planètes rapportée à l'Ecliptique étant connue , il sera facile d'avoir leurs positions respectives sur toute autre orbite à laquelle on voudra les rapporter ; car qu'on ait l'inclinaison de deux orbites quelconques sur l'Ecliptique & la distance de leurs nœuds , on aura & la base d'un triangle sphérique & les deux angles pris sur cette base ; on aura donc aussi & l'angle soutenu , & les côtés de cet angle dont le sommet donnera l'intersection des deux orbites.

Qu'on détermine les positions respectives des orbites



des Planetes par rapport au plan de l'Equateur du Soleil, on les trouvera telles que les donne la Table suivante.

INCLINAISONS DES ORBITES des Planetes rapportées à l'Equateur du Soleil.	NŒUDS DESCENDANS pris sur l'Equateur du Soleil pour l'année 1700 complete.
SATURNE.....5 <sup>d</sup> 51' 3"	♄.....22 <sup>d</sup> 58' 59"
JUPITER.....6 21 10	♃.....4 31 50
MARS.....5 50 10	♂.....17 0 10
LA TERRE.....7 30 0	♁.....10 0 0
VENUS.....4 7 46	♀.....6 47 56
MERCURE.....3 10 30	☿.....16 19 0

Si les Astronomes déterminent le lieu des nœuds des Planetes pour un tems marqué, c'est qu'ils supposent que ces nœuds sont variables; du moins auroient-ils un mouvement apparent, en supposant qu'ils fussent réellement immobiles; car les observations des anciens Astronomes comparées avec celles des Modernes, justifient que l'axe de la Terre tourne d'Orient en Occident autour d'un Pôle voisin de celui de l'Ecliptique; il faut donc que les nœuds de l'Equateur terrestre rétrogradent, & que les étoiles fixes nous paroissent avoir un mouvement en longitude d'Occident en Orient; donc les orbites des Planetes ne pourroient couper constamment l'Ecliptique aux mêmes points pris dans le Ciel, sans suivre leurs mouvemens apparens, sans paroître changer de longitude & de déclinaison. Afin que les nœuds des Planetes nous parussent immobiles, il faudroit qu'ils eussent réellement un mouvement rétrograde égal au mouvement apparent de l'Ecliptique, c'est qu'alors les distances de ces nœuds au point équinoxial du Printems  
seroient



feroient toujours les mêmes : dans ce cas leurs rétrogradations annuelles égales à celle du nœud de l'Equateur terrestre feroient de 51 secondes. Il suit delà que si les nœuds des Planetes ont un mouvement réel, ce mouvement est égal à la différence de leur mouvement apparent & de celui des étoiles fixes ; ainsi que dans l'espace d'une année ils paroissent avancer suivant l'ordre des Signes de plus de 51 secondes, leur mouvement réel sera direct ; qu'ils paroissent ou moins avancer ou rétrograder, leurs mouvemens feront réellement rétrogrades.

MOUVEMENS ANNUELS  
& apparens des nœuds des  
Planetes, pris par rapport au  
point équinoxial du Printems.

MOUVEMENS RE'ELS  
ou pris par rapport aux  
étoiles fixes.

SATURNE.....	1' 22" direct.	.....	21" direct.
JUPITER.....	14 direct.	.....	37 rétrograde.
MARS.....	37 direct.	.....	14 rétrograde.
LA TERRE.....	0	.....	0
VENUS.....	46 direct.	.....	5 rétrograde.
MERCURE.....	1' 25 direct.	.....	34 direct.

Comme les grands cercles se coupent tous en deux points diamétralement opposés, on conçoit qu'il n'y en a aucun auquel on ne puisse rapporter les nœuds des orbites que décrivent les Planetes ; mais parce que chaque orbite affecte toujours une même inclinaison par rapport à quelque plan fixe & déterminé sur lequel on suppose que ses nœuds ont un mouvement uniforme, il est clair que si la position de ce plan est inconnue, les mouvemens de la Planete combinés avec ceux de



son orbite , nous mettront continuellement en défaut.

Soit (*Fig. 1.*)  $S$  le centre de la superficie d'un hemisphere projeté sur le grand cercle  $MAma$ , soient  $ASa$ ,  $BSb$ ,  $DSd$ ,  $GSg$ , quatre autres grands cercles qui se coupent au point  $S$ ; si on suppose que  $DSd$  représente l'orbite d'une Planete quelconque, & que cette orbite toujours également inclinée sur  $ASa$ , coupe successivement ce cercle en différens points qui avancent uniformément suivant la direction  $Sa$ , & qu'ainsi le plan  $DSd$  ait de suite les différentes positions  $DSd$ ,  $AHa$ ,  $KSk$ , &  $Aha$  (*Fig. 2.*) on verra que ce plan changera continuellement d'inclinaison par rapport aux plans  $BSb$  &  $GSg$  & que le mouvement du nœud  $S$  supposé uniforme sur le cercle  $ASa$ , ne pourra l'être sur les cercles  $BSb$   $GSg$ ; on verra aussi que ce mouvement deviendra oscillatoire par rapport au plan du cercle  $GSg$  plus incliné sur  $ASa$  que le plan de l'orbite  $DSd$ ; car qu'on partage le tems de la révolution du nœud  $S$  sur  $ASa$  en quatre tems égaux, ce nœud parcourra d'abord l'arc  $Si$ , ensuite l'arc  $iS$ , puis l'arc  $Sl$ , & enfin l'arc  $lS$ ; ainsi son mouvement borné par l'arc  $il$ , fera tantôt direct & tantôt rétrograde.

On voit que comme les orbites des Planetes se meuvent avec une extrême lenteur, on ne pourra de long-tems avoir assez d'observations, pour être en état de déterminer au juste quels sont leurs mouvemens, d'autant plus qu'il y a de l'apparence que chaque orbite a son plan particulier relativement auquel elle change régulièrement de situation: cependant on peut supposer que ce plan est le même que celui de l'Equateur de la couche



sphérique dans l'épaisseur de laquelle se trouvent l'Aphe-  
lie & le Perihelie de la Planete.

Le changement de position des orbites influe sur les  
mouvements des apfides , mais ces mouvements sont tou-  
jours plus sensibles que ceux des nœuds , & ne paroissent  
jamais rétrogrades.

MOUVEMENTS ANNUELS des apfides rapportés au point équinoxial du Printems.	MOUVEMENTS ANNUELS des apfides rapportés au Ciel des étoiles fixes.	LIEUX DES APHELIES rapportés à l'Ecliptique pour l'année 1700. complete.
SATURNE... I' 22"	..... 3 1"	♄... 29 <sup>d</sup> 14 <sup>f</sup> 41"
JUPITER... I 34	..... 43	♃... 10 17 14
MARS..... I 7	..... 16	♂... 0 35 25
LA TERRE... I 2	..... 11	♁... 8 7 30
VENUS..... I 26	..... 35	♀... 6 56 10
MERCURE... I 39	..... 48	☿... 13 3 40

Les plus grandes & les plus petites distances des Pla-  
netes au Soleil , donnent les excentricités des Ellipses  
qu'elles décrivent.

GRANDE, MOYENNE, ET PETITE DISTANCES  
*évaluées en 100000<sup>es</sup> parties de la moitié du grand axe  
de l'Orbite de la Terre.*

	GRANDE DISTANCE.	MOYENNE DISTANCE.	PETITE DISTANCE.	EXCENTRICITE'.
SATURNE	1005207	951000	896793	54207
JUPITER	544708	519650	494592	25057
MARS	166465	152350	138235	14115
LA TERRE	101800	100000	98200	1800
VENUS	72900	72400	71900	500
MERCURE	46955	38806	30657	8149



*Distances évaluées en demi-diamètres de la Terre.*

	GRANDE DISTANCE.	MOYENNE DISTANCE.	PETITE DISTANCE.	EXCENTRICITE.
SATURNE	221145:54	209220:	197294:46	11925:54
JUPITER	119835:76	114323:	108810:24	5512:76
MARS	36622:30	33517:	30411:70	3105:30
LA TERRE	22396:	22000:	21604:	396:
VENUS	16038:	15928:	15818:	110:
MERCURE	10330:10	8537:32	6744:54	1792:78

Ces distances sont celles que donne Kepler.

Cet illustre Astronome détermine aussi les tems des révolutions.

	TEMs DES REVOLUTIONS par rapport aux étoiles fixes.					TEMs DES REVOLUTIONS prises relativement au pointéquinoxial & tirés des Tables de M. de la Hire.			
	<sup>j</sup>	<sup>h</sup>	<sup>i</sup>	<sup>''</sup>	<sup>'''</sup>	<sup>j</sup>	<sup>h</sup>	<sup>i</sup>	<sup>''</sup>
SATURNE	10759	4	58	25	30	10748	14	8	29
JUPITER	4332	14	49	31	56	4330	14	12	13
MARS	686	23	31	56	49	686	22	22	12
LA TERRE	365	5	49	24	0	365	5	48	50
VENUS	224	17	44	55	14	224	16	40	25
MERCURE	87	23	14	24	0	87	23	14	16

Les Comètes peuvent être mises au rang des Planètes principales, elles font leurs révolutions autour du Soleil, mais sans affecter aucune direction particulière ; les unes, suivant M. Newton, vont d'Occident en Orient, d'autres d'Orient en Occident, d'autres du Septentrion au Midi, d'autres enfin du Midi au Septentrion. Jusqu'à présent on n'a pu suivre aucune Comète dans tout son cours ; après de courtes apparitions elles



nous échapent toutes, nous les perdons totalement de vue, c'est que les Ellipses qu'elles décrivent sont extrêmement allongées. Les tems de leurs révolutions ne sont point encore déterminés. Qu'une Comète soit accompagnée d'une vapeur fuligineuse, cette vapeur suivra toujours la direction des rayons du Soleil.

Les Planetes tournent d'Occident en Orient sur leurs centres propres, Jupiter en  $9^h 56'$ , Mars en  $24^h 40'$ , la Terre en  $23^h 56'$ , Venus en  $23^h 20'$  selon M. Cassini, & en  $24^h 8'$  selon M. Bianchini. Les tems qu'emploient Saturne & Mercure à faire leurs révolutions sur eux-mêmes ne sont point encore déterminés. L'Equateur de Jupiter & celui de Mars sont presque paralleles aux plans des orbites que décrivent ces Planetes. L'angle que fait notre Equateur avec l'Ecliptique, est maintenant de  $23^d 29'$  ou environ; du tems d'Hipparque cet angle étoit de  $23^d 51'$ . Pour l'Equateur de Venus, il est presque de la regle commune. L'angle qu'il fait avec l'orbite de la Planete est de  $75^d$ ; c'est-à-dire qu'à proprement parler, Venus en tournant sur elle-même, tourne moins d'Occident en Orient, que du Septentrion au Midi d'un côté, & du Midi au Septentrion de l'autre.

Le volume du Soleil vaut 12.310.523.801.000.000 lieues cubiques, & si on évalue en millionnièmes parties de ce volume, ceux des Planetes principales, on aura la proportion suivante.



SATURNE - - - - - 980

JUPITER - - - - - 1170

MARS - - - - -  $\frac{1}{5}$ 

LA TERRE - - - - - 1

VENUS - - - - - 1

MERCURE - - - - -  $\frac{1}{7}$ 

## RAPPORTS DES DIAMETRES.

LE SOLEIL - - - - - 100

SATURNE - - - - - 10 *un peu moins.*JUPITER - - - - - 10 *un peu plus.*MARS - - - - -  $\frac{3}{5}$ 

LA TERRE - - - - - 1

VENUS - - - - - 1

MERCURE - - - - -  $\frac{1}{3}$ 

Les Planetes ne font pas exactement sphériques, du moins ſçait-on que le diametre de l'Equateur de Jupiter eſt à ſon axe comme 15 à 14.

Saturne offre un ſpectacle ſingulier, il eſt ſurmonté d'un anneau entierement détaché de ſa maſſe, & comme on le ſoupçonne couché ſur le grand cercle de ſa révolution journaliere ; cet anneau eſt preſque parallele au plan de notre Equateur, l'angle qu'il fait avec l'orbite de la Planete eſt de  $23^d 30'$ . En 1659. il coupoit l'Ecliptique au vingtième degré & demi de la Vierge & au vingtième degré & demi des Poifſons ; il ne devient viſible pour nous que quand la Terre & le Soleil ſe trouvent enſemble, ou au-deſſus ou au-deſſous de ſon



Plan. Qu'on partage son rayon en dix-huit parties égales, on en aura huit pour celui de la Planete, cinq pour l'espace vuide compris entre la Planete & le Limbe inférieur de l'anneau, les cinq autres donneront la largeur de la surface annulaire.

*THEORIE GENERALE DE LA LUNE.*

Qu'on évalue les distances de la Lune en demi-diamètres de la Terre, on aura

<i>Suivant M. de la Hire.</i>	<i>Suivant la connoissance des Tems.</i>
Sa plus grande distance de 63:56	..... 62
Sa moyenne distance de 59:76 $\frac{1}{2}$	..... 58
Sa petite distance de 55:97	..... 54
Et son excentricité de 3:72 $\frac{1}{2}$	..... 4

L'Orbite de la Lune change d'inclinaison.

Sa plus grande inclinaison est de 5<sup>d</sup> 20' 30<sup>u</sup>

Sa moyenne inclinaison de 5 II 0

Et sa plus petite inclinaison de 5 I 30

La Lune fait sa révolution sinodique en 29<sup>j</sup> 12<sup>h</sup> 44<sup>i</sup> 3<sup>u</sup>

Et sa révolution périodique en 27 7 43 5

Les apfides de l'Orbite de la Planete avancent suivant l'ordre des Signes.

Leur mouvement annuel est de 1<sup>s</sup> 10<sup>d</sup> 39<sup>i</sup> 52<sup>u</sup>

Les nœuds de cette Orbite sont rétrogrades.

Leur rétrogradation annuelle est de 19<sup>d</sup> 19<sup>i</sup> 43<sup>u</sup>

La Lune tourne sur son centre en 27<sup>j</sup> 7<sup>h</sup> 43<sup>i</sup> 5<sup>u</sup> ou en



viron, c'est-à-dire que son mouvement de rotation s'acheve dans un tems égal au tems qu'elle emploie à faire sa révolution autour de la Terre.

Son axe est perpendiculaire au plan de l'Orbite qu'elle décrit ; mais parce que les mouvemens angulaires qu'a la Lune sur elle-même sont uniformes, & que ceux de son rayon vecteur ne le sont pas, la Planete doit paroître balancer tantôt d'Orient en Occident, tantôt d'Occident en Orient.

Son volume, suivant M. de la Hire, est à celui de la Terre comme 1 à  $49\frac{1}{2}$ .

Les mouvemens de la Lune sont extrêmement variés.

1°. La Lune va plus vite dans son Perigée que dans son Apogée.

2°. Son mouvement, toutes choses supposées égales d'ailleurs, s'accelere des quadratures aux Sizigies, & se ralentit des Sizigies aux quadratures.

3°. Les nœuds & les apfides de l'Orbite de la Lune changeant promptement de position, ont leurs aspects relativement au Soleil & à la Terre, mais leurs mouvemens ne sont point uniformes ; les nœuds de l'Orbite rétrogradent plus dans leurs quadratures que dans leurs Sizigies, ses apfides avancent plus dans leurs Sizigies que dans leurs quadratures.

4°. Plus la Lune s'approche des Sizigies, plus, toutes choses supposées égales d'ailleurs, les mouvemens des nœuds & des apfides de son Orbite s'accelerent.

5°. L'Orbite de la Lune a sa plus grande inclinaison lorsque ses nœuds sont dans les Sizigies, & que la Planete



nete se trouve dans les quadratures ; cette Orbite a la moindre inclinaison lorsque ses nœuds étant dans les quadratures , la Planete se trouve dans les Sizigies.

6°. Suivant M. de la Hire la grande distance de la Lune est toujours de 63:56 demi-diametres de la Terre , la petite distance de 55:97 dans les Sizigies & de 57:69 dans les quadratures ; c'est-à-dire que plus les apsides de l'Orbite que décrit la Planete s'éloignent des Sizigies , moins cette Orbite a d'excentricité.

7°. Quand la Terre s'approche de son Aphelie , le tems de la révolution de la Lune en devient plus court, les vitesses qu'a la Planete en passant des quadratures aux Sizigies & des Sizigies aux quadratures different moins entr'elles , les mouvemens de ses nœuds & de ses apsides se ralentissent , la plus grande & la plus petite inclinaison de son Orbite se rapprochent de l'inclinaison moyenne , & l'excentricité de cette Orbite est moins sujette à changer.

Tels sont les Phénomènes dont j'essaye de rendre raison dans mon Ouvrage ; on va voir que les Principes qui les lient sont également simples & féconds.

## PLAN DE L'OUVRAGE.

J'entame cet Ouvrage par l'Examen des Principes Généraux que fournit la Philosophie moderne ; je fais voir que (1) si l'espace & la matiere sont une même chose , tout mouvement est nécessairement relatif & réciproque , que Dieu seul (2) meut les corps , & que

(1) Page 11.

& suivantes.

(2) Pag. 36.



(1) *Page 37.* (1) l'attraction, comme loi générale, ne peut avoir lieu dans la Nature.

Je démontre ensuite, qu'en supposant que le mouvement soit quelque chose d'absolu, il y avoit une infinité de loix possibles suivant lesquelles il auroit pû se  
(2) *Pag. 49. & suiv.* communiquer ; mais que (2) celles qui sont établies deviennent nécessaires, dès qu'on se renferme dans l'hypothèse du mouvement relatif.

Delà je passe aux principes d'expérience que donne l'analyse géométrique de la Loi de Kepler, & qui servent de fondement au système de M. Newton. On voit d'abord que puisque les Planetes décrivent autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems employés à les décrire,  
(3) *Pag. 70. & suiv.* il faut (3) qu'elles se meuvent comme si elles étoient dans le vuide, mais que le Soleil les rappellât continuellement à lui ; on voit aussi que puisqu'elles décrivent des Ellipses auxquelles le Soleil sert de foyer commun, & que les tems de leurs révolutions sont comme les racines des cubes de leurs distances moyennes, il  
(4) *Pag. 73. & suiv.* faut (4) qu'elles pesent toutes en raison inverse des quarrés de leurs rayons vecteurs.

Que les Neutoniens en fussent demeurés là, on n'auroit eu aucun reproche à leur faire ; comme Géomètres, ils étoient dispensés de rendre raison des principes d'expérience que fournissent les observations ; mais ne pouvant se résoudre à laisser leur système imparfait, & se figurant d'ailleurs qu'il n'étoit pas possible qu'aucun corps pût se mouvoir librement dans le plein, le parti qu'ils crurent devoir prendre, fut de réaliser le vuide qu'on



n'avoit d'abord admis que par supposition ; & comme l'impulsion ne peut avoir lieu où manque la matiere , & que les Planetes se détournent continuellement de leur chemin pour s'approcher du Soleil , ils jugerent qu'il falloit les faire attirer ; ainsi l'attraction & le vuide banis de la nouvelle Philosophie , trouverent place dans leur système.

Mais si on s'égare lorsqu'on fait mouvoir les Planetes dans le vuide , on ne s'égare pas moins lorsqu'on les abandonne à l'impression de la matiere étherée ; c'est cependant ce que font la plupart des Cartésiens. Selon eux , les Planetes ne circulent autour du Soleil , que parce qu'elles se trouvent assujetties à suivre les mouvemens des couches sphériques de son tourbillon , ce qui ne peut se concilier avec les Phénomènes que renferme la Loi de Kepler ; car si l'on veut que les vitesses translatives soient en raison renversée des distances , il est vrai (1) que les aires que décrira chaque Planete seront (1) Pag. 70. proportionnelles aux tems employés à les décrire , mais (2) les tems des révolutions ne seront plus comme les (2) Pag. 72. racines des cubes des distances moyennes ; & si l'on veut que les vitesses soient en raison renversée , non des distances , mais des racines de ces distances , les tems des révolutions (3) répondront à la vérité à ceux que demandent (3) Pag. 79. les observations , mais (4) les aires décrites ne suivront plus (4) Pag. 70. la proportion des tems employés à les décrire.

Les Cartésiens ont beau faire , jamais ils ne pourront s'écarter impunément des principes qui se tirent de la Loi de Kepler. Ces principes tiennent nécessairement



au Mécanisme Astronomique ; mais il s'agit de les justifier en se renfermant dans l'hipotèse de la plénitude universelle ; c'est-à-dire qu'il faut démontrer que dans cette hipothèse, 1°. les Planetes peuvent se mouvoir comme si elles étoient dans le vuide, 2°. qu'elles doivent peser vers le Soleil & toujours suivant la direction de leurs rayons vecteurs ; 3°. enfin que leurs chutes initiales doivent toujours être en raison inverse des quarrés de ces rayons.

Je commence donc par faire voir qu'il peut y avoir tel fluide où un corps en mouvement ne doit perdre qu'une partie finie de sa vitesse dans un tems indéfiniment grand ; ce qui suffit pour s'assurer qu'il n'est pas contraire aux loix de la Nature, que le milieu où se meuvent les Planetes ne fassent aucun obstacle sensible à leurs mou-

(1) Pag. 120. vemens translatifs ; je prouve même (1) que ce n'est que dans le plein qu'on peut trouver des fluides non résistans.

Il est vrai que M. Newton essaye de démontrer qu'en supposant que tout soit plein, il ne peut y avoir aucun fluide où un corps en mouvement ne doive perdre une partie sensible de sa vitesse dans un tems fini, quelque petite que puisse être la durée de ce tems ; qu'une sphere, (2) Pag. 124. par exemple (2), dont la densité seroit la même que celle du milieu dans lequel on la feroit mouvoir, perdrait la moitié de sa vitesse dans un tems égal à celui qu'elle emploieroit à parcourir huit tiers de son diamètre d'un mouvement uniforme ; j'analyse le raisonnement de (3) Pag. 130. ce Géomètre, & je fais voir qu'il (3) n'est appuyé que sur une supposition illegitime.

& suiv.



Il s'agit encore de justifier que les Planetes doivent peser vers le Soleil, & qu'il faut que leurs chutes initiales soient partout en raison inverse des quarrés de leurs rayons vecteurs ; ce que je fais voir être une dépendance nécessaire du Méchanisme des Tourbillons ; comme aucun Phénomene n'échappe aux principes que donne ce Méchanisme, on ne peut le développer avec trop de soin.

Que dans le plein on fasse mouvoir comme au hazard les différentes parties de la matiere, on concevra que de l'association des particules qui éprouveront les mêmes résistances, & dont les mouvemens seront semblablement dirigés, naîtront de toutes parts des Tourbillons plus ou moins étendus, suivant que les courans qui leur donneront naissance, renfermeront plus ou moins de matiere propre ; c'est-à-dire que si les tourbillons ne sont point une émanation subite de la Toute-puissance de l'Auteur de la Nature, ils doivent s'être formés à peu près comme se forment ces Tourbillons d'air produits par des courans particuliers, qui, obligés de se détourner de leur chemin, avancent du côté où le fluide dans lequel ils se meuvent fait la moindre résistance.

Mais afin qu'un Tourbillon s'arondisse, il faut qu'il soit également poussé de toutes parts, ou que de toutes parts il pousse également la matiere dont il est environné ; & alors rien n'empêche qu'on ne le regarde comme un fluide renfermé dans une sphere creuse qui s'oppose incessamment à sa dilatation.

Or, parce que toute impression de mouvement que reçoit un corps, est toujours dirigée perpendiculairement



à la surface par l'entremise de laquelle il est poussé, les couches sphériques du Tourbillon arondi n'auront d'action les unes sur les autres que suivant la direction des rayons de la sphere ; & comme à chaque point de tout parallele la tangente qu'affectera de décrire un corpuscule , servira pareillement de tangente au grand cercle qui touchera le parallele au même point , il est aisé de s'appercevoir qu'il faudra que la force centrifuge du corpuscule soit toujours prise relativement au centre commun des couches sphériques vers lequel les réactions seront dirigées ; aussi un corps qu'on feroit mouvoir seul au-dedans d'une sphere creuse , décriroit-il toujours un grand cercle. Ce qui fait que les différentes particules d'une couche sphérique qu'une autre enveloppe , continuent de se mouvoir sur la circonférence des paralleles qu'elles ont une fois commencé à décrire , c'est que la matiere interposée entre ces paralleles, & l'Equateur du Tourbillon s'oppose incessamment à leur passage.

Ces observations faites, je démontre qu'afin que dans  
 (1) Pag. 142. un Tourbillon tout soit en équilibre, il faut (1) que les vitesses soient partout en raison renversée des racines  
 (2) Pag. 143. des distances au centre de la masse du fluide, & que (2) les forces centrifuges suivent la proportion inverse des quarrés de ces distances.

(3) Pag. 144. Et delà il suit (3) que le tems de la révolution d'une particule quelconque du fluide est proportionnel au rayon du parallele qu'elle décrit, multiplié par la racine du rayon de la couche sphérique qui termine le parallele.

Que dans un grand Tourbillon il vienne à s'en former



d'autres, on démontre (1) que ceux-ci sont ordinaire- (1) Pag. 145.  
 ment déterminés à suivre la direction des couches entre  
 lesquelles ils se forment, que (2) c'est encore dans le (2) Pag. 146.  
 même sens qu'ils doivent tourner sur eux-mêmes, & que  
 (3) les plus voisins du centre du grand tourbillon ne (3) Pag. 148.  
 peuvent guères s'écarter du plan de son Equateur. & 149.

A l'égard de ceux qui commencent à prendre leur  
 cours entre les couches sphériques les plus élevées, on  
 fait voir (4) que nulle loi générale ne peut déterminer (4) Pag. 149.  
 ni la direction de leurs mouvemens, ni la position de & 150.  
 leurs orbites; aussi les Comètes qu'enveloppent ces sortes  
 de tourbillons n'ont-elles point de routes déterminées  
 qu'elles soient obligées de suivre.

Que Mercure, Venus, la Terre, Mars, Jupiter &  
 Saturne circulent autour du Soleil dans le sens que le  
 Soleil tourne sur son axe; que ce soit encore suivant la  
 même direction que les Planetes subalternes tournent  
 autour des Planetes principales auxquelles elles servent  
 de Satellites, ce sont des Phénomènes qui échappent  
 au principe de l'attraction, & qui par conséquent dé-  
 cellent son insuffisance. Il y a plus, je fais voir (5) que (5) Pag. 78.  
 si ç'avoit été en conséquence de ce principe qu'un Sa- & 79.  
 tellite se fut d'abord attaché à la Planete qu'embrasse son  
 orbite, ç'auroit été contre l'ordre des Signes qu'il auroit  
 circulé.

On sent bien que l'idée des tourbillons ne s'est offerte  
 à Descartes que parce que les Planetes se meuvent routes  
 du même côté, & qu'il est naturel de penser que si elles  
 suivent une même direction, c'est qu'un grand fluide



les emporte & les oblige de circuler autour d'un centre commun.

Cependant c'est en cela même que se trompent les Cartésiens ; car puisque chaque Planete décrit autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems employés à les décrire , il faut , comme je l'ai déjà dit , que ses mouvemens translatifs soient à chaque instant en raison inverse de son rayon vecteur ; il faudroit donc aussi que depuis son Aphelie , jusqu'à son Perihelie les vitesses de la matiere suivissent la même proportion , ce qui ne pourroit cadrer avec les loix de la Méchanique , puisqu'alors les forces centrifuges des couches inférieures l'emporteroient sur celles des couches supérieures. Donc si les tourbillons particuliers des Planetes vont tous d'Occident en Orient , ce n'est point que ces tourbillons soient entraînés par les couches spheriques de celui du Soleil , c'est que les particules dont ils sont formés suivoient déjà le cours de ces couches avant que de s'associer & de faire corps entr'elles.

De plus , comme il est démontré que de la maniere dont se forment les tourbillons des Planetes , il faut qu'ils tournent aussi sur eux-mêmes dans le sens que circule la matiere autour du Soleil , on voit qu'en supposant que dans un tourbillon , il vienne à s'en former d'autres , ceux-ci conjointement avec leurs masses centrales doivent encore circuler d'Occident en Orient autour des Planetes principales dont ils enveloppent les Satellites.

Au reste , on conçoit aisément qu'un tourbillon une fois formé dans quelque fluide que ce puisse être , doit s'y  
conserver.



de même que s'il étoit enveloppé d'une couche impénétrable ; car quand les particules qui font corps entre elles & qui circulent de compagnie, tendent à s'échapper par les tangentes des arcs qu'elles décrivent , il est clair qu'elles trouvent toujours plus de facilité à remplacer celles qui les précédent , & qui fuient devant elles , qu'à se faire jour à travers le fluide dont les particules étrangères s'opposent à leurs écarts , soit par leur inertie, soit par la contrariété de leurs mouvemens.

Mais pour donner à l'hipotèse Cartésienne toute l'étendue qu'elle doit avoir, je dis qu'aux tourbillons de Descartes il faut ajouter les petits tourbillons dont on doit la découverte aux Phisiciens modernes , & que la loi de l'analogie offre à tout esprit attentif. Car si rien n'est ni grand ni petit que par comparaison , & que le même Méchanisme qui distribue le mouvement dans les espaces finis doive pareillement le distribuer dans ceux que leur petitesse nous dérobe , on sent qu'on ne peut remplir l'Univers de tourbillons entassés les uns sur les autres , sans s'obliger à reconnoître que l'éther n'est autre chose qu'un assemblage de petits tourbillons composés d'une infinité d'autres plus petits , qui eux-mêmes en renferment de plus petits encore , & ainsi à l'infini ; c'est qu'on ne peut assigner aucunes bornes à la divisibilité de la matiere , & que le moindre atôme est immense dans son genre.

J'ajoute qu'il faut encore supposer avec M. l'Abbé de Molieres , que le fluide qui coule entre les pores de la matiere étherée , n'est de même qu'un amas de petits



tourbillons d'un autre ordre que ceux de l'éther, mais élastiques comme eux, puisqu'ils ont leurs forces centrifuges.

L'hipotèse des petits tourbillons est pleinement justifié par les lumieres qu'elle répand sur les procédés les plus secrets de la Nature; l'illustre Philosophe que je viens de nommer en fait tous les jours d'heureux essais qui ne prouvent pas moins la justesse des principes sur lesquels il raisonne, que l'étendue de son génie.

Si les tourbillons sont composés de particules élastiques, il n'en est aucun qu'on ne doive regarder comme un fluide qui pèse alternativement du centre vers la circonférence & de la circonférence vers le centre, car comme les petits tourbillons de la matiere étherée changent incessamment de position en circulant, il est clair que leurs ressorts doivent se tendre & se relâcher sans cesse.

Que *a, b, c, d, e, f, &c.* soient les élémens d'un cercle pris pour un Poligone d'une infinité de côtés, & qu'au dedans du Poligone se meuve un corpuscule infiniment petit, si ce corpuscule manque d'élasticité, & qu'il frappe le côté *b*, après avoir parcouru le côté *a*, comme son mouvement suivant la perpendiculaire sur l'élément *b* s'éteindra, il ne lui restera de son mouvement primitif, que celui qui lui fera parcourir cet élément; & parce que la même chose arrivera sur chacun des côtés du Poligone, le corpuscule les cotoyera tous; mais qu'on le rende élastique, chaque élément qu'il ira frapper le fera rejaillir, il ne cotoyera donc plus les côtés du Po-



ligone, il s'en approchera par son mouvement translatif, & s'en éloignera ensuite par l'action de son ressort ; c'est-à-dire que ce ne fera qu'avec un mouvement oscillatoire qu'il fera sa révolution dans le cercle.

Comme les forces centrifuges des couches spheriques d'un tourbillon les obligent à se dilater le plus qu'il est possible, & que le fluide destiné à remplir les pores de la matiere étherée n'est point assujetti à suivre ses mouvemens translatifs, il est évident qu'il faut qu'autour du centre du tourbillon soit un espace uniquement rempli de la surabondance de ce fluide intermédiaire, qu'on voit être précisément ce qu'est la matiere subtile de Descartes.

Or ce fluide est à la matiere étherée, ce que la matiere étherée est aux corps sensibles, ainsi comme l'éther ne s'oppose en aucune façon aux mouvemens de ces corps, la matiere subtile ne fait de même aucun obstacle aux mouvemens des particules de l'éther.

Lorsque les couches spheriques d'un tourbillon se dilatent, leurs ressorts se tendent ; lorsqu'elles rentrent dans leurs bornes, leurs ressorts se relâchent ; & alors les petits tourbillons de la matiere étherée reprennent leur premiere sphéricité.

De ce que les couches spheriques d'un tourbillon ne se compriment que suivant des directions perpendiculaires sur leurs surfaces, & que c'est sur la trace de ces directions, mais en sens contraire, que se détendent les ressorts de l'éther, il suit évidemment que la matiere étherée reflue, non vers l'axe sur lequel tourne la masse



du tourbillon , mais vers le centre de cette masse.

De ce que le retour des particules qui forment les couches supérieures n'est parfaitement libre que quand les couches inférieures sont parvenues au point de leur plus grande dilatation , il suit encore qu'elles doivent toutes s'affujettir à se dilater & à se resserrer comme de concert & dans les mêmes instans.

Qu'on partage un tourbillon en une infinité de Pyramides droites unies par leurs sommets au centre de la masse totale , & que chaque Pyramide soit coupée en une infinité de tranches également épaisses , on concevra que la vitesse avec laquelle refluera la matiere dans ces différentes tranches sera nécessairement en raison renversée de leur étendue , ou du quarré de leur distance au centre du tourbillon ; ce qui fait voir que quand un tourbillon se forme , il faut que le mouvement s'y distribue de maniere que les couches inférieures soient réduites à n'avoir ni plus ni moins de forces centrifuges que les couches supérieures , & que de quelque façon que l'équilibre vint à se rompre , il se rétablirait aussitôt.

Que la matiere étherée pese du centre vers la circonférence , elle a pour appui ce qui s'oppose à la dilatation des couches spheriques du tourbillon.

Qu'elle reflue de la circonférence vers le centre , elle n'a plus besoin d'être appuyée , elle se soutient par l'efficace de sa force centrifuge qui alors la dérobe à toute réaction ; ce feroit par cette force que se soutiendroient les couches spheriques du tourbillon , en supposant qu'au-dessous d'elles fut un espace entierement vuide de matiere.



Ajoutons à cela, qu'il ne seroit pas même possible de ménager un appui aux colonnes qui obéissent à l'impression de leur mouvement réactif; c'est que le fluide qui environne le centre du tourbillon est infiniment pénétrable à l'éther, & que la croute\* qui enveloppe ce fluide, & dont on démontre l'excessive porosité, ne peut au plus appuyer qu'une indéfinitième partie des filets de matiere qui refluent de la circonférence vers le centre. Il n'y a d'absolument impénétrable à la matiere propre du tourbillon que celle d'un autre tourbillon qu'elle presse, soit par sa force centrifuge, soit par sa force réactive; les tourbillons ne pourroient se pénétrer sans se confondre.

Enfin nous voici arrivés au principe général de la pesanteur des Planetes qu'enveloppent leurs tourbillons particuliers. On voit d'abord que quand la matiere propre du grand tourbillon qui leur donne la loi, flue du centre vers la circonférence où se trouve son appui, il faut que suivant la loi de l'Hydrostatique, elle pese en tout sens sur les tourbillons subalternes qu'elle embrasse de toutes parts; mais qu'elle reflue de la circonférence vers le centre, comme rien ne la soutient alors, elle ne charge plus ces tourbillons que du côté de leurs hemispheres supérieurs, c'est qu'elle n'éprouve aucune réaction en réfluant.

Maintenant si on conçoit que chaque tourbillon soit embrassé par une Piramide droite qui ait le centre du Soleil pour sommet, on concevra aussi que puisque,

\* On verra dans la suite comment se forme cette croute.



suivant ce qu'on a déjà fait voir, toutes les tranches parallèles à la base auront des forces réactives égales, le poids de toutes celles qui chargeront le tourbillon de la Planete, & qui le rabatteront vers le Soleil, égalera le poids d'une colonne qui s'élèveroit jusqu'à l'extrémité du grand tourbillon, & qui auroit pour vitesse réactive celle de la tranche inférieure de la Piramide tronquée qui réagira sur la Planete.

Si, comme on le suppose ici, la masse de la colonne est indéfiniment plus grande que celle du tourbillon particulier qui lui servira d'appui, elle communiquera

(1) Pag. 57. à ce tourbillon toute sa vitesse réactive (1). Donc il suit du Méchanisme des tourbillons que les chutes initiales des Planetes, sont partout en raison inverse des quarrés de leurs distances au Soleil,

(2) Pag. 104. On démontre (2) que quand une Planete décrit son orbite, elle ne rencontre à chaque instant que des surfaces dont les parties se dérobaient de toutes parts, & toujours parallèlement aux plans qui se touchent, ne peuvent recevoir en avant qu'une vitesse infiniment plus petite que celle qu'a la Planete qui les oblige à lui donner passage. La Planete se meut donc à cet égard comme si elle étoit dans le vuide. Mais quand elle tend à s'écarter par les tangentes des arcs qu'elle décrit, la force qui la rabat vers le Soleil est celle d'une masse infinie qui la charge de tout son poids, & cela parce que les parties du fluide qui forme la colonne à laquelle son tourbillon sert d'appui, ne peuvent se répandre ni d'un côté ni d'autre, à cause de l'égalité des forces réactives



que leur opposent les colonnes latérales.

C'est aussi de la même façon que pesent les corps que pénètre l'éther, excepté qu'à cause de leur infinie porosité justifiée par le raisonnement, & constatée par l'expérience, ce que leurs parties intégrantes interceptent de filets de matière, ne vaut au plus que l'indéfinitième partie de ceux auxquels ces corps laissent un libre passage.

Voilà donc les conditions que suppose la loi de Kepler parfaitement remplies.

1°. Les Planetes se meuvent comme si elles étoient dans le vuide.

2°. Elles pesent toutes vers le Soleil.

3°. Leurs chutes initiales sont partout en raison inverse des quarrés de leurs rayons vecteurs.

De cette Théorie, je passe à l'examen d'une difficulté qu'opposent les Neutoniens à l'existence des tourbillons.

Qu'un tourbillon soit partagé en une infinité de couches sphériques de même épaisseur; on conçoit aussitôt qu'en donnant aux couches inférieures un mouvement angulaire plus prompt que celui des couches supérieures, l'ordre des circulations ne peut être conservé, à moins que le mouvement qu'acquiert chacune de ces couches par le frottement de sa surface concave, elle ne le perde par celui de sa surface convexe. Sur cela, M. Newton calcule, & croit trouver (1) qu'afin que l'impression des frottemens fut partout la même, il faudroit que les tems des révolutions suivissent la proportion des quarrés des distances, proportion (2) bien différente de celle

(1) Pag. 180.  
& suiv.

(2) Pag. 75.



que donnent les observations ; j'analyse son calcul, &

(1) *Pag.* 183. je fais voir (1) que l'expérience dément les principes  
& *suiv.* dont il le fait dépendre ; à ces principes déjà pros crits

(2) *Pag.* 184. dans les Mémoires de l'Académie, je substitue (2) ceux  
& *suiv.* auxquels doit se rapporter l'impression des frottemens &

(3) *Pag.* 186. je retrouve (3) les tems des révolutions tels que les de-  
187. mande la loi de Kepler.

Ce qui suit immédiatement le Méchanisme des tourbillons, est purement géométrique.

Qu'un corps continuellement rappelé vers un même point se meuve dans un milieu non résistant, on déter-

(4) *Pag.* 202. minera (4) par une formule simple & generale, ou (5)  
& 203.

(5) *Pag.* 205. quelle courbe décrira le mobile en supposant la loi de

(6) *Pag.* 203. la pesanteur, ou (6) quelle sera cette loi, la courbe étant  
& 204.

(7) *Pag.* 175. supposée ; mais (7) parce que dans un tourbillon sphé-  
rique les pesanteurs sont toujours en raison inverse des  
quarrés des distances au centre du tourbillon, un corps

(8) *Pag.* 205. (8) ne pourra jamais décrire qu'une section conique qui  
aura ce centre là même pour foyer. Delà passant à la  
théorie générale des Planetes, on donne la maniere de  
déterminer leurs orbites, les tems de leurs révolutions, &  
leurs mouvemens tant absolus que respectifs.

Considérant ensuite les Planetes en elles-mêmes, on  
cherche les Principes généraux, en conséquence des-  
quels elles auroient pû se former ; ces Principes ne sont  
point différens de ceux par lesquels elles se conservent.

On conçoit que la matiere propre d'un tourbillon est  
toujours mêlée d'une infinité de particules hétérogenes  
plus ou moins grossieres, & qui par conséquent ont  
plus



plus ou moins de facilité à percer le fluide de l'éther. Or suivant ce qu'on démontre (1) les unes vont se ranger dans le plan de l'Equateur du tourbillon, ce qui en effet se trouve vérifié par le Phénomene de la lumiere réfléchie à laquelle on donne le nom de lumiere zodiacale. D'autres plus solides & ausquelles la matiere étherée ouvre un libre passage, décrivent des orbites régulières, mais qui se croisent de toutes parts; d'où il suit que plus l'éther renferme de particules hétérogenes, plus leurs rencontres sont fréquentes, ce qui ralentit à proportion leurs mouvemens translatifs: ces particules obéissant donc alors à l'impression générale de la pesanteur, & commençant (2) à décrire des Ellipses allongées, se rapprochent les unes des autres à mesure qu'elles descendent vers leurs apfides inférieurs voisins du centre du tourbillon; qu'elles atteignent ces apfides, elles s'entrelacent de maniere qu'il ne leur est plus possible de suivre leurs cours; ainsi obligées de s'associer, elles forment une croute plus ou moins épaisse autour de cet espace central, qu'on a dit devoir renfermer la surabondance du fluide destiné par la Nature à remplir les pores de l'éther.

On fait voir (3) que ces masses creuses ne peuvent tourner que lentement sur elles-mêmes, mais qu'elles tournent toujours dans le sens que circule la matiere étherée.

Ajoutons à cela que la force avec laquelle se choquent les particules qui viennent à faire corps entre elles, peut causer une fermentation capable d'embrâser la masse



(1) *Pag. 231. & suiv.* qui les rassemble. C'est ce qui doit arriver dans les grands tourbillons ; on trouve par exemple (1) que le choc des particules qui par leurs rencontres ont formé le Soleil, a dû être plus de cinquante fois plus fort que celui des particules qu'a ramassé la Terre.

C'est en conséquence du même Mécanisme que se réparent les pertes continuelles que font le Soleil & les Planetes par l'évaporation de leurs parties.

Observons en passant que les Partisans du système de Ticho ne sont plus fondés à nous reprocher l'excessive étendue qu'il faut donner au tourbillon du Soleil pour sauver le défaut de parallaxe des étoiles fixes ; je démontre qu'en supposant ce tourbillon en équilibre avec ceux dont il est environné, nous ne pourrions rapprocher ses bornes sans faire perdre au Soleil une partie de la lumière & de la chaleur qu'il doit avoir relativement aux fonctions auxquelles il est destiné ; c'est que (2) suivant les principes qu'on établit ici, ce que le Soleil a de chaleur & de lumière, est nécessairement proportionnel à la racine du diamètre de son tourbillon.

Lorsqu'une masse centrale tourne sur elle-même, il faut que depuis ses Pôles où les forces centrifuges doivent être nulles, jusqu'à son Equateur où ces forces ont leur plus grands accroissemens, les pesanteurs absolues soient toujours altérées de plus en plus, & qu'entre ces deux termes les directions des pesanteurs réduites, s'écartent plus ou moins du centre de la masse, le même que celui des tendances.

Or, je fais voir qu'il suit de là qu'afin qu'une masse



centrale présente toujours perpendiculairement sa surface à la direction des chutes, il faut qu'elle prenne la forme d'un sphéroïde applati vers ses Pôles, & que (1) la courbe (1) *Pag. 245.* que forme chacun de ses méridiens soit telle, que les différences des ordonnées à l'axe, soient à celles des rayons, comme les pesanteurs absolues, aux forces centrifuges.

Que la masse devint entièrement fluide, elle ne changeroit pas pour cela de forme (2); ce que suppose la (2) *Pag. 246.* perpendicularité des chutes n'est point différent de ce que demande la loi de l'équilibre.

Si on supposoit que dans le cas de la fluidité, les densités ou les pesanteurs aux mêmes distances fussent différentes dans les différens rayons de la masse, on trouveroit (3) que les directions des chutes ne feroient plus (3) *Pag. 246.* perpendiculaires aux surfaces; ou bien (4) il faudroit & 247. (4) *Pag. 248.* qu'il se fit alors une compensation, & que dans chaque rayon la pesanteur fut exactement en raison inverse de la densité; ce qui, comme on voit, n'altéreroit en rien la figure de la masse.

Il est donc constaté qu'une Planete à la surface de laquelle les chutes sont perpendiculaires, a précisément la figure qu'elle auroit, en supposant qu'elle devint entièrement fluide, & que sa densité fut partout la même.

La loi de la pesanteur étant supposée répondre à une puissance quelconque de la distance au centre commun des tendances, on aura en général (5) la nature de la (5) *Pag. 250.* courbe que formera chacun des méridiens de la Planete.

Mais parce que les pesanteurs suivent toujours la pro-



(1) *Pag.* 74. portion inverse des quarrés des distances , proportion (1) & 75. que suppose la loi de Kepler, & que (2) donne le mécanisme des tourbillons , on trouvera (3) qu'un rayon quelconque de la Planete sera à son demi-axe , comme deux fois la pesanteur du point auquel aboutira le rayon , plus sa force centrifuge , a deux fois sa pesanteur , & qu'ainsi dans chaque méridien la différence des deux axes, sera au petit axe , comme la force centrifuge sur l'Equateur , a deux fois la pesanteur absolue.

C'est sur ce pied-là que je détermine les rayons de la Terre en faisant servir le degré de M. Picard de commune mesure. Qu'on accourcisse ou qu'on alonge ce degré , le principe que j'ai suivi , déterminera toujours & la grandeur & la proportion des diametres.

La figure que je donne à la Terre , est différente de celle qu'on est obligé de lui donner , en se renfermant dans l'hipotèse de l'attraction réciproque ; c'est qu'alors (4) *Pag.* 256. (4) on doit supposer que la différence des deux axes de la masse spheroidale est au petit axe , comme cent une fois la force centrifuge sur l'Equateur , à quatre-vingt fois la pesanteur absolue.

Dans cette hypothèse les pesanteurs réduites nécessairement proportionnelles aux différentes longueurs du (5) *Pag.* 257. pendule , sont toujours (5) en raison renversée des rayons ; ce qui ne peut être si la pesanteur a l'impulsion pour principe ; mais aussi (6) par ce principe le pendule est par-tout tel que le déterminent les observations les plus récentes , ce qu'on ne retrouve plus dans l'hipothèse de M. Newton. On sçait que l'attraction supposée ,



il faudroit qu'à l'Equateur le pendule fut d'une demi-ligne plus long qu'il ne l'est en effet.

Pour remédier à cet inconvénient M. Newton demande qu'on épaisfisse le noyau de la Terre par une addition réelle de matiere ; c'est qu'alors comme cette matiere furabondante aura fa force attractive dont l'action fuivra la proportion inverfe des quarrés des diftances au centre de la maffe, & que le noyau épaisfi fera plus proche des Pôles que de l'Equateur, le rapport de la pefanteur à l'Equateur & aux Pôles fera plus grand que le rapport renverfé des rayons ; ce qui rétablira la proportion des longueurs du pendule à laquelle fe refusoit d'abord le principe de l'attraction.

De la figure de la Terre, je paffe à celle de Jupiter. D'abord je fais voir (1) de quelle maniere on détermine le rapport de la pefanteur à la force centrifuge fur l'E-<sup>(1) Pag. 261.</sup> quateur de la Planete ; & ce rapport déterminé, je trouve (2) que fuivant nos principes, & conformément à ce<sup>(2) Pag. 262.</sup> que nous donnent les observations, il faut que les deux axes de la courbe que forme chaque méridien, foient entre eux comme 15 à 14, rapport bien différent de celui de 7 à 6, tel qu'on le trouveroit (3) en partant<sup>(3) Pag. 262.</sup> du principe de M. Newton. <sup>263.</sup>

Qu'on épaisfit le noyau de la maffe fpheroïdale, on ne feroit qu'augmenter la différence des deux axes. Voilà donc un nouvel inconvénient auquel il faut encore remedier ; c'est ce que M. Newton effaye de faire en difant que la maffe de Jupiter eft autrement formée que celle de la Terre, que dans celle-ci la matiere eft



plus dense vers le centre que partout ailleurs , & que dans l'autre c'est vers le plan de l'Equateur que s'épaissit la matiere , qu'ainfi plus les colonnes rangées sur ce plan auront de densité , moins faudra-t-il les élever pour les mettre en équilibre avec celle qui servira d'axe à la Planete , ce qui en effet est vrai ; mais malgré cela dis-sons à notre tour qu'il est toujours un peu fâcheux pour M. Newton que pour faire usage de son principe , il faille autant d'expédiens nouveaux qu'on en fait d'applications différentes.

Avant que d'abandonner l'analyse des principes dont dépendent la formation & la figure des Planetes , j'examine comme en passant dans quel cas une Planete doit être surmontée d'un anneau détaché de sa masse , & ce qu'on doit juger de celles qui après de courtes apparitions se dérobent à nos regards , & auxquelles on donne le nom de Comètes.

Au reste , on a vu que pour la facilité des calculs j'ai supposé jusqu'ici le fluide de l'éther parfaitement fluide , les colonnes qui réagissent sur les masses qui leur servent d'appui infiniment élevées , & les tourbillons tant principaux que subalternes exactement spheriques. Mais parce que ces suppositions ont trop d'étendue , je les limite dans ma dernière Dissertation , & je fais voir que de leur limitation naissent les Phénomènes dont je n'avois pas fait mention dans les Dissertations précédentes.

Supposons d'abord que la matiere qui circule autour du Soleil ne soit pas infiniment fluide , & qu'ainfi elle ait quelque prise sur les Planetes , ou plutôt sur les tourbillons



particuliers qui les enveloppent ; je dis qu'on aura la precession des équinoxes ; car pour ne parler que de la Terre , comme (1) à son aphelie son mouvement translatif est moins prompt que celui de la matiere , & que celui de la matiere (2) est en raison inverse des racines des distances au Soleil , il est évident que l'hémisphere inférieur du tourbillon de la Terre , est plus poussé en avant que l'hémisphere supérieur , & qu'au contraire quand la Terre se trouve dans son Perihelie , où (3) sa vitesse translative l'emporte sur celle de la matiere , l'hémisphere supérieur de son tourbillon est plus repoussé que l'hémisphere inférieur ; donc il faut que dans l'un & dans l'autre cas , la Terre conjointement avec la masse totale de son tourbillon , tourne contre l'ordre des Signes , & que les nœuds de son Equateur rétrogradent ; car on fait voir (4) qu'une Planete ne peut se refuser aux mouvemens généraux du tourbillon particulier dont elle est enveloppée.

Que l'hémisphere supérieur & l'hémisphere inférieur du tourbillon d'une Planete , soient chacun partagés en deux parties égales , par un plan qui tombe perpendiculairement sur celui de l'orbite que décrit le centre du tourbillon , on concevra (5) qu'à la partie la plus basse , & qui aura le moins de latitude dans l'un & dans l'autre hémisphere , répondront toujours les plus longs filets de matiere , ceux qui serviront de tangentes aux plus grands cercles décrits. Mais dans la supposition que l'éther ne soit pas infiniment fluide , la longueur de ces filets tangens (6) entrera nécessairement pour quelque chose

(1) Pag. 214.  
& 215.

(2) Pag. 142.

(3) Pag. 214.  
& 215.

(4) Pag. 176.  
& suiv.

(5) Pag. 270.

(6) Pag. 269.  
& suiv.



dans l'action du fluide sur la Planete ; donc puisqu'alors le centre des forces s'abaissera au-dessous du plan de l'orbite, la Planete sera incessamment sollicitée à s'élever au-dessus de ce plan ; ce qui comme on le démontre (1) obligera les nœuds de son orbite à se mouvoir, & toujours suivant l'ordre des Signes.

(1) Pag. 276.  
& 277.

Qu'une Planete se trouvât dans le vuide, & qu'elle fut simplement attirée vers un point fixe ou déterminé, jamais elle ne sortiroit du plan sur lequel elle auroit d'abord commencé à se mouvoir ; donc le mouvement direct des nœuds des Planetes, est encore un de ces Phénomènes que ne peuvent donner les principes de M. Newton. Il est vrai que la réalité de ce mouvement, quoiqu'appuyée sur la foi des observations, paroît suspecte aux Neutoniens ; ils trouvent mieux leur compte à révoquer en doute un fait qui ne les accommode pas, qu'à reconnoître l'insuffisance de leurs principes.

(2) Pag. 281.  
& suiv.

En limitant ma seconde supposition, on verra (2) que de ce que les tourbillons sont bornés, & qu'ils terminent les hauteurs des colonnes qui par leurs réactions, s'appesantissent sur tout ce qui leur sert d'appui, il suit que les pesanteurs des Planetes sont dans un plus grand rapport que le rapport renversé des quarrés de leurs distances au centre commun vers lequel elles sont incessamment rabatues ; car les chutes initiales d'une Planete, doivent être proportionnelles au mouvement primitif de la colonne qui réagit sur elle, divisé par la somme des deux masses ; ainsi que ces masses ayent entre elles

(3) Pag. 157. un rapport fini, la Planete (3) ne recevra qu'une partie de



de la vitesse réactive de l'éther ; cependant (1) comme (1) *Pag.* 281.  
 elle participera d'autant plus aux réactions de la matiere,  
 que les différentes colonnes dont elle fera successive-  
 ment chargée auront plus de hauteur , il est clair que  
 quand elle passera de son Aphelie à son Perihelie , ses  
 pesanteurs (2) augmenteront dans un plus grand rapport (2) *Pag.* 281.  
 que ne diminueront les quarrés de ses distances au So- 282.  
 leil ; ce qui , comme on le démontre (3) obligera les (3) *Pag.* 284.  
 absides de son orbite à se mouvoir suivant l'ordre des 285.  
 Signes.

Mais que la pesanteur eut l'attraction pour principe ,  
 la Planete peseroit partout exactement en raison inverse  
 du quarré de son rayon vecteur ; donc les absides de  
 son orbite seroient immobiles ; donc s'ils se meuvent ,  
 leur mouvement met le principe de l'attraction en dé-  
 faut.

On voit bien que plus une Planete est éloignée du  
 Soleil , plus les colonnes qui répondent aux différens  
 points de son orbite sont inégales ; donc (4) toutes pro- (4) *Pag.* 286.  
 portions gardées , les apsides des Planetes supérieures  
 doivent plus avancer dans le tems d'une révolution en-  
 tiere que ceux des Planetes inferieures ; ce qu'on fait  
 voir être conforme à ce que nous apprennent les ob-  
 servations.

Puisque les colonnes qui pesent sur les Planetes su-  
 périeures sont les plus courtes , ces Planetes (5) doivent (5) *Page* 280.  
 moins participer que les autres aux réactions de la ma- 281.  
 tiere étherée ; or on fait voir (6) qu'à une distance don- (6) *Pag.* 289.  
 née , le tems qu'employe une Planete à faire sa révo- 290.



lution, est en raison inverse de la racine de ses chutes initiales. Donc 1°. non-seulement les tems des révolutions des Planetes sont plus longs que ceux des révolutions de la matiere, déterminés par la loi de Kepler; Mais 2°. le rapport de ces tems s'éloigne encore du rapport d'égalité, à mesure qu'augmentent les distances, ce qu'a reconnu Kepler lui-même; aussi ne donne-t-il sa loi que comme une loi approchée de celle que suit la Nature.

Qu'on essaye le principe de M. Newton sur ces Phénomènes, on trouvera (1) que loin que les tems des révolutions des deux Planetes supérieures Jupiter & Saturne, dussent être plus longs que ceux qui répondroient à leurs distances, ces tems seroient nécessairement plus courts dans le rapport de la racine de la distance du centre commun de gravité de la masse du Soleil & de celle de l'une ou de l'autre Planete, à la distance totale des deux masses. Ainsi rien ne se prête au principe de l'attraction mutuelle.

Observons maintenant qu'à cause du peu d'élévation qu'ont les colonnes qui réagissent sur le tourbillon de la Lune, le rapport de ses chutes initiales à celles des corps qui sont voisins de la surface de la Terre, doit s'écarter sensiblement (2) du rapport renversé des carrés des distances. Je fais voir qu'en supposant qu'à notre latitude les corps ne parcourussent en tombant que l'espace qu'ils devroient parcourir relativement aux chutes de la Lune, & déterminant la distance de cette Planete comme la détermine M. de la Hire, il faut

(1) Page 294.  
281.

(2) Page 280.



droit (1) que le pendule fut accourci d'environ huit (1) *Pag.* 297.  
lignes & demie ; ou que si on vouloit que dans le tour- 298.  
billon de la Terre les pesanteurs fussent partout relatives  
à celles des corps qui sont proches de nous , il faudroit  
(2) que le tems de la révolution de la Lune fut de six (2) *Pag.* 306.  
heures dix-huit minutes cinq secondes plus court que 307.  
le tems réel.

On voit donc que conformément aux principes sur  
lesquels nous nous appuyons , le rapport des pesanteurs  
l'emporte sur le rapport renversé des quarrés des dis-  
tances , ce qui ne pourroit être , si le principe de l'at-  
traction avoit lieu dans la Nature. Ainsi pendant que  
tout justifie notre systême, tout dépose contre celui de  
M. Newton.

Donnant encore peu d'élevation aux colonnes qui  
réagissent sur le tourbillon de la Lune , & supposant  
que ce tourbillon soit renfermé dans des bornes étroites ,  
on concevra comment il se peut faire que la Planete  
en tournant autour de nous , soit déterminée à nous  
présenter toujours la même face , mais en balançant à  
notre égard , tantôt d'Occident en Orient , tantôt d'O-  
rient en Occident.

Qu'à cause de l'irrégularité des particules qui com-  
poseront la masse de la Lune , son centre de gravité s'é-  
carte du centre de son volume , le centre commun de  
gravité de cette masse & de celle de son tourbillon ne  
se trouvera pas non plus au centre de la figure de la  
masse totale ; cette masse aura donc un hemisphere plus  
chargé de matiere que l'autre ; donc si elle affecte d'abord



de garder son parallélisme en tournant autour de la Terre, & qu'ainsi elle se présente successivement par différens côtés à l'action des colonnes dont elle portera le poids, l'hémisphère le moins dense fera toujours celui qui participera le plus aux vitesses réactives de l'Ether; donc après quelques oscillations variées auxquelles la  
(1) Pag. 178. Lune (1) sera obligée de se prêter, & qui détruiront son mouvement propre, il faudra que cet hémisphère s'assujettisse à regarder constamment la Terre; donc l'ordre des circulations des couches sphériques du tourbillon de la Lune restant toujours le même, la masse totale tournera enfin sur son centre de gravité dans un tems égal à celui qu'elle emploiera à faire sa révolution périodique autour de la Terre; & parce que tout corps qui tourne sur lui-même, tire de sa force primitive celle qui le maintient dans l'état où il se trouve, ce sera d'un mouvement uniforme que circulera la Lune sur son axe; or puisqu'en même-tems elle décrira son orbite elliptique, & que le mouvement angulaire de son rayon vecteur ne répondra point à celui qu'aura la Planète sur elle-même, il est clair qu'elle nous paroîtra balancer tantôt d'Occident en Orient, tantôt d'Orient en Occident.

Supposant toujours que les masses des colonnes qui pesent sur les tourbillons des Planètes, ne puissent leur communiquer toute la vitesse réactive de l'éther, je dis qu'en mettant deux Planètes en conjonction par rapport au Soleil, la Planète supérieure interceptera nécessairement une partie de l'impression que devoit recevoir la Planète la moins élevée, & que par conséquent



celle-ci , en obéissant à sa force centrifuge dont l'action fera moins balancée qu'elle ne l'étoit , s'écartera du centre commun des tendances ; aussi les Astronomes remarquent-ils que quand Jupiter & Saturne se trouvent sur un même rayon vecteur , le mouvement de Jupiter éprouve toujours quelque altération sensible.

Pour limiter ma troisième supposition , j'observe que si le tourbillon du Soleil & ceux des étoiles fixes sont sphériques , c'est qu'ils se compriment également de toutes parts ; mais les tourbillons des Planètes ne sont point dans ce cas. Car comme l'hémisphère inférieur de chacun de ces tourbillons est poussé par les rayons du Soleil , auxquels mille expériences nous obligent de donner de la force , & qu'en même-tems l'hémisphère supérieur est repoussé par les colonnes dont il porte le poids , il est clair que ces forces rompant l'équilibre , la masse du tourbillon doit nécessairement prendre la forme d'un sphéroïde aplati , qui ait son petit axe tourné vers le Soleil.

Dans ce cas , non-seulement les rayons de la masse deviennent inégaux , mais , comme on le démontre , il arrive encore que plus ces rayons s'allongent , plus (1) les pesanteurs augmentent (les distances au centre (1) *Pag. 326.* supposées les mêmes.)

C'est en développant le mécanisme du tourbillon sphéroïdal de la Terre que je rends raison des différentes irrégularités qu'offre la théorie de la Lune. Un détail circonstancié justifie que ces irrégularités naissent toutes de l'augmentation de la pesanteur dans les plus grands



rayons, dans ceux qui font les plus grands angles avec le petit axe du sphéroïde.

Suivons nos principes, nous trouverons encore la cause du flux & du reflux de la mer.

Que le tourbillon de la Lune intercepte une partie de l'impression de la pyramide tronquée à laquelle il servira d'appui, la pyramide entière pesera moins sur la terre que celle qui lui sera diamétralement opposée. Donc l'équilibre étant rompu, la Terre s'approchera de la Lune, mais un peu moins que les eaux de la mer, qui, suivant la loi de l'hydrostatique, s'élèveront au-dessus de leur niveau en obéissant à l'impression des pyramides latérales dont rien n'affaiblira la réaction ; & comme du côté opposé les eaux seront pareillement soutenues en conséquence de la même impression, elles ne pourront avancer autant que la Terre ; il se formera donc alors deux promontoires d'eaux, qui feront prendre à la mer la forme d'un sphéroïde allongé, dont le grand axe sera dirigé vers la Lune.

Or, parce que la Terre en tournant sur elle-même emportera avec elle les deux promontoires, qui en se formant auront produit le reflux, il est évident que quand ces promontoires viendront à se dégager de dessous le méridien où se trouvera la Lune, les eaux qui ne seront plus ni poussées ni soutenues au-dessus de leur niveau retomberont nécessairement par leur propre poids, & fluieront vers les endroits dont elles avoient été chassées.

Puisque dans un tourbillon applati les pyramides les



plus voisines du petit axe sont les ~~plus~~<sup>+</sup> pesantes, il est ~~+~~<sup>+ moins</sup> clair qu'en supposant que la Lune fut anéantie, l'inégalité des compressions obligerait toujours les eaux de la mer à former deux promontoires opposés qui auroient pour axe commun celui du sphéroïde, & alors les marées suivraient les retours du Soleil dans les mêmes méridiens.

On voit donc que si dans le tems des quadratures les eaux de la mer s'enflent encore du côté de la Lune, c'est que notre tourbillon étant peu applati, ce que la Planete retranche du poids de la colonne qu'elle partage, l'emporte sur la différence de ce poids & de celui de la colonne qui s'élève vers le Soleil, suivant la direction du petit axe de la masse sphéroïdale.

Dans le tems des quadratures la présence de la Lune ne produit son effet qu'aux dépens de celui qui résulteroit de la figure du tourbillon de la Terre. Dans le tems des nouvelles & des pleines Lunes, ces deux effets se réunissent.

Les eaux à cause de leurs forces centrifuges pèsent moins vers l'Equateur que vers les Tropiques ; mais moins elles pèsent, plus elles doivent obéir aux impressions qui les obligent à s'élever ; il faut donc que ce soit aux nouvelles & aux pleines Lunes des Equinoxes qu'arrivent les plus grandes marées, c'est qu'alors les promontoires d'eaux d'où naissent le flux & le reflux portent sur l'Equateur.

Maintenant il est aisé de voir que l'enchaînement des principes que j'ai suivis, fait celui des Phénomènes.

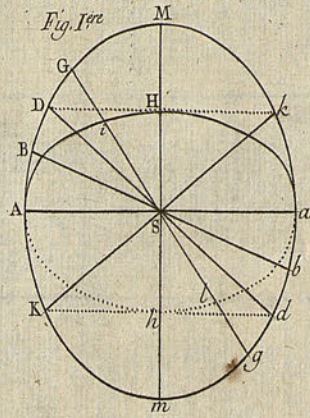


Mais ne nous flatons pas , quelque heureux que puisse être un systême , jamais nous ne lui concilierons tous les suffrages. La plupart des hommes ne sçavent se prêter qu'aux idées dont ils sont déjà prévenus ; le hazard a fixé leur choix , ils sont décidés.

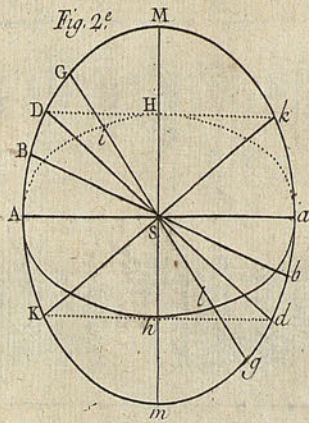
D'autres plus propres à saisir des faits détachés , qu'à démêler les principes qui les assortissent , bornent leurs recherches aux opérations sensibles de la Nature ; ses procédés secrets ne les regardent pas ; & parce que rien de réfléchi ne nous vient de leur part , ils affectent de se défier de tout ce que donne le raisonnement. Selon eux , pour devenir Physicien , il ne faut plus sçavoir remonter des effets à leurs causes , il ne faut qu'avoir des yeux , & les ouvrir ; façon de philosopher qui ne pouvoit gueres manquer d'avoir cours , trop de gens étoient intéressés à l'accréditer. Cependant rassurons-nous , rien ne prescrit contre la raison , tôt ou tard elle fera consultée , & le génie de la Nation reprendra le dessus ; oui , nous verrons renaître parmi nous ce gout de réflexion , cet esprit systématique , qui seul a formé les grands hommes auxquels les Sciences doivent tout leur éclat.



*Fig. 1<sup>re</sup>*

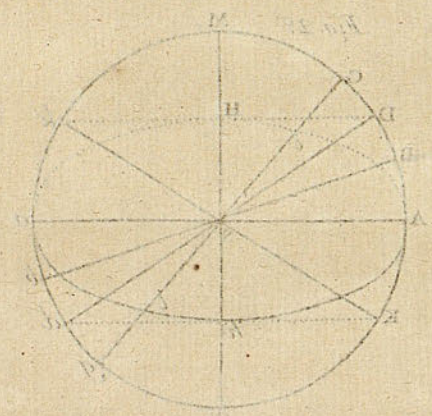
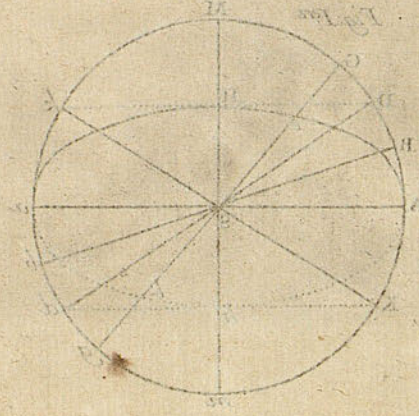


*Fig. 2<sup>e</sup>*

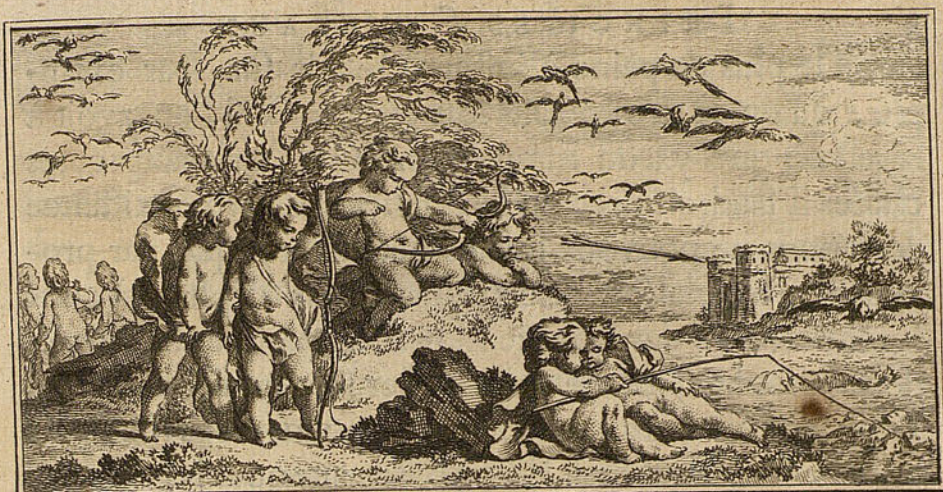




THE COLOURS OF THE RAINBOW







*Cochin, fils aîné, et Sculp.*

# PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA NATURE,

APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE;

ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



PREMIERE DISSERTATION.

*La Nature du Mouvement.*

\* **L**ES Questions qui regardent le Mouvement en général, sont très-difficiles à résoudre, du moins quand on ne veut raisonner que sur des idées claires, & ne dire que ce qui peut être dit avec preuve; ce qu'on croit le mieux sçavoir, est souvent ce qu'on

\* Ceux à qui les idées Métaphysiques ne sont point familières, peuvent se dispenser de lire cette première Dissertation.

A



auroit le plus de peine à justifier. Je suis sûr, par exemple, qu'on se trouveroit fort embarrassé si l'on avoit à faire voir qu'il y a du mouvement. C'est qu'avant toutes choses il faudroit prouver l'existence des corps: existence dont nous ne pouvons guères nous assurer que par provision; que cela soit dit cependant sans déplaire à ceux à qui l'autorité des sens tient lieu de preuve. Il s'agit ici de philosopher, & de philosopher sur des idées claires. Je demande donc, comment pouvons-nous être sûrs que les corps existent? Est-ce parce que nous les voyons? Mais pour cela il faudroit que nous les vissions en eux-mêmes: Or tout Philosophe conviendra que nous ne les sçaurions voir que par les Images, ou par les idées qui nous les représentent. Eh! qui peut nous assurer que ces idées, ou ces images ne se présentent point à faux à notre esprit?

Accordons cependant qu'il y a des corps; faisons plus, ces corps dont nous voulons bien passer l'existence, supposons-les visibles par eux-mêmes; je dis qu'avec cela nous ne pourrions encore rien conclure de certain sur la réalité du mouvement. Voici pourquoi: que les objets qui se présentent à nous, soient de simples apparences, ou que ce soient les corps mêmes que les Philosophes supposent ne pouvoir être que représentés; quelque supposition que l'on fasse, il faudra toujours convenir que les qualités sensibles qui nous font distinguer ces objets, ne sont en eux que des qualités apparentes, dont nous possédons toute la réalité. Ainsi quand il nous paroît qu'un corps est en mouvement; que sçavons-nous si cela ne vient point de ce que différentes parties de la matiere nous présentent successivement les mêmes qualités sensibles? Peut-être sont-ce nos sentimens qui se promènent dans les espaces que les corps nous paroissent



parcourir. Ce n'est pas tout, je dis que dans quelque système que ce soit, le mouvement ne peut être visible; car un corps ne se meut que quand il se trouve successivement en différens endroits, que quand il passe d'un lieu dans un autre: Or il est évident que nous ne saurions le voir que dans un seul endroit à la fois: Nous ne le voyons donc point changer de place, nous nous ressouvenons seulement qu'il en a changé; mais comment nous en ressouvenons-nous? C'est par une idée présente, qui à la rigueur pourroit exister, sans qu'il y eût jamais eu rien de semblable à ce que nous croyons qu'elle nous rappelle.

Après tout, je conviens que ce ne sont là que des doutes philosophiques, on se mocqueroit de quiconque voudroit s'y arrêter. Aussi pour éviter le ridicule, vaut-il souvent mieux croire sans preuve, que de douter avec raison. Sur ce pied-là, je passe la réalité du mouvement; mais on demande quelle est sa nature, quelle est sa cause, & comment il se communique: ce sont trois questions que je vais essayer de résoudre. Si je m'éloigne en quelque chose des sentimens reçus, ou même juridiquement approuvés; ce ne fera point par affectation: J'userai seulement de la liberté qu'ont les Philosophes, de ne prendre que la raison pour guide lorsqu'il s'agit de philosopher; c'est un privilège qui leur est acquis, & peut-être ne trouvera-t-on pas mauvais que j'en veuille jouir avec eux. Quoiqu'il en soit, je crois devoir avertir qu'il est nécessaire de se rendre attentif, il faut que j'entre dans des raisonnemens métaphysiques, & l'on sçait que ces sortes de raisonnemens sont moins faciles à suivre que ceux qui roulent sur les choses dont on est frappé, ou sur les idées palpables de ce qui se compte,



ou de ce qui se mesure. Il nous en coûte pour nous fixer à ce qui se dérobe à nos sens, & à notre imagination : ce qui n'est que l'objet de l'esprit pur, semble n'avoir point de prise pour nous. Cela ne nous fait en vérité pas d'honneur, & il est étonnant qu'après d'aussi grands maîtres que ceux que nous a fournis notre siècle, nous n'ayons point encore acquis la facilité de nous élever au-dessus des conceptions communes : Si ce n'est pas notre faute, nous en sommes plus à plaindre ; mais du moins notre attention dépend-elle de nous : donnons-là donc à ce que nous avons à rechercher ici.

Comme les principes de la nature ont un enchaînement nécessaire, je crois qu'avant que d'entamer les questions qui regardent le Mouvement, il est à propos que nous examinions ce que c'est que la matière, & quelle est son essence. Les premiers principes sont toujours les plus féconds, & ceux qu'il importe le plus d'éclaircir. On refuse quelquefois de s'y arrêter ; c'est un effet de l'impatience naturelle de l'esprit humain. Quelquefois aussi affecte-t-on de les négliger, parce qu'ils sont difficiles à saisir ; c'est un détour de l'amour propre. Pour nous, prenons la voye la plus sûre, & conduisons ici nos réflexions avec ordre.

On convient déjà de ces deux principes ; l'un, que tout ce qui est, est ou substance, ou mode ; l'autre, que comme une substance est, ainsi que le mot le porte, ce qui subsiste par soi-même, on peut toujours la concevoir seule, & comme isolée ; au lieu qu'une modalité n'étant que la manière d'être d'une substance, l'idée qui la représente renferme nécessairement celle de la substance dont elle est la modalité. Or voilà tout ce qu'il nous faut pour découvrir quelle est l'essence des corps ; car com-



me il n'y a point de matiere qui ne soit étendue, il faut nécessairement que l'étendue soit un mode des corps , ou qu'elle en soit elle-même la substance ; mais il est certain d'un autre côté que l'étendue peut être apperçûe seule , qu'on peut penser à des espaces , qu'on peut se les représenter , sans que l'idée qu'on s'en forme tienne par elle-même à aucune autre idée : l'étendue ne doit donc point être mise au rang des simples modalités ; c'est donc une substance ; c'est donc la substance même des corps.

Mais si les corps ne sont que de l'étendue , il faut que toutes leurs propriétés se réduisent à des figures , & à des changemens de rapports de distance ; car l'idée de l'étendue ne nous offre rien de plus. Ainsi nous nous trompons , quand nous croyons que la lumiere , les couleurs , les sons , les odeurs , appartiennent en propre à la matiere : ce ne sont que les impressions sensibles , que les objets extérieurs font sur nous , & que nous leur rapportons par un jugement naturel. Je dis la même chose de la pesanteur , de la force & des tendances ; ce ne sont que les sentimens pénibles qui nous sont occasionnés par les corps que nous voulons faire changer de situation , ou qui nous en font changer nous-mêmes : sentimens que notre imagination transforme en qualités sensibles ; aussi éprouvons-nous que ces sortes de qualités se fortifient ou s'affoiblissent selon que les parties organiques de notre corps ont plus ou moins de solidité , selon que les esprits qui les animent y coulent ou plus ou moins abondamment.

Mais une erreur encore plus grossiere , c'est celle où nous tombons , quand de nos sentimens ainsi transformés , nous en faisons un principe actif dans la matiere.



Cette erreur toute grossière qu'elle est , ne laisse pourtant pas d'être difficile à éviter : c'est que nous appercevons le mouvement sans que son principe se manifeste : Or nous voulons tout sçavoir & tout entendre ; ainsi quand la cause d'un effet qui nous frappe ne se présente point à nous , nous aimons mieux risquer de la mettre où elle n'est pas , que de nous résoudre à l'ignorer.

Tâchons donc de ne nous point méprendre ici par un jugement précipité : consultons avec attention l'idée de la matière , nous nous appercevrons bien-tôt qu'elle ne nous offre rien que de passif , & que nous n'avons droit d'attribuer aux corps qui s'arrangent entr'eux dans un ordre déterminé , que la même vertu que nous attribuerions à leurs images aperçues dans un miroir où nous leur verrions prendre les mêmes arrangements ; ne nous trompons point ; la loi sur laquelle ces arrangements seroient réglés, est tout ce qu'on peut raisonnablement appeler force ou vertu dans les corps : c'est que, comme je l'ai déjà dit, nous ne pouvons trouver dans la matière que des figures & de simples changemens de rapport de distance : c'est là à quoi se réduisent toutes les qualités que nous sçavons sûrement lui appartenir ; mais supposé qu'il fut possible que quelque chose de plus lui appartînt à notre insçu , du moins serions-nous sûrs que ce ne seroit rien de semblable à ce que nos sens & notre imagination y mettent ; car prenons-y garde, il n'est nullement nécessaire de connoître toutes les qualités qu'une chose peut avoir , pour être fondé à donner l'exclusion à celles que sa nature lui refuse. Supposons, par exemple , qu'on ne connût pas toutes les propriétés du Cercle, cela empêcheroit-il qu'on ne pût s'assurer que la pensée n'est pas du nombre de celles qui lui conviennent ? Nullement ; pour-



quoi cela ? C'est que toutes les propriétés qu'une chose peut avoir , étant son essence même considérée sous différens regards , il faut de nécessité qu'elles soient toutes du même genre : Or il est évident que la pensée est d'un genre tout différent de ce que nous voyons couler de l'essence du Cercle. Je raisonne de même sur ce qui regarde la matiere ; je dis que , puisque la force & les efforts n'ont rien de commun avec les qualités que nous lui connoissons , nous ne devons leur donner aucun rang parmi elles ; & ce que je dis , je l'étends à toutes les qualités sensibles , qu'on sçait n'avoir aucun rapport ni avec des figures , ni avec des mouvemens , seules propriétés que nous offre l'idée de l'étendue.

Voilà donc la matiere entierement dépouillée de tout ce qui en distingue , ou en caractérise les différentes parties ; Mais dans cet état que devient-elle ? Ne feignons point de le dire , elle devient précisément ce que le commun des Philosophes désigne par le mot de *vuide* : car le vuide , de la maniere même dont ils le conçoivent , est réellement un espace qui a des parties de différentes figures & de différentes grandeurs ; des parties réellement distinguées les unes des autres , & qui subsistent par elles-mêmes , ce qui ressemble déjà fort à la matiere. Ajoutons à cela que ces parties n'ayant entr'elles aucun arrangement qu'on puisse supposer nécessaire , rien n'empêche que l'Auteur de la nature ne les dérange , quand bon lui semble ; ainsi le mouvement convient encore aux espaces qu'on prend pour le vuide. Que manque-t-il donc à ces espaces pour nous paroître des corps ? Il leur manque de se présenter à nous revêtus de qualités sensibles ; mais c'est à nos sens & à notre imagination à les en revêtir.



Tout est masqué pour nous dans la nature : l'Univers est un spectacle où tout nous fait illusion ; & ce qu'il y a de fâcheux , c'est que la première forme sous laquelle nous le voyons , fait en quelque manière l'unique règle de nos jugemens. Dans l'enfance , il nous semble que l'espace qui nous sépare des corps célestes , est un grand vuide , qui peut se mesurer , & qui a des parties ; mais nous ne prenons point cela pour de la matière. Il est vrai que l'expérience nous oblige ensuite à revenir un peu de ce préjugé : Nous voyons que l'air qui nous environne , agit souvent les corps sensibles ; & puis il nous paroît qu'il a du ressort. Nous voyons outre cela que les rayons de la lumière s'étendent sans interruption depuis les corps qui les poussent jusqu'à nous , qu'ils se réfléchissent sur ceux qui s'opposent à leur passage , & qu'ils se rompent dans les différens milieux par où ils passent. Nous voyons aussi que , lorsque nous les rassemblons , ils ébranlent , ils agitent même violemment les parties des corps qui se trouvent au point de leur réunion. Ainsi il nous a fallu admettre de la matière où nous n'en soupçonnions pas ; mais ç'a été comme malgré nous ; & même à présent nous ne l'admettons que le moins qu'il nous est possible. Nous ne saurions nier que les corps sur lesquels nos sens n'ont point de prise , ne nous paroissent toujours un peu moins corps que les autres : Il semble que nous ne leur accordions qu'une demi-réalité. Il n'y a guères que ce qui nous frappe que nous regardions volontiers comme substance. Quelque désabusés que nous pensions être , il est certain qu'un bloc de marbre nous paroîtra toujours quelque chose de plus qu'un pareil volume de matière éthérée. J'avoue que cette erreur n'est que dans notre imagination ; notre esprit



prit la rejette ; mais de quelle maniere ? C'est en nous fournissant d'autres fausses idées , qui , à la honte de la Philosophie , ont trouvé grace dans l'école. On admet le vuide comme possible , ou bien même on le suppose existant , & l'on en fait le lieu des corps , comme si deux étendues pouvoient se pénétrer , & être réduites à n'en faire plus qu'une.

Ces deux erreurs étoient pourtant généralement répandues , quand M. Descartes parut. Ce grand homme entreprit de dévoiler la nature ; ce ne fut pas une petite entreprise. Il falloit convaincre le genre humain d'ignorance : Aussi quelle contradiction n'eut-il pas à effuyer ? Ce ne fut pas simplement parmi le peuple qu'il trouva des obstacles à l'établissement de la vérité , ce fut principalement parmi les sçavans , parmi ceux qui se trouvoient en possession d'instruire les autres , & qui avoient réduit en Dogmes les préjugés vulgaires. Ce sont presque toujours les sçavans , ceux qui le sont de profession , qui retardent le plus le progrès des Sciences : Ils ne veulent rien apprendre de leurs Contemporains ; il en coûteroit à leur vanité : ceux dont ils sont trop proches , leurs font ombrage ; & puis le moyen de recommencer à penser sur nouveaux frais ? On veut jouir de ce qu'on a acquis , & quand une fois on a sa provision d'idées , on cherche à se reposer ; on a trop de peine à désapprendre ; ceux qui ne sçavent encore rien , en ont moins à s'instruire : Aussi la Philosophie de M. Descartes ne commença-t-elle à s'accréditer que quand les Sçavans déjà formés , commencerent à faire place à ceux qui se formoient. Il ne jouit point du fruit de son travail ; la vérité ne triompha que par le zèle de ceux qui le suivirent ; il ne fut pas témoin du deshonneur de ceux



qui l'avoient combattue : car les faux sçavans furent dégradés : quel nom en effet leur reste-t-il parmi nous ? Si M. Descarteseût prévû cela , je suis sûr qu'il n'eût fait grâce à aucune erreur philosophique ; mais ceux à qui il avoit affaire , l'intimidoient ; il craignoit leurs préventions , & peut-être leur manque d'intelligence ; il en convient lui-même dans une de ses Lettres : il lui paroissoit qu'il n'avoit déjà que trop choqué les préjugés ; selon lui , il n'étoit pas à propos de tout dire , il falloit user de ménagemens : il en usa donc , & ce fut principalement sur ce qui regarde le mouvement qu'il sçavoit être purement relatif , & ne pouvoir rien renfermer d'absolu ; mais qu'arriva-t-il ? C'est qu'en déguisant aux autres la vérité , il se la déguisa insensiblement à lui-même , & il en fut puni : car dès l'entrée de sa physique , il tomba dans des erreurs marquées sur les Loix de la communication des mouvemens : erreurs qu'il eût évitées sans peine , s'il eût rappelé ses propres principes , & qu'il eût osé les suivre.

Ce qui m'étonne , c'est qu'entre ceux qui se déclarent ses Partisans , à peine en trouve-t-on qui aient voulu lui tenir compte des ouvertures qu'il nous donne sur la nature du mouvement. Cependant les déguisemens ne sont plus nécessaires , la raison jouit présentement de tous ses droits ; on n'est plus scandalisé de voir les Philosophes faire tête aux erreurs populaires. D'où peut donc venir l'infortune du mouvement relatif ? Pourquoi n'est-il pas encore en honneur dans la Philosophie Cartésienne ? Je n'en sçais rien ; tout ce que je sçais , c'est qu'avec un peu de justesse d'esprit on s'aperçoit aisément que les principes qui servent de fondement à cette Philosophie , sont directement contrai-



res à l'opinion du mouvement absolu.

En effet , afin qu'un corps pût être absolument en mouvement , il faudroit qu'il eût quelque *qualité intime* , ou du moins quelque *relation externe* , qui le distinguât de ceux qu'on regarde comme en repos ; mais c'est ce qu'on ne peut supposer dans le Syftême établi par M. Descartes ; car premierement, s'il n'y a dans la matiere nulle force , nul effort , nulle tendance , en un mot nul principe actif , quelle espece de qualité pourroit-on mettre dans les corps qu'on dit se mouvoir d'un mouvement absolu ? Quelle vertu , quelle entité recevraient-ils à l'exclusion des autres ? On dit qu'ils reçoivent l'action de Dieu , car présentement on convient assez volontiers que Dieu seul peut mouvoir les corps , & ce n'est pas peu qu'on veuille bien se résoudre à proscrire les causes secondes ; mais je demande , qu'entend-t-on par l'action de Dieu reçue dans les corps ? Cela ne se dit pas de sa volonté par laquelle seule il agit ; cela ne se peut dire que de l'effet que produit sa volonté : Or cet effet , les Cartésiens en conviennent , ne peut être ni une *qualité intime* , ni une nouvelle entité ajoutée à la substance des corps mûs ; ce n'est donc qu'un simple changement de rapport de distance ; changement nécessairement réciproque. Mais on insiste , & l'on dit que quand ces sortes de changemens s'opèrent , la volonté de Dieu s'applique directement à de certains corps , pendant qu'elle n'est appliquée qu'indirectement aux autres. Si je détaille ici une pareille objection , on me le doit pardonner ; il faut bien donner quelque chose à la réputation de ceux qui la font ; je dois les servir à leur mode , & si je ne le faisois pas , peut-être s'en feroient-ils un titre pour autoriser leurs préventions. Je



réponds donc que ce que disent ceux qui philosophent ainsi, ne peut au plus être regardé que comme une simple hypothèse, dont ils n'ont nul droit de se prévaloir; ils devinent; à moins qu'ils n'aient sur ce point quelque révélation qui nous manque. Je dis de plus que ce qu'ils veulent que nous croyons sur leur parole, ou sur la foi de leurs préjugés, est injurieux à la divinité. Ils humanisent Dieu dans ses opérations. Nous, parce que nous sommes bornés, & que nous n'opérons rien sur la matière, comme causes véritables, nous pouvons vouloir qu'un corps change de rapport de distance avec un autre sans appliquer notre volonté, sans même fixer notre esprit à tous les différens rapports qui naissent du changement que nous voulons opérer. Mais il n'en est pas ainsi de Dieu; nous devons croire qu'il apperçoit d'une simple vue tout ce qu'il fait, & que sa volonté s'applique directement à tout ce qu'elle opère: & puis ce n'est point du tout là de quoi il est question présentement. Il ne s'agit point ici de la cause du mouvement, il s'agit de sa nature; il s'agit de sçavoir si le mouvement considéré en lui-même suppose quelque *qualité intime* dans les corps qui sont censés se mouvoir: mais on voit bien que c'est ce que les Philosophes modernes n'auroient garde d'admettre; ils démentiroient l'idée qu'ils nous donnent eux-mêmes de la matière. Il ne faut ni vouloir se tromper de gayeté de cœur, ni prétendre nous donner le change. Il est manifeste que chercher ce que c'est que le mouvement, c'est chercher ce qu'il est dans les corps mêmes, c'est chercher quel est l'effet que produit la cause motrice quelle qu'elle puisse être, & de quelque manière qu'on la suppose déterminée: or dès qu'on reconnoît que cet effet n'est dans la matière qu'un simple



changement de rapport de distance, on est obligé de convenir qu'il n'y a rien que de relatif & de réciproque dans ce qui constitue la nature du mouvement. Tout faux-fuyant seroit inutile ici, & même il seroit mal à des Philosophes de bonne foi de vouloir sauver une méprise aux dépens de ce qu'ils doivent à l'évidence.

Mais il me reste à faire voir qu'on ne peut pas non plus déterminer l'état des corps par aucune *relation externe*, quand une fois on suppose qu'il n'y a point d'autre étendue que celle de la matiere; ainsi c'est encore aux Cartésiens, \* que je parle: car pour les autres Philosophes, qui se figurent que la matiere est renfermée dans des espaces immobiles, ils se représentent les corps qu'ils disent se mouvoir, comme répondant successivement à différentes parties de ces espaces, & ceux qu'ils supposent en repos comme répondant toujours aux mêmes. Ainsi voilà, selon leur maniere de penser, des relations externes, propres à déterminer l'état de chaque corps en particulier: il n'est donc pas étonnant que ces gens-là admettent le mouvement absolu; ils ont de quoi le désigner: si leurs idées sont fausses, du moins sont-elles assorties; mais ceux qui savent que le lieu des corps sont les corps mêmes, de quelles relations, de quels rapports se serviront-ils pour nous faire trouver quelque chose d'absolu dans le mouvement? Car enfin on ne sauroit disconvenir que l'idée du mouvement absolu ne renferme celle d'un lieu fixe & immobile, aux différentes parties duquel les corps mûs sont successivement

\* Ceux que j'appelle Cartésiens, ce ne sont pas les gens servilement attachés à tous les sentimens de M. Descartes; ce sont les Philosophes qui reconnoissent que la matiere n'est capable que de figures, & de changemens de rapports de distance.



appliqués ; mais ce lieu immobile , ce lieu fixe , où le trouver dans la nature , s'il n'y a point d'autre étendue que celle de la matiere ? Les Cartésiens n'ont apparemment pas fait attention à cela ; mais ceux qui y ont pensé , & qui l'ont fait sans abandonner l'opinion commune sur la nature du mouvement ; je le dis, ces gens-là n'ont en vérité aucun reproche à faire aux Partisans de l'ancienne Philosophie. Il est moins honteux d'avoir de faux principes , quand on peut les suivre , que d'en avoir de bons , & de n'en sçavoir pas faire usage : souvent on pense bien par hazard ; mais il faut avoir l'esprit juste pour raisonner conséquemment. Nous aurions cependant tort de nous décourager : les mêmes idées ne prennent pas toujours avec la même facilité dans tous les esprits ; mais le tems amene tout , & tôt ou tard la vérité dissipe les préjugés qu'on lui oppose. Continuons donc à éclaircir les raisons qui justifient le mouvement réciproque & relatif.

Les corps qu'on dit en mouvement , & ceux qu'on dit en repos , ont toujours la même relation au *lieu intérieur* qu'ils occupent ; car ce lieu , c'est leur propre substance , c'est l'étendue même qui constitue leur nature. Un corps ne peut donc avoir d'état déterminé que relativement aux autres corps qui l'environnent , & qui lui servent de *lieu extérieur* , ou si l'on veut de lieu Physique. Cela est clair pour les Philosophes à qui je parle : c'est leur principe même que j'expose ; ils ne peuvent pas le méconnoître : je n'ai donc plus qu'à montrer que de-là se tire nécessairement le mouvement relatif & réciproque : Mais rien n'est plus facile. On voit d'abord que la masse totale de la matiere ne peut être ni en mouvement , ni en repos ; car qui dit repos ou mouvement , dit comme on en convient , relation à quelque chose d'extérieur : Or que



pourroit-on supposer au-delà de l'étendue ? Mais si l'état de la masse de la matiere n'est point déterminé, celui de ses parties ne peut l'être non plus ; l'un est une suite nécessaire de l'autre. Il est vrai que chaque corps particulier comparé à chacun de ceux qui l'environnent, & qui lui servent de lieu Physique a nécessairement différens états relatifs, & cela tout à la fois ; il n'y en a point qu'on ne puisse dire être en même tems, & en repos, & en mouvement, & avoir toutes les directions & tous les différens degrés de vitesse déterminés dans l'ordre de la nature. Ce n'est pas tout, car les corps se servant mutuellement de lieu extérieur la détermination de leur état doit aussi être mutuelle : Ainsi quand ils changent entre eux de rapports de distance, le mouvement est nécessairement réciproque, & ne peut être attribué aux uns plutôt qu'aux autres que par supposition. Tout cela fuit nécessairement des principes que j'ai d'abord établis, & qu'on sçait être le fondement de la nouvelle Philosophie.

Je reviens donc à ma proposition générale, & je dis qu'avec un peu de justesse d'esprit, on s'apperçoit aisément que les principes de cette Philosophie une fois reçûs, il n'est plus permis d'admettre le mouvement absolu : pourquoi les Philosophes de l'ancienne école l'admettent-ils ? C'est qu'ils croient que les corps qu'ils supposent se mouvoir, ont en eux une force que n'ont pas les autres, ou bien ils se figurent que ces corps sont successivement appliqués à différentes parties d'un espace fixe & distingué de la matiere ; mais supposons que sans changer de principes, ils allassent s'aviser de conclure que tout mouvement est relatif & réciproque ; je suis sûr que nous ne trouverions pas que cela dût faire



honneur à leur jugement. Or mettons-nous présentement à leur place, & voyons ce qu'eux-mêmes peuvent penser, quand ils voyent un Cartésien priver les corps de toute vertu, de toute force, & puis ne vouloir aucune étendue distinguée de la matière, & par conséquent ne reconnoître aucun lieu fixe dans la nature, & malgré cela admettre le mouvement absolu, & prononcer en sa faveur : on voit bien qu'il n'est pas possible que les Partisans de l'ancienne Philosophie ne soient alors surpris de cette nouvelle manière de philosopher ; car c'est penser le pour & le contre tout à la fois ; c'est vouloir qu'il n'y ait rien ni *dans les corps* ni *hors des corps* qui détermine leur état, & décider en même tems que leur état est déterminé.

Les Cartésiens qui s'accommodent d'une pareille dispartite, ne contribueront certainement pas à relever le mérite de la Philosophie de M. Descartes : Nous nous passerions volontiers d'avoir de tels ajoints : par eux les sectateurs d'Aristote & d'Epicure ont présentement de l'avantage sur nous ; nous leur reprochons des préjugés, mais ils peuvent nous reprocher des contradictions ; & le malheur, c'est que quand un Philosophe a de fausses idées, on ne peut pas le convaincre absolument qu'il pense mal, au lieu que quand il tire des conséquences contraires à ses principes, dès-lors il est convaincu de ne sçavoir pas philosopher.

Désavouons donc pour notre honneur ceux qui se mettent au rang des nouveaux Philosophes, sans rejeter le mouvement absolu ; renvoyons-les à l'ancienne Philosophie de l'école ; il est même de leur intérêt d'en adopter les principes ; ils ne peuvent se justifier que par là. Il est vrai que d'illustres défenseurs du Cartésianisme  
se



se font quelquefois prêtés aux idées communes en parlant du mouvement, & je n'en suis point surpris : il se peut fort bien faire que des personnes d'esprit, que de grands hommes même, ne tirent pas toujours de leurs principes tout ce qu'il est possible d'en tirer. On ne peut éclaircir que ce qu'on examine, & il y a souvent des choses qu'on ne s'avise pas d'examiner. Mais ce qui doit nous surprendre, c'est que des Philosophes, après s'être suffisamment instruits des deux opinions qui nous partagent sur la nature du mouvement, se soient eux-mêmes trahis en prononçant en faveur de celle qui renverse manifestement leur système : quel besoin avoient-ils de se commettre en risquant leur jugement ? Personne n'exigeoit d'eux cet essai d'insuffisance. Je conviens qu'on a de la peine à se représenter les corps dans un état indéterminé : cela étonne l'imagination, cela la blesse même ; mais l'idée, dont celle-ci est une dépendance nécessaire, est-elle moins difficile à saisir ? En coûte-t-il moins pour gagner sur soi, de ne mettre aucune différence entre l'espace & la matière ? Cependant ceux de qui nous parlons se font rendus sur ce point : on ne doit pas à la vérité leur en faire un mérite ; ils ont trouvé la Philosophie de M. Descartes en crédit, & ils ont scû en apprendre les principes. Quand ces gens-là se déterminent à croire, c'est toujours sur la foi du grand nombre, encore leur faut-il des garants accrédités : toute nouvelle induction de la doctrine même qu'ils professent, leur paroîtra toujours suspecte : c'est qu'ils n'ont que des idées empruntées, dont ils ne savent pas se rendre maîtres. Mais tous les Cartésiens ne leur ressemblent pas : il s'en trouve à qui il est donné de pouvoir penser par eux-mêmes, & il n'est pas possible qu'auprès



de ceux-ci le mouvement relatif ne soit pleinement justifié. Ne laissons pourtant pas de l'éclaircir encore , & d'en développer la nature.

Tout bon Philosophe convient présentement avec les Théologiens , que la conservation des Êtres créés , est une émanation de la toute-puissance de Dieu , que c'est une suite non interrompue de reproductions , une création continuellement réitérée : Or ce principe posé , représentons-nous la matiere dans le premier instant où il plaît à Dieu qu'elle existe ; tout ce que nous voyons alors , c'est que les parties qu'elle renferme se trouvent rangées dans un ordre purement arbitraire. Aussi à cet ordre en voyons-nous bien-tôt succéder un autre , & puis un autre encore , & ainsi de suite : c'est-à-dire qu'il nous paroît que chaque nouvelle création nous donne un nouvel arrangement , & qu'il n'y a point d'instant où l'action de Dieu ne tombe sur toutes les parties de la matiere à la fois. Mais que nous faudroit-il de plus pour fixer nos idées ? Il me semble que nous voilà présentement en état de sentir que les corps qu'on dit en mouvement , n'ont rien qui les distingue de ceux qu'on regarde comme en repos , ou bien il faudroit que nous nous figurassions que pendant que les uns seroient successivement créés dans différens endroits d'un espace fixe & immobile , & par conséquent distingué de la matiere , les autres se trouveroient continuellement recréés dans les mêmes endroits de ces espaces ; ce qui ne cadre-roit plus avec les saines idées de la nouvelle Philosophie : car selon nous , la matiere considérée dans sa totalité , n'est placée nulle part ; elle n'est renfermée qu'en elle-même. Tout nous oblige donc de reconnoître que les corps ne peuvent avoir d'état déterminé que relativement les



uns aux autres, & qu'ainsi tout mouvement est par lui-même respectif & réciproque.

En effet, il est évident que dès que Dieu reproduit un corps en le mettant dans une nouvelle situation à l'égard du reste de la matiere, il faut, selon le principe reçu, qu'il reproduise aussi le reste de la matiere, en lui faisant changer de situation à l'égard de ce corps. Enforte que tout ce qu'on peut alors supposer d'un côté, on peut également le supposer de l'autre.

Mais je ne dois pas dissimuler deux difficultés ingénieuses, dont on demande la solution, pour éclaircir davantage la nature du mouvement; voici la premiere: elle est un peu métaphysique. On dit, tout changement de rapport semble supposer un changement absolu. Il est sûr, par exemple, qu'aucun rapport de grandeur ne peut changer qu'il n'y ait ou une augmentation réelle, ou une diminution effective du côté des quantités comparées; il semble donc aussi que quand les corps changent entr'eux de rapports de distance, il doive arriver quelque changement absolu dans leur état. On ne peut pas nier que ce raisonnement n'ait quelque chose de spécieux. Cependant en y regardant de près on s'apperoit aisément que la parité qu'il renferme n'est point exacte, & qu'elle impose. En effet, dans un changement de rapport de grandeur, on n'a que les quantités comparées, sur quoi puisse tomber le changement absolu qui sert de fondement à la nouvelle relation; mais dans un changement de rapport de distance, si l'on a deux corps qui s'approchent ou qui s'éloignent l'un de l'autre, on a aussi l'espace qui les sépare, & qui par ses extentions & par ses rétrécissemens détermine leurs différens états relatifs. Ainsi ce n'est point du côté des corps, c'est



du côté de cet espace qu'il faut chercher le changement absolu qu'on veut trouver dans le mouvement. Représentons-nous deux corps éloignés l'un de l'autre ; & puis supposons que l'espace par lequel ils feroient séparés fût tout d'un coup anéanti : on voit bien qu'alors les deux corps venant à se toucher , changeroient d'état relatif sans que leur nouvelle relation supposât de leur côté aucun changement absolu. On voit aussi qu'il en seroit de même si après leur union un nouvel espace créé venoit tout-à-coup à les séparer. Or je dis que cela représenteroit parfaitement l'état où sont les choses ; car la matiere est anéantie pour tout lieu où elle cesse d'être , & elle est créée pour chaque lieu qu'elle vient occuper ; mais qu'on voulût avoir la cause des différentes relations successives que les corps ont entr'eux , je dis qu'il faudroit la chercher dans l'action de Dieu , qui , selon nos principes , tombe à chaque instant sur toutes les parties de la matiere à la fois , & les assujettit à une suite d'arrangemens variés , d'où naissent leurs différens états relatifs.

Venons présentement à la seconde difficulté : Elle tombe sur le mouvement considéré comme réciproque ; la voici telle qu'on la propose : que nous nous déterminions à changer de situation par rapport à notre lieu physique , aussi-tôt nous en changeons ; mais que ce soit notre lieu physique que nous voulions faire changer de situation par rapport à nous , l'acte de notre volonté n'est alors suivi d'aucun effet : pourquoi donc cette différence ? D'où peut-elle venir ? Car enfin si le mouvement est réciproque , tout doit l'être du côté de sa cause. De pareilles difficultés méritent d'être proposées ; aussi méritent-elles d'être éclaircies. Je réponds donc



qu'à la vérité tout doit être réciproque dans la cause qui produit le mouvement ; mais notre volonté ne le produit pas ; elle ne peut que l'occasionner : or toute cause occasionnelle est d'une institution purement arbitraire ; & il est établi qu'afin que nous puissions figurer à notre gré, avec les parties de notre lieu physique , il faut que notre volonté s'applique directement à nous.

Au reste , quand des corps changent entr'eux de relation , il ne faut pas croire que ceux du côté desquels est la cause du changement , soient les seuls qui puissent être censés se mouvoir : cela seroit bon , si les causes secondes étoient efficaces par elles-mêmes ; car il paroît que ce qui agit par sa propre vertu , ne peut jamais agir en distance ; mais pour nous nous ne connoissons dans la nature que de simples causes occasionnelles, & nous sçavons qu'il n'est nullement nécessaire que ce qui occasionne la détermination d'une cause réelle , se trouve du côté de chacun des sujets sur lesquels tombe l'effet que produit cette cause. Ajoûtons à cela que rien ne peut agir sur la matiere , sans la faire passer dans différens états à la fois. Imaginons-nous , par exemple , que je me trouvasse dans un Batteau , & que pendant que j'avancerois en suivant l'impulsion que je suppose qu'il me donneroit , je me déterminasse à aller de la Proue à la Poupe avec une vitesse égale à celle que j'aurois en sens contraire : Il est évident qu'en même tems que je changerois de place par rapport à mon lieu Physique , je me mettrois en repos par rapport à ceux qui pourroient me voir du rivage : c'est qu'à leur égard ce seroit le Batteau qui fuirait sous mes pas. Il arriveroit donc alors que par le même acte de ma volonté , je passerois dans deux états non-seulement différens , mais qui pa-



roïtroient même incompatibles, s'ils n'étoient purement relatifs.

Les doutes que nous pouvons avoir sur le mouvement relatif, ne doivent point nous embarrasser ; il nous fera toujours facile de les éclaircir : mais ce qui peut nous faire de la peine, ce sont nos préjugés. Ce que nous avons une fois crû, nous cessons difficilement de le croire. Ainsi jugeons-nous qu'il y a dans les corps qui sont censés se mouvoir, quelque chose de plus que dans ceux qu'on suppose en repos ; nous nous persuadons qu'il y a en eux une force qui ressemble à l'impression sensible que font sur nous les corps étrangers qui rencontrent le nôtre ; c'est-à-dire qu'il en est à peu près de cette force comme de la pesanteur que nous nous figurons être de même nature que l'effort qu'il nous en coûte pour nous mettre en équilibre avec les corps que nous voulons suspendre ; effort qui cependant ne peut appartenir qu'à notre ame ; mais nous sommes accoutumés à donner à tous les objets qui nous environnent des qualités semblables aux sentimens dont nous sommes affectés à leur occasion ; & ce qu'il y a de fâcheux, c'est que les erreurs des sens sont toujours celles dont il est le plus difficile de revenir. Qui ne consulteroit que la raison, n'auroit nulle peine à se persuader qu'il n'y a point d'autre force dans la matiere que la loi selon laquelle ses différentes parties doivent changer entr'elles de rapport de distance : c'est ce que peut rendre sensible une comparaison dont j'ai déjà fait naître l'idée : imaginons-nous deux corps représentés dans un miroir, où leurs images après s'être rencontrées, se sépareroient, ou bien iroient de compagnie, conformément aux loix de la communication des mouvemens ; il est



clair qu'il n'y auroit ni force ni effort dans tout cela , mais je dis qu'il n'y en auroit pas davantage du côté des deux corps représentés , auxquels je suppose qu'arriveroit ce que nous feroient voir leurs apparences.

Une autre source d'erreur , c'est que d'ordinaire nous jugeons de l'état des corps par rapport à la terre qui nous sert de lieu physique ; & en cela nous avons tort : car supposons qu'il y eût des Spectateurs dans quelque une des Planettes , & que de l'endroit où ils feroient , ils pussent appercevoir les mêmes objets que nous ; il est aisé de comprendre que souvent ils verroient en repos ce que nous jugerions en mouvement , & qu'ils jugeroient en mouvement ce qui nous paroîtroit en repos.

On ne peut donc , sans se tromper , juger de l'état des corps par rapport à quelque lieu physique que ce soit. En effet , qu'un boulet de Canon en obéissant à l'impression de la poudre , cessât de suivre celle du mouvement de la terre ; il est certain que le boulet dans cet état nous paroîtroit se mouvoir , & cela , parce que nous le verrions répondre successivement à différentes parties d'un espace que nous jugerions ne point changer de place ; mais un Astronome penseroit autrement que nous ; accoutumé à former son lieu physique de l'assemblage des étoiles fixes , il jugeroit le boulet arrêté , & supposeroit qu'au-dessous se déroberoit la surface de la terre. Or je dis que sa méprise seroit égale à la nôtre ; car ce qu'il regarderoit comme fixe , n'a nul caractère de stabilité qui le distingue du lieu que nous occupons. Nous ne sommes pas sûrs que toutes les étoiles soient toujours dans la même situation les unes à l'égard des autres ; mais quand elles conserveroient toujours entre elles les mêmes rapports de distance , je ne vois pas qu'on



en pût conclure autre chose , sinon qu'elles se trouveroient dans le cas où se trouvent les parties de tout corps solide ; leur repos seroit relatif. On aura donc beau prendre leur assemblage pour le lieu physique de tous les corps qui sont à la portée de nos sens , nous serons toujours en droit de regarder ce lieu , comme un corps particulier , capable lui-même de changer d'état par rapport à quelqu'autre espace plus étendu , dans lequel , si bon nous semble , nous le supposons renfermé ; car quelles bornes peut-on donner à l'Univers ? Ajoûtons à cela que quelque supposition que l'on fasse , l'état d'aucun lieu physique ne peut jamais être déterminé ; car s'il est vrai , comme je l'ai déjà fait voir , que la masse totale de la matiere ne soit ni absolument en repos , ni absolument en mouvement , on doit convenir que quand toutes ses parties se trouveroient dans un parfait repos relatif , le tout n'en deviendrait pas plus propre à former un lieu physique sur l'état duquel on pût rien statuer. Ainsi que dans cette supposition un seul Atome vint à se mouvoir par rapport à tout le reste ; on pourroit dire , si l'on vouloit , que tout le reste seroit en mouvement par rapport à l'Atome ; De même en reprenant le boulet qui , selon la supposition que j'ai faite , nous paroîtroit aller d'Orient en Occident avec la même vitesse qu'un Astronome donneroit à la terre d'Occident en Orient , on voit bien que si dans ce cas le boulet rencontroit un autre corps auquel il communiquât toute sa vitesse , alors l'Astronome pourroit dire que ce seroit ce corps-là même qui communiqueroit toute la sienne au boulet , & qu'après il ne changeroit de rapport de distance avec les parties de la surface de la terre , que parce que la terre continueroit de se mouvoir.

Tout



Tout cela doit entrer aisément dans l'esprit de ceux qui sont accoutumés à penser ; ils voyent bien que puisque le mouvement n'est dans les corps qu'un simple changement de rapport de distance, il faut de nécessité qu'il y soit réciproque.

Pour ne nous point tromper , il faudroit que nous ne regardassions les différentes parties de la matiere , que comme feroit une pure intelligence spectatrice de l'Univers entier , & qui ne feroit attachée à aucun lieu physique ; c'est qu'alors , comme rien ne nous serviroit de point fixe , nous n'aurions nulle peine à concevoir que tout est respectif dans le mouvement ; je veux dire que nous jugerions , par exemple , qu'on pourroit également penser que c'est la terre qui se meut , ou que ce sont les Cieux qui tournent autour de la terre : toute hypothese , toute supposition nous paroîtroit également fondée : c'est ce que semble vouloir nous faire entendre M. Descartes , quand il nous dit que le *mouvement est l'éloignement d'un corps du voisinage de ceux qui le touchent immédiatement , & qu'on regarde comme en repos*. En effet , pourquoi veut-il que pour juger de l'état d'un corps , on ne fasse pas attention à ceux qui sont éloignés de lui , comme à ceux qui lui sont immédiatement appliqués ? C'est qu'il arrive souvent que lorsqu'avec les uns il a des rapports de distance successifs , il en a de permanens avec les autres. Pourquoi veut-il encore qu'on suppose en repos le lieu extérieur qu'il lui plaît de donner aux corps qui se meuvent ? C'est que l'étendue & la matiere étant une même chose , on ne peut admettre aucun point fixe dans la nature , & qu'ainsi quand les corps ont entr'eux des rapports de distance successifs , le mouvement ne peut être attribué aux uns



plûtôt qu'aux autres que par supposition.

C'est ainsi que raisonnera tout Philosophe exact , & qui sçaura se rendre maître du principe fondamental de la nouvelle Philosophie ; car si l'étendue créée est la seule qu'on puisse supposer dans la nature , il faut de nécessité convenir qu'un corps ne peut être ni en repos , ni en mouvement , que relativement aux autres corps dont chacun lui sert de lieu physique , comme il en sert lui-même à chacun des autres.

Et dans le fond , quel autre lieu pourroit-on raisonnablement donner à la matière ? Que seroit-ce que ces espaces où l'ancienne Philosophie prétend la renfermer ? On auroit assez de peine à le dire ; il est vrai que ceux qui les admettent essayent de les définir. Les uns disent que c'est un rien étendu dont les dimensions sont positives , d'autres que c'est un Être réel qui n'est pourtant pas une substance , d'autres que c'est l'immensité même de Dieu : & tout cela se dit sérieusement ; mais que nous importe ? Qu'on définisse comme on voudra l'espace incréé , il restera toujours à nous faire voir que cet espace existe ; car enfin , rien ne manifeste son existence. On sçait que les Philosophes qui se déclarent pour la plénitude universelle , sont obligés de reconnoître qu'ils n'ont jamais apperçû que l'étendue de la matière ; on sçait de plus que nulle opération de la nature n'annonce le vuide ; il seroit donc inutile de le produire ici contre nous , nous ne l'admettrons que quand on fournira ses titres : peut-être aussi ceux qui l'admettent ne le font-ils que parce qu'ils sont déjà prévenus que l'état des corps doit être déterminé : car s'il faut que les corps soient ou absolument en repos , ou absolument en mouvement , il est nécessaire de leur trouver un lieu fixe , &



distingué de la matiere, dont les parties n'ont nulle stabilité. Les erreurs se tiennent comme les vérités ; aussi est-ce par-là qu'il est aisé de les reconnoître. On s'assure qu'il n'y a rien d'absolu ni dans le mouvement , ni dans le repos , parce qu'il est manifeste que l'étendue fixe qu'on suppose renfermer les corps , & qui seule pourroit déterminer leur état , ne peut être raisonnablement admise de quelque maniere qu'on la conçoive. En effet, vouloir que cette étendue soit un néant , ou un rien qui puisse se mesurer , & où l'on puisse distinguer des parties de différentes figures , ou de différente grandeur , ou bien vouloir que ce soit un Estre qui subsiste par lui-même , & refuser en même tems de le mettre au rang des substances , ce sont deux opinions dont on sent d'abord le ridicule. Mais ce seroit bien pis de confondre cette étendue incréée avec l'immensité Divine : C'est que comme chaque corps a son lieu particulier , il s'ensuivroit qu'il y auroit en Dieu des parties distinguées les unes des autres ; ce qui le dégraderoit , ce qui le feroit déroger à sa simplicité.

Attachons-nous à des principes moins dangereux & plus solides. Reconnoissons que tout espace est espace créé. Ce sera sur ce pied-là que nous admettrons le vuide : car , comme je l'ai déjà dit , le vuide conçu sous l'idée qu'on doit s'en former , n'est que la matiere dépouillée de qualités sensibles , & réduite à n'avoir que ce qu'elle tire de son propre fond. En effet , ôtons-en les couleurs , les sons , les odeurs , la force , les tendances , en un mot tout ce qui nous en fait distinguer les différentes parties , que nous offrira-t-elle alors ? Une simple étendue , un espace divisible & mesurable.

Il semble qu'on soit à l'égard du vuide dans le même



préjugé, où l'on est à l'égard du tems, quand on le regarde comme renfermant l'existence successive des Estres créés : c'est qu'à proprement parler, le tems est la succession même attachée à l'existence de la créature : \* car le tems a commencé, & il finiroit aussi dans la supposition que la créature fut anéantie. De même on s' imagine que le vuide est le lieu des corps, qu'il les renferme, quoique les corps & le vuide soient précisément la même chose : car l'Univers anéanti, s'il restoit encore quelque lieu, quelque'espace, ce qui resteroit, seroit immuable & nécessaire, ce seroit quelque chose que Dieu ne pourroit détruire, & qui se déroberoit à sa souveraine puissance : dépendance fâcheuse de l'idée qu'on se forme du vuide ; aussi cela seul suffiroit-il pour nous faire rejeter l'opinion commune. Ne feignons donc point de reconnoître que tout lieu, que tout espace est créé ; mais ce principe une fois admis, nous concluerons sans peine que les corps se servant mutuellement de lieu physique, il faut que tout mouvement soit par lui-même respectif & réciproque.

Ce qui devoit faire impression sur l'esprit de ceux qui défendent le mouvement absolu, c'est l'embarras où ils voyent que sont les Philosophes, quand ils veulent déterminer l'état de chaque corps en particulier. On voit même que les Défenseurs du vuide ne sçavent alors

\* On se figure par une erreur d'imagination qu'indépendamment de l'existence des créatures, il y a une certaine durée successive, qui n'a point eu de commencement, & qui ne peut avoir de fin. C'est même de cette durée qu'on forme l'Eternité de Dieu ; comme si l'Estre infiniment parfait pouvoit éprouver quelque succession, lui qui possède son Estre

tout à la fois. Ayons des idées plus saines, Dieu n'a point été, il ne sera point, mais il est. Pour la créature, elle ne jouit de son existence qu'en détail : nous n'existons pas encore pour l'avenir, & nous ne sommes pour le présent, qu'en cessant d'être pour le passé ; nous nous succedons continuellement à nous-mêmes.



comment s'y prendre; ils ont beau se représenter la matiere comme renfermée dans des espaces immobiles, ils n'en font pas plus avancés pour cela: car comment peuvent-ils connoître la nature des rapports que les corps ont avec les parties de ces espaces, sur lesquels nos sens n'ont point de prise? Comment peuvent-ils s'assurer si ces rapports sont permanens ou successifs? Cela ne leur est nullement possible; mais les nouveaux Philosophes ne sont pas même dans le cas de l'incertitude à cet égard, car dès qu'ils sçavent qu'il n'y a point d'autre étendue que celle de la matiere; il est clair que s'ils veulent s'en rapporter à leurs propres idées, il faut qu'ils reconnoissent que l'état des corps est non-seulement indéterminé par rapport à nous; mais qu'il est encore indéterminable en lui-même.

Je suis sûr qu'il n'y a point de Cartésien dévoué à l'erreur du mouvement absolu, qui ayant fait cette réflexion, n'ait souvent été tenté de reconnoître un espace distingué de la matiere; mais l'embarras, c'est qu'on sent bien que si la matiere est autre chose que de l'étendue, il ne faut plus la restreindre à n'avoir pour propriétés que des figures & de simples changemens de rapports de distance, & dès-lors on n'est plus en droit de lui refuser ni les forces, ni les vertus, ni les qualités sensibles dont le Cartésianisme la dépouille. Il faut même souffrir qu'on réhabilite les causes secondes, les qualités ocultes, & les formes substantielles: car tout cela peut fort bien être l'appanage de ce qui constitue l'essence de la matiere, si la matiere & l'étendue ne sont plus une même chose. Vous trouveriez à la vérité des Cartésiens que cela n'embarrasseroit pas beaucoup, les idées philosophiques se trouvent pêle mêle dans leur es-



prit ; c'est le hazard qui les y assemble ; tout systême lié dans ses parties les fatiguerait ; ils philosophent commodément ; ils reçoivent volontiers les principes qui leur conviennent ; mais aussi ont-ils soin d'en rejeter les conséquences , quand elles ne les accommodent pas. Supposons donc que des Philosophes de ce caractère admissent une autre étendue que celle des corps , je soutiens qu'ils n'y trouveroient pas encore leur compte : car j'ai trop accordé à ceux qui défendent le vuide , quand j'ai dit qu'en admettant un espace distingué de la matiere , ils avoient de quoi caractériser le mouvement absolu. En effet , quand on leur passeroit leur supposition , cela ne les avanceroit de rien : Il est clair qu'afin qu'ils pussent trouver quelque chose d'absolu dans l'état des corps , il ne suffiroit pas que toutes les parties de l'espace auquel ils ont recours , fussent dans un parfait repos relatif ; il faudroit encore que l'état de l'espace entier fût lui-même déterminé. Mais d'où pourroit venir sa détermination ? Car on convient de ce principe , qu'il ne peut y avoir ni repos ni mouvement sans relation externe , sans rapport de distance ou permanent , ou successif : l'espace qui ne seroit pas matiere , seroit donc dans le cas où , selon nous , se trouveroit tout corps particulier qui existeroit seul , & qui n'ayant aucun lieu extérieur aux parties duquel il pût répondre , ne pourroit être dit ni en mouvement , ni en repos. Les Cartésiens , ceux à qui nous avons affaire , auroient donc bien tort de recourir à l'espace imaginé par les anciens Philosophes , ils ne pourroient l'admettre qu'en pure perte pour eux ; ainsi toute ressource leur manque de ce côté-là. Jugeons donc où ils en feroient , si après s'être instruits des raisons qui nous font déclarer pour le mouvement relatif , ils se trouvoient obligés à



leur tour de nous développer leurs idées , & de nous faire voir sur quels principes ils prétendent établir le mouvement absolu. Je crois qu'il y auroit du plaisir à les suivre : ce seroit un grand hazard s'ils s'accordoient mieux entr'eux , qu'ils ne s'accordent avec eux-mêmes. Dispensons-les cependant de s'expliquer , qu'ils s'en tiennent à des décisions vagues , autorisées des préjugés vulgaires , & qu'ils ne mettent point au jour les raisons qui les font décider ; ils n'intéressent déjà que trop l'honneur du Cartésianisme. Laissons-les penser à leur manière. Eh que nous importe de sçavoir ce qu'ils pensent ! peut-être ne le sçavent-ils pas eux-mêmes. N'occasionnons point de nouveaux reproches à la Philosophie de M. Descartes ; nous ne sçaurions ménager ses intérêts avec trop de soin ; de nouveaux ennemis , mais dangereux , s'élèvent pour la combattre , & ceux qui devroient prendre sa défense , sont sur le point de lui échapper. Il se trouve à présent moins de Philosophes qu'on ne pense ; nous avons d'habiles gens en tout genre , il est vrai ; mais un talent n'annonce pas toujours tous les autres. Voyez les illustres Emules des sçavans de notre Nation ; quels progrès ne font-ils pas dans les Arts ? La Géométrie semble n'avoir rien de caché pour eux , tout paroît soumis à leurs calculs ; mais écoutez-les philosopher , vous ne les reconnoissez plus ; ce ne sont plus les mêmes hommes. C'est que dans la recherche des vérités abstraites , l'esprit est entièrement abandonné à lui-même , nulle voye mécanique ne peut alors le conduire , tout lui fait même obstacle , s'il n'a la force de s'élever au-dessus des impressions sensibles , & de se dépouiller des préventions qu'il confond avec les notions communes , & qui semblent lui être inspirées par la nature même. Aussi ceux que les



idées métaphysiques n'accroissent pas, font-ils en sûreté; ils ne doivent point craindre que les principes abstraits, qu'on oppose à leurs préjugés, puissent prévaloir dans l'esprit du commun des hommes. Pour les préventions que favorisent les sens & l'imagination, elles sont toujours bien reçues; elles obtiennent aisément les suffrages, & de ceux qui ne savent rien, & de ceux qui ne sont que sçavans; il faut s'y attendre, ce mal est nécessaire; mais ce qu'il y a de plus fâcheux, c'est que la science même sert souvent de passeport à l'erreur. Un homme aura de meilleurs yeux que les autres; il aura épié avec persévérance ce qu'il y a de délié dans les opérations de la nature, & ce qui communément doit échapper; en voilà assez pour lui faire obtenir un titre; il s'en prévaut, il décide, & souvent au hasard; il n'importe; on se rend à ses décisions, le préjugé est pour lui; c'est-à-dire que parce qu'il a mieux vu que les autres, on croit qu'il sçait mieux penser. Des gens par un travail assidu se seront rendu familiers certains caractères symboliques; ils sçauront les ranger & les combiner suivant les règles invariables de leur Art; si le hasard veut que dans leur chemin ils rencontrent quelque singularité dont on ne soit pas encore instruit; en voilà assez pour les mettre en crédit; qu'ils parlent bien ou mal, & sur ce qu'ils voudront; leur nom décidera, si la raison n'est pas pour eux.

Ceux qui exercent leur esprit sur des sujets palpables, ont un grand avantage, ils surprennent aisément & l'estime & la confiance des personnes dont les lumières sont renfermées dans la Sphere des idées sensibles, je veux dire qu'ils ne peuvent guères manquer d'avoir un grand nombre d'Approbateurs: on est intéressé à faire valoir



valoir en eux un mérite auquel on se flatte de pouvoir atteindre ; les approuver , c'est s'estimer soi-même , ainsi tout leur est favorable ; & avec des talens souvent médiocres , ils ont le bonheur d'être plus de mise qu'ils ne le feroient avec de rares qualités. Pour nous , ne soyons point les dupes des préventions vulgaires ; songeons qu'il est toujours aisé d'apprendre , il n'en coûte que de le vouloir : Aussi combien voyons-nous de gens , de qui l'on pourroit dire qu'ils sçauroient tout , s'il ne leur manquoit de sçavoir penser : mais le malheur , c'est que l'élevation du génie n'est pas toujours le fruit de la science. Il est vrai qu'il y a des Arts qui aident l'esprit dans ses opérations , & qui , pour ainsi dire , le fertilisent , & lui font produire tout ce qu'il peut tirer de son propre fond , du moins faut-il convenir que la Géométrie lui procure cet avantage ; ses méthodes lui présentent les rapports de toutes les idées auxquelles il est en état d'atteindre ; elles le conduisent , elles le guident dans ses démarches ; mais malgré cela , nous ne voyons que trop qu'elles ne lui donnent ni plus de force , ni plus d'élevation : la facilité de s'élever au-dessus des idées sensibles & des conceptions communes , est toujours un présent de la nature. Heureux qui se trouve favorisé de ce côté-là ; mais plus heureux encore celui qui sur un génie élevé ente un esprit géométrique ; il peut tout se promettre , & nous devons tout attendre de lui. Où M. Descartes n'a-t-il pas porté ses vûes , conduit par ce double esprit ? Car ne lui reprochons plus l'obscurité affectée qu'il jette sur la nature du mouvement ; il s'explique assez pour qui veut l'entendre , \* rendons-lui

\* Il dit Article 24. 2. Partie de | même tems change de lieu & n'en  
ses principes , comme une chose en | change point , de même nous pou-



justice ; c'est de lui qu'on tient le mouvement relatif & réciproque. C'est aussi de lui que nous tenons toutes les vérités abstraites qui dissipent les erreurs de nos sens, & celles de notre imagination. Nous n'avons présentement que le mérite de nous prêter à ses lumières : Ayons de la reconnoissance ; il nous épargne un travail qui peut-être seroit au-dessus de nos forces.

Il est certain que la Géométrie a d'abord contribué à la naissance de la Philosophie Cartésienne ; ajoutons qu'elle a aussi servi à son établissement : Pourquoi donc par un fâcheux retour, en arrête-t-elle à présent les progrès ? C'est que nos Géomètres se renferment tellement dans leur Art, que leur esprit ne trouve plus de prise à ce qui se dérobe à leur imagination. Ce n'est pas tout, ils tombent dans un abus qui les conduit nécessairement à l'erreur ; ils font des suppositions pour se mettre en état de suivre plus aisément leurs méthodes, & pour faciliter l'application de leurs règles ; mais leurs suppositions sont-elles faites ? ils les réalisent, & les donnent pour des principes : veulent-ils, par exemple, faire mouvoir les corps librement ? Ils les regardent comme renfermés dans un espace dégagé de toute matière, & puis ils tirent de-là qu'il y a du vuide dans la nature, ou du moins qu'il y en peut avoir. Si quelquefois pour éviter

vons dire qu'en même tems elle se meut & ne se meut point ; & plus bas Article 29. il (le mouvement) est réciproque, & nous ne saurions concevoir que le corps A B soit transporté du voisinage du corps C D que nous ne sachions aussi que le corps C D est transporté du voisinage du corps A B, & qu'il faut autant d'action pour l'un que pour l'autre, tellement que lorsque nous ver-

rons que deux corps qui se touchent immédiatement, seront transportés l'un d'un côté, & l'autre d'un autre, & seront réciproquement séparés, nous ne ferons point difficulté de dire qu'il y a autant de mouvement en l'un qu'en l'autre. J'avoue qu'en cela nous nous éloignerons beaucoup de la façon de parler qui est en usage.



d'entrer dans des discussions inutiles , ils supposent de la pesanteur , de la force , & des tendances dans les corps , aussi-tôt ils en concluent que tout cela doit s'y trouver à titre de qualités réelles. Ils s'y prennent de même par rapport à l'état de la matiere ; ils le déterminent d'abord par supposition , & le regardent après cela comme absolument déterminé. On voit bien qu'en voilà plus qu'il n'en faut pour les engager à proscrire le Cartésianisme dans son entier ; car n'en détachât-t-on qu'un seul principe , il faudroit que tous les autres tombassent d'eux-mêmes ; mais cette dépendance mutuelle de toutes ses parties n'est pas ce qui fait son moindre mérite.

Au reste , les suppositions qu'on ne donne que pour ce qu'elles sont , ont toujours leur utilité ; elles soulagent notre imagination en fixant nos idées. Les opérations physiques demandent souvent qu'on en fasse , & alors c'est aux plus simples qu'on doit s'attacher. Ainsi que je voulusse faire des expériences pour justifier les loix du mouvement , je commencerois par supposer la terre en repos ; car autrement je ne pourrois avoir que des mouvemens compliqués , dont l'examen fatigueroit plutôt l'esprit qu'il ne l'éclaireroit. Mais si je voulois établir le Systême du monde , je ferois le contraire ; je supposerois la terre en mouvement ; c'est que le jeu mécanique des parties de l'Univers en deviendroit plus facile à suivre , & puis cette supposition fourniroit même plus d'uniformité. Car dès qu'on fait mouvoir les Planettes , pourquoi une seule se trouveroit-elle exceptée ? Mais avec tout cela je ne ferois que des suppositions , & si je prenois les plus simples , ce ne seroit que parce que je les trouverois les plus commodes : c'est que rien ne m'obligeroit absolument à leur donner la préférence.



En effet, quelque supposition qu'on voulût faire, on trouveroit toujours un mécanisme qui s'ajusteroit parfaitement aux loix de la communication des mouvemens, à celles que l'expérience nous a fait découvrir. Il est vrai que toutes autres loix se fussent continuellement démenties dans les différens états, où peuvent être supposées les différentes parties de la matiere, comme je le ferai voir dans la Dissertation suivante, & peut-être paroîtra-t-il étonnant qu'entre une infinité de loix possibles que Dieu pouvoit choisir, supposé que le mouvement soit quelque chose d'absolu, son choix soit justement tombé sur les seules que pouvoit comporter l'hypothèse du mouvement relatif. Si cette hypothèse est fautive, l'erreur est trop favorisée.

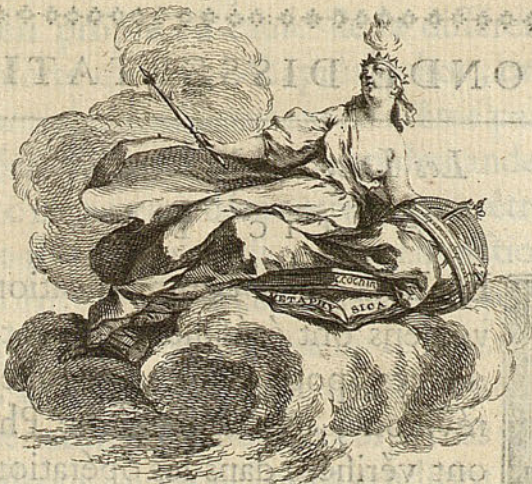
Mais il me reste à examiner ce qui peut produire le mouvement, & de quelle maniere il se communique; deux questions, dont voici ce me semble la résolution: on voit d'abord que le principe du mouvement ne peut se trouver dans les corps, qu'il ne doit point être mis au rang de leurs qualités; car toute qualité est nécessairement attachée à quelque sujet particulier. Or, puisque le mouvement est toujours respectif & réciproque, il s'ensuit que quand deux corps changent entr'eux de rapports de distance, la vertu motrice n'est pas plus la qualité de l'un que la qualité de l'autre, & qu'ainsi elle n'est la qualité ni de l'un ni de l'autre. Le principe du mouvement est donc un principe général, il ne faut donc le chercher que dans la volonté toute-puissante d'un Estre supérieur, qui range à son gré toutes les parties de l'Univers, & qui met entr'elles tous les rapports que bon lui semble.

De-là il suit qu'un corps n'en peut mouvoir un autre,



il ne peut que lui occasionner du mouvement ; mais comment lui en occasionnera-t-il ? On croiroit d'abord que pour le découvrir il feroit nécessaire de consulter l'expérience ; car toute occasion physique semble n'être déterminée que par une institution purement arbitraire. Cependant regardons-y de près, nous nous appercevrons bien-tôt que la rencontre des corps peut seule être la cause de la distribution du mouvement, du moins s'il faut que cette cause soit générale. En effet, supposons qu'il y eût une loi par laquelle tous les corps dussent ou s'attirer ou se repousser en se présentant simplement les uns aux autres ; il est clair que comme l'attraction ou l'expulsion seroit réciproque de toute part, tout demeureroit en équilibre, & qu'ainsi le mouvement seroit détruit par la loi même, suivant laquelle nous voudrions qu'il se communiquât.

On voit donc présentement ce que c'est que le mouvement, quelle est sa cause, & comment il se communique.



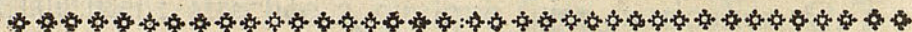




*Cochin filius inv. et Sculp.*

# PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA NATURE,

APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE,  
ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



## SECONDE DISSERTATION.

*Les Loix du Mouvement.*

### ARTICLE I.



Es Loix de la communication des mouvemens ont été justifiées par trop d'expériences, pour être présentement sujettes à révision ; une infinité de Physiciens les ont vérifiées dans les opérations mécaniques de la nature ; mais quand nous nous mêlerions de les



vérifier à notre tour, quelle nouvelle assurance pourroit-on prendre sur notre travail ? Nous ne sommes ni plus adroits, ni plus exacts que les autres, & puis on voudroit encore s'assurer de la validité de notre témoignage ; ainsi ce seroit toujours à recommencer : Ne feignons donc point de nous rendre à des vérités de fait attestées par tout ce que nous avons de Physiciens artistes, songeons plutôt à entrer dans les vûes des Philosophes modernes, & essayons de les satisfaire sur ce qu'ils peuvent attendre de nous ; ils ne se contentent pas qu'on puisse trouver mécaniquement les loix suivant lesquelles le mouvement se communique, il veulent qu'on établisse ces loix sur des principes certains : peut-être ne l'a-t-on point encore fait ; il est vrai que quelques Géomètres croient leur donner un fondement solide en posant pour principe, que dans le choc des corps, la réaction est toujours égale à l'action, découverte qui certainement n'a pas dû leur coûter beaucoup ; car leur principe d'où le tirent-ils ? De l'expérience qui fait voir que quand un corps en rencontre un autre, le mouvement qu'il lui donne en avant, il le reçoit lui-même en arrière aux dépens du sien propre, à cause de la différence des directions ; en sorte qu'avant & après le choc, on a toujours la même quantité de mouvement de même part ; or comme c'est-là précisément le fait dont on demande la raison, le supposer, c'est ne rien démontrer ; peut-être ces Géomètres diront-ils que ce qu'ils nomment action & réaction dans les corps qui se rencontrent, n'est pas comme nous l'entendons la loi suivant laquelle le mouvement se communique, ils diront peut-être que c'est une force réelle, une qualité intime attachée aux corps mûs : qu'ils disent ce qu'ils voudront, nous ne nous rendrons pas difficiles sur



ce point ; nous leur passerons s'ils veulent , que les corps ont en eux une certaine puissance , une certaine vertu qu'ils nommeront comme il leur plaira , ce que nous ne passerions pourtant pas à des Cartésiens ; car si la force pouvoit être une propriété de la matiere , il est clair que la matiere seroit autre chose que de l'étendue , puisque l'étendue n'est capable que de figures & de changemens de rapports de distance , ainsi tout le systême de M. Descartes seroit renversé , & l'on ne pourroit plus refuser à la matiere , ni les vertus , ni les qualités dont l'ancienne école fait dépendre les opérations de la nature ; mais les Géomètres dont je parle , ne sont point partisans de la Philosophie moderne , ainsi on peut se prêter à leurs idées , sans que cela tire à conséquence ; supposé donc qu'ils voulussent que quand deux corps se rencontrent , l'action & la réaction fussent cette espece d'effort qu'ils nous paroissent faire l'un contre l'autre en sens contraire , je leur soutiendrois que leur maniere de raisonner n'en seroit pas moins vicieuse , car du moins faudroit-il qu'ils convinssent que la force qu'ils mettroient dans la matiere , ne pourroit se manifester que par ses effets ; ainsi l'assurance qu'ils auroient de l'égalité des efforts différens que produiroit la rencontre des corps , seroit uniquement fondée sur l'égalité des mouvemens contraires dont l'expérience nous fait voir que leur choc est toujours suivi ; ce ne seroit donc pas du principe sur lequel ils s'appuyent , que se pourroit tirer la loi fondamentale de la communication des mouvemens , ce seroit au contraire de cette loi là même , que se tireroit leur principe ; aussi ce cercle vicieux , que n'ont sçu éviter ceux qui sont simplement à portée des calculs géométriques , leur a-t-il été reproché par les Philosophes Géomètres , par ceux qui sçavent calculer & penser.

Les



Les loix suivant lesquelles le mouvement se communique , doivent donc être établies sur d'autres fondemens que ceux qu'on leur a donnés jusqu'à présent ; il faut tirer ces loix du sein même de la nature : c'est ce que nous allons essayer de faire.

## ARTICLE II.

Tous les corps qui nous environnent , nous servent de lieu extérieur ; mais nous prenons pour notre lieu physique , l'assemblage de ceux à l'égard desquels nous ne changeons de situation , que quand nous faisons une sorte d'effort pour en changer.

## ARTICLE III.

Notre lieu physique se présente toujours à nos sens dans un état fixe & déterminé, nous le voyons toujours en repos ; ainsi dès que conjointement avec nous , il vient à se déranger par rapport à d'autres corps , ce sont ces corps-là qui nous paroissent se mouvoir, non suivant la direction du mouvement qui nous est propre, mais avec une direction contraire ; c'est ainsi qu'à notre égard le Ciel tourne d'Orient en Occident , pendant qu'à l'égard de l'Astronome , c'est nous-mêmes qui tournons , mais d'Occident en Orient.

## ARTICLE IV.

Un corps qui change de rapport de distance à l'égard de quelqu'autre corps qu'on regarde comme fixe & immobile , est censé se mouvoir d'un mouvement absolu , & son mouvement est alors le produit de sa masse par sa vitesse ; mais comme l'état d'aucun lieu physique ne peut être absolument déterminé , & qu'à proprement parler ,



tout changement de rapport de distance est relatif & réciproque , ce n'est jamais qu'hypotetiquement que le mouvement absolu peut être admis par des Philosophes exacts & accoutumés à n'attribuer à la matiere que les propriétés qui lui conviennent; il n'y a donc rien de réel ni de déterminé dans le mouvement , que la vitesse respective avec laquelle les corps s'approchent ou s'éloignent les uns des autres ; cependant comme les Géomètres ordinaires sont peu familiarisés avec les saines idées que nous fournit la Philosophie moderne sur la nature du mouvement , nous justifierons & nous analyserons les effets que doit produire la rencontre des corps , en nous appuyant également sur les deux différentes opinions qui nous partagent aujourd'hui.

## ARTICLE V.

Quand deux corps changent entr'eux de rapport de distance , leur mouvement respectif peut toujours nous offrir cinq apparences différentes ; ainsi que A & B , par exemple , s'approchent l'un de l'autre , je dis qu'alors il peut paroître que c'est A qui va chercher B , ou que c'est B qui vient chercher A , ou qu'ils avancent tous deux avec des directions contraires , ou qu'ayant la même direction , c'est A qui fuit B & qui s'en approche , ou enfin que c'est B qui fuit A & qui vient le joindre ; ces différentes apparences dépendent de l'état où se trouve le lieu physique du spectateur.

Pour rendre ce que je dis plus sensible , je nomme V toute vitesse respective , les signes  $+$  &  $-$  marqueront les différentes directions du mouvement , & quand le caractère qui désignera la vitesse , regardée ou comme absolue , ou comme relative , ne sera affecté d'aucun



signe , ce caractère fera censé être précédé du signe  $+$  ;  
 enfin O exprimera l'état des corps , lorsque nous les sup-  
 poserons en repos : Cela posé , imaginons-nous que pen-  
 dant que je serois placé dans un bateau qui répondroit  
 à un point quelconque F, *Figure 1.* A , partit de ce point  
 avec la direction  $+$  & que dans son chemin il rencon-  
 trât B en repos au point G , on voit bien que si le bateau  
 que je nommerai ici N , gardoit constamment le mê-  
 me rapport de distance avec F , les corps A & B me pa-  
 roîtroient dans le même état où les verroient ceux à qui  
 le rivage serviroit de lieu physique , ainsi NO me don-  
 nerait  $A + V : BO$  ; mais que je voulusse renverser  
 cette apparence , il est clair que je n'aurois qu'à donner  
 à N un mouvement semblable à celui du corps A ; c'est  
 qu'alors mon lieu physique rendant sa vitesse aux deux  
 corps avec une direction contraire à celle de son mou-  
 vement propre , je n'aurois plus  $A + V : BO$  , j'aurois  
 $A + V - V : B - V$  ou  $AO : B - V$  ; c'est-à-dire , que  
 quand N seroit arrivé en D , extrémité de la ligne ND ,  
 que je suppose égale & parallèle à FG , B me paroîtroit  
 avoir décrit la ligne HG égale à GF ; je jugerois donc  
 que ce corps seroit venu joindre A en repos au point G ;  
 car A n'auroit point changé de situation à mon égard ,  
 il ne se trouveroit dérangé par rapport au rivage , que parce  
 que le rivage auroit eu le même mouvement que le corps  
 B , & se seroit mû avec la vitesse  $- V$  ; les autres appa-  
 rences ne seroient pas plus difficiles à trouver ; on voit  
 par exemple , que  $N + \frac{1}{2} V$  donneroit  $A + \frac{1}{2} V : B - \frac{1}{2} V$  ,  
 en sorte que les deux corps s'approcheroient l'un de l'au-  
 tre ; on voit de même que  $N - V$  donneroit  $A + 2V :$   
 $B + V$  ; c'est-à-dire que N reculant avec la vitesse  $- V$  ,  
 A & B auroient la direction  $+$  , & que A iroit joindre



B, à cause de l'inégalité des vitesses; on voit aussi que  $N + 2V$  rendroit  $A - V : B - 2V$ , de manière que A & B suivroient la direction — avec des vitesses inégales, & que ce seroit B qui viendrait trouver A.

## ARTICLE VI.

Mais de ces cinq apparences différentes, quelle seroit celle qui nous offriroit l'état absolu des deux corps? Je n'en sçais rien, peut-être aucune ne nous le représenteroit-elle; ce qu'il y a de certain, c'est que la première seroit fautive pour ceux qui se trouveroient sur le rivage aussi-bien que pour moi; car le corps B ne nous paroîtroit en repos, que parce qu'il suivroit exactement l'impression du mouvement de la terre; dès que notre lieu physique se meut, il faut de nécessité que toute apparence nous impose, je veux dire, que l'état où nous voyons les corps est toujours différent de leur état absolu.

## ARTICLE VII.

Sur ce pied-là, je trouve que c'est un grand hazard, que l'expérience nous ait mis à portée de développer les loix du mouvement; nous ne pouvions guères nous flatter que sur ce point, les apparences dussent répondre à la réalité; en effet, si l'on veut que le mouvement soit quelque chose d'absolu, il faut nécessairement reconnoître que les loix suivant lesquelles il se communique sont arbitraires dans leur origine, & de plus qu'il y en avoit une infinité de possibles qui auroient été générales sans le paroître, & dont par conséquent nous n'aurions pu nous assurer, quelque observation que nous eussions pu faire; supposons, par exemple, qu'il fût établi que



quand un corps en rencontreroit un autre en repos, & qui lui feroit égal, il ne pût l'obliger à changer de place, mais que son action retombant sur lui-même, il réjaillit avec toute sa vitesse primitive; je dis qu'il ne feroit pas possible qu'une telle loi parût par tout la même, & je le prouve; je prens deux corps égaux que A & B représenteront, & puis je suppose qu'un spectateur placé vers un des poles de la terre, vit A aller choquer B en suivant la direction  $+$ , & qu'ainsi, conformément à la loi, il eut de suite ces deux apparences,  $A + V : BO$  &  $A - V : BO$ ; je suppose que ces apparences répondissent exactement à l'état absolu des deux corps, la première avant leur rencontre, l'autre après qu'ils se feroient rencontrés; jusques-là rien n'embarrasseroit le spectateur, il auroit une loi que rien ne démentiroit encore; mais que nous vinssions ensuite à le transporter dans un climat plus voisin de l'Equateur, & que là, en obéissant à l'impression du mouvement de la terre, il eut précisément & la vitesse & la direction du corps A, il est clair que s'il appercevoit deux autres corps égaux M & N qui se rencontrassent de même que A & B, en sorte que leur vitesse respective exprimée par leur mouvement absolu, fut  $M + V : NO$ , alors le spectateur qui se supposeroit en repos, transporterait sa vitesse à ces deux corps, mais avec une direction contraire à la sienne propre; ainsi  $M + V : NO$ , deviendrait pour lui  $M + V - V : N - V$  ou  $MO : N - V$ ; c'est-à-dire qu'il lui paroîtroit que ce seroit N qui viendroit trouver M avec toute la vitesse respective des deux masses, ce qui rentreroit dans le cas de la loi; or comme je suppose que  $M + V : NO$ , avant le choc, donneroit  $M - V : NO$  après le choc, les deux corps étant con-



sidérés dans leur état absolu , on voit bien qu'afin que la loi pût paroître générale , il faudroit que  $MO : N - V$  parut rendre  $MO : N + V$  , ce qui n'arriveroit pourtant pas ; car la même cause qui transformeroit  $M + V : NO$  en  $MO : N - V$  transformeroit  $M - V : NO$  en  $M - 2V : N - V$  , enforte que le spectateur placé dans son nouveau lieu physique , auroit une nouvelle loi , il lui paroîtroit qu'un corps qui en viendrait frapper un autre qui lui feroit égal , lui communiqueroit le double de sa vitesse sans rien perdre de la sienne propre ; de même si vers les poles il avoit cette apparence  $A + V : BO$  avant le choc , &  $A - \frac{3}{4}V : B + \frac{1}{4}V$  après le choc , ce qu'on sçait être une des loix de M. Descartes , il est évident que transporté de nouveau dans le climat où je viens de supposer qu'il auroit la même vitesse , & la même direction que le corps A , il trouveroit que  $MO : N - V$  deviendrait après le choc  $M - \frac{3}{4}V : N - \frac{1}{4}V$  , & non pas  $M - \frac{1}{4}V : N + \frac{3}{4}V$  , comme le demanderoit la loi pour paroître générale , suivant l'Analogie des différentes directions.

Ce n'est pas tout , je dis que si de pareilles loix étoient établies , ce ne feroit pas seulement la différence des climats qui les défigureroit à notre égard , ce feroit encore la différence des saisons ; car si la terre se meut d'un mouvement uniforme , ce n'est qu'en tournant sur son axe , mais on sçait qu'elle change continuellement de vitesse en faisant sa révolution autour du Soleil , ce qui suffiroit pour donner à l'état absolu des corps , une suite de formes toujours trompeuses & toujours variées.

Je conclus donc que ceux qui ont trouvé le moyen d'analyser les loix du mouvement , en ne consultant que l'expérience , ont été plus heureux qu'ils ne devoient



l'espérer; si l'inconvénient de la tentative ne les a point frappés, c'est qu'un préjugé dominant, & peut-être combattu par leurs propres lumières, leur a fait supposer que la terre étoit en repos; ainsi se regardans comme dans un lieu fixe, ils ont compté que sur l'effet que produit la rencontre des corps, l'expérience ne pouvoit leur imposer; une erreur d'imagination leur a servi de guide, & le hazard les a favorisés; ils n'ont réussi que parce que les loix du mouvement se concilient de manière qu'elles se présentent toujours sous la même forme, & qu'ainsi les effets qui répondent aux causes réelles, ne sont jamais démentis par ceux que semblent produire les causes qui ne sont qu'apparentes.

## ARTICLE VIII.

Je me reprens, ce n'est point là un effet du hazard; un Dieu sage a dû faire choix d'un mécanisme toujours semblable à lui-même, & par-là facile à démêler, il falloit que nous pussions attraper sans peine ce qu'il y a d'essentiel dans le commerce que nous avons avec les corps qui nous environnent: si l'Auteur de la nature eût réglé la communication des mouvemens sur des loix sujettes à changer de forme par la différence des tems & des lieux, ces loix nous eussent continuellement mis en défaut; ainsi dans tout ce que nous eussions été obligés de faire pour notre propre conservation, il nous eût fallu prendre le parti de nous commettre au hazard de l'événement; ce n'est point en nous, comme dans les animaux, un mécanisme nécessaire qui détermine ou qui dirige nos mouvemens, il falloit que nous fussions libres pour entrer dans les vûes que Dieu a sur nous par rapport à son dessein principal; dessein auquel tous les



autres sont nécessairement subordonnés ; mais si Dieu a dû nous commettre le soin de régler nos actions , nos mouvemens , nos démarches , on est forcé de reconnoître que sa bonté , que sa justice même exigeoit de lui , que dans l'usage qu'il lui importoit que nous fissions de notre liberté à cet égard , il nous fût aisé de nous dérober à l'inconvénient des surprises & des mécomptes ; il falloit donc que les loix du mouvement toujours présentées sous la même forme , nous devinssent familières ; il falloit que les effets du choc des corps fussent tels qu'ils ne pussent échapper à notre prévoyance , aussi sçavons-nous les prévoir ; ils nous sont suffisamment connus. Qu'on ne dise point que c'est aux Physiciens que la connoissance en est réservée : j'avoue que c'est à leur adresse qu'on doit l'art de réduire les loix du mouvement à la science des calculs , c'est sur ce pied-là qu'on peut leur passer le mérite de les avoir trouvés ; ils sçavent les analyser, ils sçavent en tirer des principes propres à les conduire dans leurs recherches speculatives , mais voilà tout ; car dans les occasions où nous avons intérêt de nous déterminer , nous sçavons tous également juger de l'effet que le choc des corps doit produire ; l'expérience même fait voir que dans les exercices qui roulent sur la combinaison des mouvemens communiqués , nous avons presque toujours plus de prévoyance que d'adresse ; or si les loix du mouvement nous sont suffisamment connues , je dis qu'elles sont pleinement justifiées. L'uniformité sur laquelle elles se trouvent établies est une convenance à laquelle Dieu étoit obligé d'avoir égard , nulle autre ne pouvant être aussi essentielle à son dessein principal ; mais ce qui sans doute étonnera ceux à qui il est donné de pouvoir s'étonner , c'est que ce qui est ici une  
raison



raison de convenance & de la plus grande convenance, si on regarde le mouvement comme quelque chose d'absolu, cette raison la même devient une raison de nécessité, dès qu'on se renferme dans l'hypothèse du mouvement relatif. En effet, comme dans cette hypothèse, l'apparence & la réalité se confondent, il est clair qu'une loi, pour être générale, doit nécessairement le paroître.

## ARTICLE IX.

De-là j'infere que quelque systême qu'on adopte, on est en droit de supposer que dans le mécanisme de la nature, *les effets que semblent produire les causes qui ne sont qu'apparentes, ne sont jamais démentis par ceux qui répondent aux causes qu'on dit réelles.* Quelque jour je ferai sentir l'étendue & la fécondité de ce principe; ici je me borne à faire voir de quelle maniere on doit s'en servir pour découvrir & pour analyser les loix du mouvement.

## ARTICLE X.

Je suppose que tout corps qui se meut librement, se meut toujours d'un mouvement uniforme & direct.

1°. Si le mouvement imprimé à la matiere s'accéléreroit ou se ralentissoit de lui-même, il arriveroit tôt ou tard que la nature se trouveroit totalement bouleversée, ou qu'elle tomberoit en défaillance.

2°. Si un corps M poussé de A vers B ne tendoit point à se mouvoir le long de la ligne droite AB, quelque courbe qu'il affectât de suivre, on en pourroit toujours supposer une infinité de la même espece, qui bien que rangées entr'elles dans un ordre constant, n'auroient cependant aucune position déterminée par rapport à la li-



gne AB qu'elles embrasseroient toutes également , & de la même maniere ; mais que le hazard déterminât la trace du corps M , cela ne suffiroit point encore ; car qu'on pousât un autre corps N pour le faire aller du point C au point D , on voit bien que si la ligne CD étoit autrement tournée que AB , & qu'elle fût couchée sur un autre Plan , quoique la trace de M pût alors déterminer l'espece de courbe qu'il faudroit que N décrivît , elle ne détermineroit point pour cela celle que N devoit suivre entre toutes les courbes semblables dont la ligne CD pourroit être environnée ; ainsi chaque cas différent demanderoit une détermination particuliere.

## ARTICLE XI.

Je suppose toujours que quand deux corps se rencontrent , la direction de leur mouvement passe par leurs centres de gravité & par les points du contact.

Je suppose encore que dans chaque cas particulier de la percussion , le lieu physique du spectateur reste constamment en repos , ou que s'il se meut , il avance toujours avec la même vitesse , & en suivant la même direction.

## ARTICLE XII.

Or cela posé , il est aisé de s'appercevoir qu'une seule des loix suivant lesquelles le mouvement se communique , doit donner toutes celles où la proportion des masses se retrouve la même ; supposons , par exemple , que  $A + V : BO$  avant le choc , rendit  $AO : B + V$  après le choc , & que nous voulussions sçavoir ce qui arriveroit si ces deux corps ayant des vitesses égales & des directions contraires , venoient à se rencontrer , nous le dé-



couvririons en faisant mouvoir notre lieu physique avec  $+\frac{1}{2}V$  de vitesse ; c'est qu'alors  $A + V : BO$  devenant pour nous  $A + \frac{1}{2}V : B - \frac{1}{2}V$ ,  $AO : B + V$  deviendrait  $A - \frac{1}{2}V : B + \frac{1}{2}V$ , ce qui nous donneroit la loi que nous chercherions, puisque suivant le principe que j'ai d'abord établi, *les effets que paroissent produire les causes apparentes, sont toujours les mêmes que celles que produiroient les causes qu'on dit réelles.*

## ARTICLE XIII.

Quand un corps en mouvement en rencontre un autre en repos, & qui lui est égal, je dis qu'afin que l'apparence & la réalité se concilient, il faut qu'après le choc, la somme des mouvemens pris de même part, soit égale au mouvement primitif. Je suppose que les corps A & B soient égaux, & que A ayant la direction & la vitesse  $+V$  rencontre B en repos, je suppose aussi qu'après le choc  $\pm X$  exprime le mouvement de A, & que  $\pm Y$  marque celui de B, cela posé, j'ai à faire voir que  $\pm X \pm Y$  doit être égal à V, pour cela je donne à mon lieu physique la vitesse & la direction  $+V$ , ce qui renverse l'apparence du mouvement, car alors il doit me paroître que c'est B qui avec  $-V$  de vitesse, vient trouver A en repos ; par-là j'ai deux cas semblables, où l'effet du choc doit être réglé suivant la même loi, ce que j'exprime par ces deux formules,

*Avant le choc.**Après le choc.*

$$A + V : BO$$

$$A \pm X : B \pm Y$$

$$AO : B - V$$

$$A \pm X - V : B \pm Y - V$$

mais puisque le mouvement que A imprime à B dans le premier cas, doit être semblable à celui que B imprime



à A dans le second, à la direction près, il faut que  $\mp Y$  égale  $\mp X - V$ , ce qui donne  $\mp X \mp Y = +V$ . Je tirerois aussi la même égalité de celle qui doit se trouver entre  $\mp X$  &  $\mp Y - V$ . Ce que je prouve pour ces deux cas, s'étendrait à tous les autres où l'on supposeroit encore que A & B seroient égaux, c'est que comme on vient de le voir (Article XII.) les cas de la percussion ne sont différenciés que par une addition, ou par une soustraction de mouvement toujours égale avant & après la rencontre des corps.

## ARTICLE XIV.

Si A ayant la vitesse & la direction  $+V$  va frapper B en repos, il est clair que B doit recevoir au moins  $\frac{1}{2}V$  de vitesse avec la direction  $+$ , car autrement la somme des deux mouvemens pris de même part, n'égalerait point le mouvement primitif, B ne pouvant être pénétré par A. Si l'on veut que la vitesse de B soit  $+\frac{1}{2}V$ , celle de A sera aussi  $+\frac{1}{2}V$ ; ainsi on aura  $+\frac{1}{2}V : +\frac{1}{2}V$  au lieu de  $\mp X : \mp Y$ ; mais si on suppose que la vitesse de B surpasse  $\frac{1}{2}V$  & que ce soit de la quantité  $+D$ ,  $\frac{1}{2}V - D$  donnera la vitesse de A; c'est qu'alors la somme des deux vitesses se trouvera égale à  $+V$ , ainsi on aura  $+\frac{1}{2}V - D : +\frac{1}{2}V + D$ , au lieu de  $\mp X : \mp Y$ ; donc toutes les loix que comporte l'égalité des deux masses, dans le cas dont il s'agit, peuvent être exprimées par l'une ou par l'autre de ces deux formules.

$$\text{Avant le choc } +V = \text{après le choc } \begin{cases} +\frac{1}{2}V : +\frac{1}{2}V \\ +\frac{1}{2}V - D : +\frac{1}{2}V + D \end{cases}$$



## ARTICLE XV.

Mais il est aisé de voir que la loi qu'exprime la première des deux formules précédentes , est la seule qui puisse être générale , la seule qui puisse servir à régler l'effet de la percussion dans le cas de l'inégalité des masses.

Prenons un corps M foudouble de N, & supposons que les deux moitiés de N fussent P & Q, il est évident que si M ayant frappé le corps P, ces deux corps égaux en masse se trouvoient obligés de se séparer suivant qu'une des loix exprimées dans la seconde formule, il faudroit que P & Q se séparassent aussi ; car Q seroit mis en mouvement par P, en conséquence de la loi même suivant laquelle P seroit mû par M ; or une telle séparation ne pourroit compâtir avec la tenacité des parties dont les corps durs sont composés ; donc il faudroit qu'une loi particulière réglât l'effet du choc de M & de N : mais si une telle loi étoit établie, & qu'elle demandât que M & N après leur rencontre, se séparassent encore, on trouveroit que cette loi ne pourroit s'étendre à aucun des autres cas, où l'on supposeroit que les masses qui se choqueroient, auroient entr'elles un rapport d'inégalité différent de celui de M & de N ; chaque cas demanderoit donc une loi particulière ; aussi presque tous les Physiciens conviennent-ils présentement, que quand deux corps se rencontrent, & que la direction de leurs mouvemens passe par leurs centres de gravité & par les points du contact, ces corps ne peuvent ensuite se séparer qu'en conséquence de l'action d'une matiere étrangere ; on prouve qu'une telle séparation est toujours un effet composé, un Phénomène produit par le concours de plusieurs causes différentes ; C'est



aussi ce que je ferai voir en développant la nature du ressort.

## ARTICLE XVI.

Justifions encore que la loi exprimée par la première formule, est une loi générale, une loi qui sert à régler l'effet de la percussion dans le cas même de l'inégalité des masses.

Je prens d'abord le cas le plus simple que j'exprime par  $M \rightarrow V : NO$ , je suppose encore que  $M$  soit à  $N$  comme 1 à 2, & que  $P$  &  $Q$  soient les deux moitiés de  $N$ , je suppose outre cela que les deux corps n'aient point de ressort, & je dis que suivant la loi qu'il s'agit de justifier,  $M$  donnera la moitié de sa vitesse à  $P$ , & qu'en même tems selon la même loi,  $P$  partagera avec  $Q$  la vitesse qui lui sera communiquée; il restera donc  $\frac{V}{2}$  pour  $M$  lorsqu'on aura  $\frac{V}{2N}$  ou  $\frac{V}{4}$  pour  $N$ ; or la différence de  $\frac{V}{2}$  & de  $\frac{V}{2N}$  étant  $\frac{NV-V}{2N}$ , il faudra que  $M$  partage aussi cette différence avec  $P$ , & qu'en même tems  $P$  fasse part à  $Q$  de la nouvelle vitesse qu'il recevra; ainsi  $\frac{NV-V}{4N}$  sera encore retranché d'un côté pendant que  $\frac{NV-V}{4N^2}$  sera ajouté de l'autre; mais la différence de  $\frac{NV-V}{4N}$  & de  $\frac{NV-V}{4N^2}$  étant  $\frac{N^2V-2NV+V}{4N^2}$ , cette différence sera de même partagée entre  $M$  &  $P$ , & alors il se fera un nouveau partage entre  $P$  &  $Q$ ; ainsi la vitesse de  $M$  dimi-



nuera de  $\frac{N^2V-2NV+V}{8N^2}$  & celle de N augmentera de  $\frac{N^2V-2NV+V}{8N^3}$  : en cherchant donc ainsi de suite tous les retranchemens de la vitesse de M , & toutes les augmentations de celle de N , on formera ces deux progressions infinies où régnera la raison exprimée par  $\frac{2N}{N-1}$ .

$$\begin{array}{cc} \frac{V}{2} & \frac{V}{2N} \\ \frac{NV-V}{4N} & \frac{NV-V}{4N^2} \\ \frac{N^2V-2NV+V}{8N^2} & \frac{N^2V-2NV+V}{8N^3} \\ \text{\&c.} & \text{\&c.} \end{array}$$

La vitesse de M après le choc égalera donc sa vitesse primitive moins la somme de tous les termes de la premiere progression , & celle de N égalera O de vitesse plus la somme de tous les termes de la seconde progression , & l'on aura  $\frac{V}{N+1}$ , pour chacune des deux vitesses ; car 1°.  $\frac{V}{2} - \frac{NV-V}{4N}$  , ou  $\frac{NV+V}{4N}$  fera à  $\frac{V}{2}$  comme  $\frac{V}{2} - O$  à  $\frac{NV}{N+1}$ , quantité , qui retranchée de la vitesse primitive V donnera  $\frac{V}{N+1}$  2°.  $\frac{V}{2N} - \frac{NV-V}{4N^2}$  ou  $\frac{NV+V}{4N^2}$  fera à  $\frac{V}{2N^2}$ , comme  $\frac{V}{2N} - O$  à  $\frac{V}{N+1}$  somme de tous les termes de la seconde progression , donc M & N après leur rencontre , iront de compagnie avec le tiers de la vitesse primitive de M.



Supposons présentement que M fût à N comme 1 à 3 ; & que les quantités P, Q, R, valussent chacune un tiers de N. On voit bien qu'en même tems que M donneroit  $\frac{V}{2}$  de vitesse à P, P de son côté suivant ce qui vient d'être dit, partageroit également cette vitesse avec Q & avec R; ainsi lorsque M perdrait  $\frac{1}{2}V$ , on auroit  $\frac{V}{2N}$  pour N, ce qui dans ce cas vaudroit  $\frac{V}{6}$  de vitesse; il est donc évident que si l'on cherchoit de suite toutes les diminutions de la vitesse de M, & toutes les augmentations de celle de N, en se servant des deux progressions précédentes, où alors N vaudroit 3, on trouveroit que la vitesse des deux corps après le choc, feroit  $\frac{V}{N+1} = \frac{V}{4}$ ; ainsi N augmentant selon la suite des nombres entiers, on trouveroit toujours qu'après le choc M & N iroient de compagnie avec la vitesse primitive du corps M divisée par la somme des deux masses, puisque cette vitesse seroit toujours égale à  $\frac{V}{N+1}$ .

Mais à présent supposons que M fût à N, comme 2 à tout nombre impair au-dessus de l'unité, en sorte que N ne fût plus multiple de M, je dis qu'alors  $\frac{2V}{N+2}$  exprimeroit la vitesse des deux corps après leur rencontre; car nommant A & B les deux moitiés de M, il est clair que dans le tems que B partageroit son mouvement avec N son multiple, la différence de la vitesse de A & de B seroit  $V - \frac{V}{N+1} = \frac{NV}{N+1}$ ; ainsi pendant que la vitesse com-

mune



mune de B & de N seroit  $\frac{V}{N+1}$ , celle de A seroit  $\frac{V}{N+1} + \frac{NV}{N+1}$

= V ; il faudroit donc que A partageât  $\frac{NV}{N+1}$  avec B + N

son multiple ; or cette vitesse partagée selon la règle que je viens de justifier, je veux dire divisée par 2 + N

somme des masses, deviendrait  $\frac{NV}{N^2+3N+2}$  ; donc en

ajoutant cette vitesse à  $\frac{V}{N+1}$  pour avoir la vitesse totale des deux corps après le choc, on trouveroit

$$\frac{2NNV+4NV+2V}{N^3+4NN+5N+2} = \frac{2V}{N+2}.$$

Il suit de-là que si on faisoit précéder A d'un nouveau degré de masse, en sorte que M valût 3, la différence qui se trouveroit entre la vitesse de la masse ajoutée & celle

de la somme de toutes les autres, seroit  $V - \frac{2V}{N+2} = \frac{NV}{N+2}$  ;

or cette différence partagée suivant la loi, on trouveroit que la vitesse commune & totale de toutes les masses

égalerait  $\frac{3V}{N+3}$ , & généralement quelque fût la rai-

son de M à N, on auroit  $\frac{MV}{M+N}$  pour la vitesse des deux

corps après leur rencontre dans le cas exprimé par  $M + V : NO$ , ce qui donneroit la loi générale ; car comme on l'a déjà vû (*Art. 12.*) les cas de la percussion ne sont différenciés que par une addition ou par une soustraction de vitesse toujours égale avant & après la rencontre des corps ; ainsi en exprimant tous les cas possibles par cette formule  $M + V \pm u : N \pm u$ , la vitesse commune des deux corps après le choc, deviendrait



$\frac{MV}{M+N} \pm u$  égale à  $\frac{MV \pm Mu \pm Nu}{M+N}$ , ou bien en égalant  $+V \pm u$  à  $\pm U$ , l'état des deux corps qui feroit alors exprimé par  $M \pm U : N \pm u$  avant leur rencontre, donneroit après qu'ils se feroient rencontrés  $\frac{\pm MU \pm Nu}{M+N}$  pour leur vitesse commune &  $\pm MU \pm Nu$  pour la somme de leurs mouvemens pris de même part ; d'où il suit que cette somme toujours égale à  $\pm MU \pm Nu$ , doit toujours être la même avant & après le choc ; de-là il suit aussi que comme les corps ne se séparent plus après qu'ils se sont rencontrés, leurs mouvemens contraires se détruisent.

## ARTICLE XVII.

On sçait que si l'espace qui se trouve entre deux corps, est partagé réciproquement aux deux masses, c'est au point qui fait le partage que se trouve leur centre commun de gravité ; on sçait aussi que quand ce centre se meut, sa vitesse est égale à la somme des mouvemens pris de même part, divisée par la somme des deux masses ; donc cette vitesse est toujours la même avant & après la rencontre des corps, c'est qu'elle est toujours égale à  $\frac{+MU \pm Nu}{M+N}$ , elle deviendroit nulle en supposant que les mouvemens  $\pm MU$  &  $\pm Nu$  fussent égaux & contraires.

## ARTICLE XVIII.

Quelque mouvement qu'ayent deux corps  $M$  &  $N$  qui vont se joindre, si on soustrait la vitesse de  $N$  de celle de  $M$ , on aura pour différence, la vitesse respective, prise



suivant la direction du mouvement par lequel N s'éloigneroit de M ; au contraire si on soustrait la vitesse de M de celle de N la différence des deux vitesses égalera la vitesse respective, prise suivant la direction qu'il faudroit que M suivît pour s'écarter de N.

Supposons, par exemple, que les corps M & N s'approchassent l'un de l'autre, & qu'avant leur rencontre M  $+ 3V$  : N  $- 2V$  exprimât leur état absolu, on voit qu'en retranchant  $- 2V$  de  $+ 3V$ , on auroit  $+ 5V$  qui vaudroit la vitesse respective prise suivant la direction du mouvement qu'il faudroit que N reçût pour s'éloigner de M ; au contraire, si c'étoit  $+ 3V$  qu'on retranchât de  $- 2V$  on auroit  $- 5V$  qui égaleroit la vitesse respective prise suivant la direction que M devoit avoir pour s'écarter de N. Il suit de-là que la vitesse respective de deux corps qui s'approchent l'un de l'autre, n'affecte, à proprement parler, aucune direction particuliere ; mais ce qu'il importe le plus de remarquer ici, c'est que dans l'instant du choc, cette vitesse est toujours partagée aux corps qui se rencontrent, suivant la raison renversée de leurs masses & avec les directions contraires qu'ils devoit avoir pour s'éloigner l'un de l'autre, en sorte que les vitesses acquises ajoutées aux vitesses primitives, donnent toujours l'état absolu, ou plutôt l'état apparent des deux corps après qu'ils se sont rencontrés ; supposons, par exemple, que deux corps qui viendroient se joindre, fussent entr'eux comme 3M à 2M, & qu'avant le choc on eut l'apparence 3M  $+ 3V$  : 2M  $- 2V$ , je dis qu'alors la vitesse respective qui égaleroit 5V seroit partagée aux deux corps dans l'instant du choc, suivant la raison de 2 à 3, & avec la direction  $-$  pour 3M & la direction  $+$  pour 2M, & qu'ainsi la vitesse



qu'acquerreroit  $3M$  égaleroit  $-2V$ , & que celle qu'acquerreroit  $2M$  égaleroit  $+3V$ , ce qui est évident, puisque  $-2V$  &  $+3V$  ajoutés de part & d'autre aux vitesses primitives  $+3V$  &  $-2V$  donneroient  $+V$  pour la vitesse commune des deux corps après leur rencontre, conformément à la loi qui vient d'être démontrée; mais qu'on voulût avoir les mouvemens acquis, on multiplieroit  $-2V$  par  $3M$ , &  $+3V$  par  $2M$ , & l'on auroit  $-6MV$  pour  $3M$  &  $+6MV$  pour  $2M$ . De-là je conclus que dans le choc des corps, l'action & la réaction sont toujours égales, principe justifié, puisqu'il se tire d'une loi que je viens de faire voir être la seule qui puisse paroître générale dans l'hypothèse du mouvement absolu, & la seule qui puisse l'être en effet, dans l'hypothèse du mouvement relatif.

## ARTICLE XIX.

L'effet du choc des corps à ressort ne suppose aucune exception dans la nature; tout ressort tire son jeu de l'action d'une matière insensible, mais soumise à la loi commune; j'aurai occasion de le faire voir dans la suite de cet ouvrage, il me suffira de remarquer ici, que quand deux corps à ressort se rencontrent, leurs forces élastiques, si elles sont complètes, doublent toujours l'effet propre du choc, supposons comme dans l'exemple précédent, que l'état primitif des corps  $3M$  &  $2M$  soit  $3M + 3V : 2M - 2V$ , les vitesses qu'acquerront ces corps lorsqu'ils viendront à se rencontrer, n'égaleront plus  $-2V$ ,  $+3V$ , elles égaleront  $-4V$ ,  $+6V$ , en sorte que dans l'instant du choc, ce sera le double de la vitesse respective qui sera partagée aux deux corps suivant la raison renversée de leurs masses, ce qui doublera



pareillement les mouvemens égaux , mais contraires qui leur seront imprimés dans cet instant , mouvemens qui n'altereront en rien l'état du centre commun de gravité des deux masses.

## ARTICLE XX.

Cherchons maintenant quel effet doit produire la rencontre oblique des corps.

Quand un corps en frappe obliquement un autre , il n'employe en le frappant qu'une partie de sa force , son mouvement se décompose.

Que le corps M (*Fig. 2.*) aille frapper le corps N en suivant une direction AC inclinée sur PQ surface du corps N , on pourra regarder le mouvement de M comme composé des mouvemens AB & BC , l'un parallèle à la surface PQ , l'autre perpendiculaire sur cette surface ; mais j'ajoute que dans l'instant du choc , M agira sur N comme s'il n'avoit que le mouvement exprimé par BC ; c'est que l'impulsion qu'il fera sur le corps N , dépendra de la vitesse avec laquelle il s'en approchera , & que BC exprimera cette vitesse.

## ARTICLE XXI.

Si un corps sphérique M (*Fig. 3.*) frappe obliquement un autre corps sphérique N , je dis que pour avoir l'effet du choc dans ce cas , il faudra joindre à la loi de l'impulsion , celle de la décomposition du mouvement. Je suppose que le corps M soit parti du point A , & qu'il rencontre obliquement le corps N , j'unis leurs centres de gravité par la ligne HG prolongée jusqu'en B où tombe la perpendiculaire menée du point A ; on voit alors que le corps N doit être frappé par M de la même manière



qu'il le feroit si M'étoit parti de B, (*Article 20*). Maintenant je coupe la ligne BG au point C, enforte que BC soit à CG comme M à N, & puis je prens GD égale & parallele à AC, & sur la ligne BH prolongée du côté de H, je prens HF égale à BC; cela fait, je dis que ces deux lignes exprimeront & la vitesse & la direction des deux corps après leur rencontre, & qu'ainsi l'effet du choc dans ce cas, dépendra, & de la loi de l'impulsion, & de celle de la décomposition du mouvement.

## ARTICLE XXII.

Les mêmes choses supposées, il est aisé de voir que la somme des mouvemens absolus de M & de N après le choc surpassera le mouvement primitif de M; car cette proportion  $HF, CG :: M, N$  donnera  $HF \times N = CG \times M$ ; donc le mouvement après le choc vaudra  $\overline{AC+CG} \times M$ , au lieu qu'avant le choc il ne valoit que  $AG \times M$ .

## ARTICLE XXIII.

Il suit de-là que ce qu'on nomme force ou effort dans la matiere, n'y doit point être regardé comme un principe de mouvement; car puisque le mouvement avant le choc est à celui qu'ont les deux corps après le choc, comme  $AG \times M$  à  $\overline{AC+CG} \times M$  on voit que si ces mouvemens inégaux étoient produits par une même force, on auroit au moins, ou d'un côté ou de l'autre, un effet qui ne répondroit point à sa cause.

Mais on peut aller plus loin; supposons que M & N après le choc, vinssent aussi à rencontrer obliquement deux autres corps, & que ceux-ci en rencontrassent encore d'autres de la même maniere, il est clair que de pa-



reilles rencontres infiniment multipliées , produiroient un mouvement infini , un mouvement qui ne tiendrait plus rien de la limitation de sa première cause : j'ai donc droit de conclure que ce qu'on nomme force ou effort dans la matière , n'y doit point être regardé comme un principe de mouvement.

## ARTICLE XXIV.

Supposant les mêmes choses que dans les Articles XXI. & XXII. & menant sur AG les perpendiculaires CI & BK , menant aussi sur BK la perpendiculaire CL , je dis 1°. que le mouvement GD multiplié par M , ou  $AC \times M$  qu'aura le corps M après le choc , pourra se résoudre en deux autres mouvemens  $AI \times M$  ,  $IC \times M$  , déterminés , l'un suivant la direction du mouvement primitif , l'autre suivant la perpendiculaire sur la même direction. Je dis 2°. que le mouvement  $HF \times N$  ou  $BC \times N$  , que le corps N acquerra en conséquence de la loi de l'impulsion , pourra de même se résoudre en deux autres mouvemens  $LC \times N$  &  $BL \times N$  , le premier égal au mouvement  $IG \times M$  que M perdra suivant sa direction primitive , & l'autre pareillement égal , mais contraire au mouvement  $IC \times M$  que le corps M acquerra en se détournant de la direction AG , ce qu'il est aisé de justifier ; car les triangles BCL , CGI étant semblables , & BC étant à CG , par la supposition , comme M à N , les autres côtés homologues des deux Triangles seront aussi entr'eux , comme les deux masses ; on aura donc  $LC$  ,  $IG :: M$  ,  $N$  , &  $BL$  ,  $IC :: M$  ,  $N$  , d'où on tirera  $LC \times N = IG \times M$  , &  $BL \times N = IC \times M$ .



## ARTICLE XXV.

Il suit de-là que dans le choc oblique des corps, les nouveaux mouvemens qui naissent dans la nature, & qu'on vient de voir être égaux & contraires suivant une direction toujours perpendiculaire sur celle du mouvement primitif, ne retranchent rien de ce mouvement qui pris de même part, est toujours égal avant & après le choc.

## ARTICLE XXVI.

Si on supposoit que les corps M & N fussent élastiques, on doubleroit l'effet propre que produiroit leur rencontre, ce qui ne dérangeroit en rien l'état de leur centre commun de gravité; c'est que les nouveaux mouvemens qu'ils acquereroient, feroient encore égaux & contraires.

## ARTICLE XXVII.

Soit C le centre commun de gravité des corps M & N, si on suppose que M decrive la ligne MD, le point C décrira Cd parallèle à MD, ce qui est évident, car quand le corps M parcourera MB & BD; C parcourera Cb, & bd, donc puisqu'on aura Bb, à bN & Dd à dN, comme MC à CN, la ligne Cd sera parallèle à MD.

## ARTICLE XXVIII.

Que les corps M & N (*Fig. 4.*) se meuvent uniformement sur un même plan, ou sur deux plans différens, parallèles ou inclinés l'un à l'autre, leur centre commun de gravité, ou restera en repos, ou suivra la trace d'un mouvement toujours égal & toujours semblablement dirigé;



dirigé ; car que le corps M parcoure une ligne droite quelconque, le centre commun de gravité des deux masses avancera suivant une direction parallele à celle du mouvement de M. Que le corps N se meuve , ce centre avancera de même parallelement à la direction que suivra le corps N ; donc ce centre commun des deux masses , en obéissant aux deux mouvemens à la fois , décrira d'un mouvement égal la Diagonale du Parallelogramme fait sous les deux différentes directions des mouvemens auxquels ceux des corps M & N l'obligeront de se prêter ; mais cette Diagonale sera nulle ou infiniment petite , si les deux mouvemens sont égaux & contraires.

## ARTICLE XXI X.

Si plusieurs corps A , B , C , D , &c. placés sur un même plan ou sur des plans différens , viennent à se mouvoir , je dis que quelques vitesses qu'ils ayent , & de quelque maniere qu'ils se rencontrent , leur centre commun de gravité , ou suivra constamment & uniformement la même direction, ou restera toujours en repos.

Soit  $x$  le centre commun de gravité des corps A & B,  $y$  celui des corps A , B , C,  $z$  celui des corps A , B , C , D , &c. la somme des mouvemens des corps A & B égalera le mouvement de leur centre commun de gravité  $x$  , de même que si les deux masses s'y trouvoient réunies, & ce mouvement fera ou nul ou toujours dirigé de la même maniere ; la somme des mouvemens du centre  $x$  & du corps C égalera de même le mouvement de leur centre commun de gravité  $y$  , & ce mouvement , s'il n'est point nul , sera pareillement dirigé vers un même point fixe ; & comme le mouvement composé de celui



du centre  $y$  & du mouvement du corps  $D$ , égalera aussi le mouvement du centre commun de gravité  $z$  des quatre corps  $A, B, C, D$ ; ce mouvement sera encore réglé & dirigé suivant la même loi, c'est-à-dire, ou qu'il deviendra nul, ou que sa direction & sa vitesse seront toujours les mêmes.

Maintenant que les corps  $A, B, C, D$ , &c. se rencontrent, leurs centres communs de gravité ne changeront pas pour cela d'état; donc celui de toutes les masses, ou restera constamment en repos, ou continuera de se mouvoir uniformément suivant sa première direction.





Fig 1<sup>re</sup>

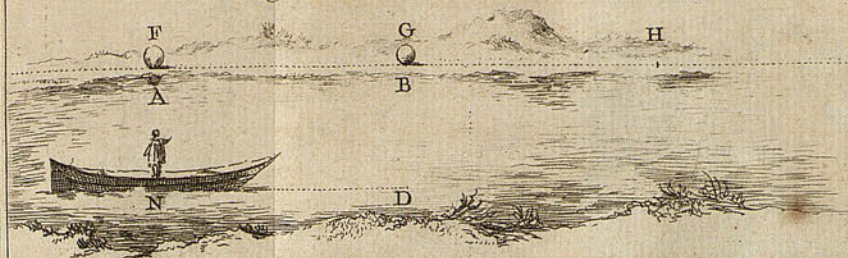


Fig 2

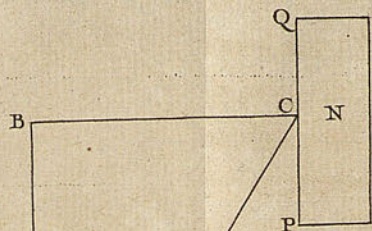


Fig. 3.

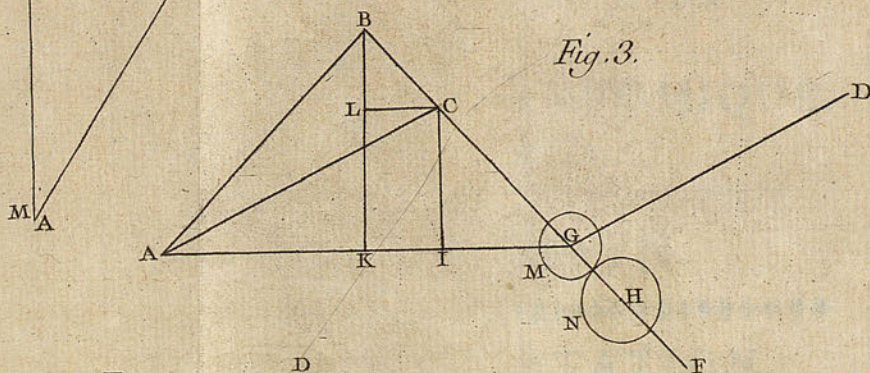
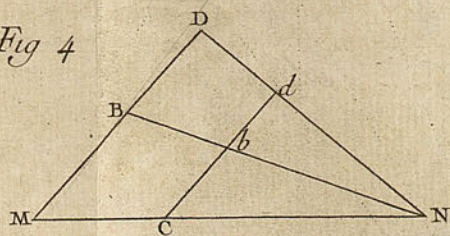


Fig 4





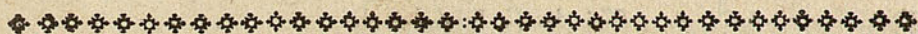






*Cochin jilnus ino. et Sculp.*

PRINCIPES GÉNÉRAUX  
DE LA NATURE,  
APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE,  
ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



TROISIÈME DISSERTATION.

*Principes de la Philosophie de M. Neuton.*

ARTICLE I.



VANT que de faire usage des principes qu'on vient d'établir, je crois qu'il ne fera pas hors de propos d'entrer dans l'examen de ceux que M. Neuton fait servir de fondement à son systême. Ce nouveau Philosophe, déjà illustré par les rares connoissances qu'il



avoit puisées dans la Géométrie , souffroit impatiemment , qu'une nation étrangere à la sienne, pût se prévaloir de la possession où elle étoit d'enseigner les autres , & de leur servir de modele : excité par une noble émulation , & guidé par la supériorité de son génie , il ne songea plus qu'à affranchir sa Patrie de la nécessité où elle croyoit être , d'emprunter de nous l'art d'éclairer les démarches de la nature , & de la suivre dans ses opérations. Ce ne fût point encore assez pour lui , ennemi de toute contrainte , & sentant que la Physique le gêneroit sans cesse , il la bannit de sa Philosophie ; & de peur d'être forcé de reclamer quelquefois son secours , il eut soin d'ériger en loix primordiales les causes intimes de chaque Phénomene particulier : par-là toute difficulté fut applanie , son travail ne roula plus que sur des sujets traitables qu'il scût assujettir à ses calculs : un Phénomene analysé géométriquement , devint pour lui un Phénomene expliqué ; ainsi cet illustre rival de M. Descartes eut bien-tôt la satisfaction singuliere de se trouver grand Philosophe par cela seul qu'il étoit grand Géometre. Donnons ici un essai de sa Méthode.

## ARTICLE II.

On scait que suivant la loi de Kepler , quelle que soit la courbe que décrit une planete autour du Soleil , regardé comme centre commun des circulations , le rayon vecteur , qui partant de ce centre , aboutit à celui de la Planete , décrit toujours des aires égales dans des tems égaux : supposons donc qu'une Planete décrive la courbe ABCDE autour du Soleil placé en S , ( *Fig. I.* ) & que les petites lignes droites AB , BC , CD , DE , prises pour les élémens de la courbe , soient telles qu'en



comparant les Triangles  $ASB$ ,  $BSC$ ,  $CSD$ ,  $DSE$ , on les trouve égaux ; il est clair que si dans le premier instant la Planete a parcouru la ligne  $AB$ , elle tendra dans le second instant à parcourir la ligne  $Bc$  supposée égale à la ligne  $AB$ , dont elle fera le prolongement, & qu'ainsi le Triangle  $BSc$  égalera le Triangle  $ASB$  ; or par la supposition, le Triangle  $BSC$  égalera pareillement  $ASB$  ; donc les Triangles  $BSc$  &  $BSC$  seront égaux ; & comme ils auront  $BS$  pour base commune, la ligne  $cC$  qui joindra leurs sommets, sera parallele à  $BS$  ; ainsi le mouvement  $BC$  exprimé par la Diagonale du Parallelogramme  $BcCN$  sera composée du mouvement primitif  $Bc$ , & d'un nouveau mouvement  $BN$  dirigé vers  $S$ . De même si on prolonge les lignes  $BC$ ,  $CD$ , & que leurs prolongemens  $Cd$ ,  $De$ , soient respectivement égaux aux lignes  $BC$  &  $CD$ , on verra que les mouvemens exprimés par  $CD$  &  $DE$ , seront pareillement composés des mouvemens  $Cd$  &  $CH$ ,  $De$ , &  $DI$  ; ainsi de ce que le rayon vecteur d'une Planete décrit des aires égales dans des tems égaux, il suit que la Planete est continuellement détournée de son chemin par une force étrangere, dont l'action est toujours dirigée vers le Soleil.

## ARTICLE III.

Il suit encore du même Phénomene, que les vitesses de la Planete, seront par tout en raison renversée des perpendiculaires abaissées du point  $S$  sur les Tangentes aux différens points de la courbe qu'elle décrira ; car puisque le Triangle  $BSC$  fera égal au Triangle  $ASB$  ; nommant  $A$  le côté  $AB$ ,  $B$  le côté  $BC$ ,  $P$  &  $Q$  les perpendiculaires abaissées du point  $S$  sur  $A$  & sur  $B$ , prolongés, s'il est nécessaire, on aura  $AP = BQ$ , d'où



on tirera cette proportion  $A, B :: Q, P$ .

#### ARTICLE IV.

Mais si on décrit les arcs infiniment petits  $BM$  &  $CN$  (*Fig. 2.*) & qu'on regarde les mouvemens  $AB$  &  $BC$ , comme composés des mouvemens  $MB$  &  $AM$ ,  $NC$  &  $BN$ , les mouvemens  $MB$  &  $NC$  feront en raison renversée des rayons  $SA$  &  $SB$ ; car on aura  $SA \times MB$  égal à  $SB \times NC$ , d'où on tirera  $BM, CN :: SB, SA$ .

#### ARTICLE V.

Il est clair que si on regarde de même le mouvement  $Bc$  comme composé des mouvemens  $Lc$  &  $BL$ , le premier circulaire par rapport au point  $S$ , & l'autre paracentrique, on concevra que de quelque manière que soit alteré le mouvement  $BL$ , pourvu que ce soit suivant la direction du rayon vecteur, les aires décrites en tems égaux, resteront toujours égales; car si on mène  $cCK$  parallèle à  $BS$ , tous les Triangles faits sur la base  $BS$ , & dont les sommets aboutiront à la ligne  $cK$ , seront égaux au Triangle  $BSc$ ; ainsi ils égaleront tous le Triangle  $ASB$ . Qu'on altere donc comme on voudra le mouvement paracentrique  $BL$ , qu'on lui ajoute par exemple, ou le mouvement  $LN$ , ou le mouvement  $LQ$ , les Triangles  $BSC$ , &  $BSP$ , seront toujours égaux au Triangle  $ASB$ .

Il n'en seroit pas de même du mouvement circulaire; car pour peu qu'on vînt à l'accélérer, ou à le retarder, la hauteur du Triangle qu'on formeroit sur la base  $BS$ , n'étant plus égale à la hauteur du Triangle  $BSc$ , ces Triangles ne seroient plus égaux, ce qui renverseroit la loi de Kepler.



## ARTICLE VI.

Cela posé , prenons un des tourbillons de M. Descartes , regardons-le comme partagé en une infinité de couches sphériques , supposons que S ( *Fig. 3.* ) soit le centre commun de ces couches , & que DGdg représente le plan de l'Equateur du tourbillon ; si on conçoit qu'une Planete décrive sur ce Plan toute autre courbe que la circonférence d'un cercle , il faudra concevoir aussi , ou que la matiere aura par tout le même mouvement circulaire que la Planete , ou que malgré la différence de leurs mouvemens , celui de la Planete ne sera nullement altéré ; car que le rayon vecteur , après avoir décrit le Triangle ASB , décrive dans l'instant suivant le Triangle BSC = ASB , & qu'on décompose encore le mouvement BC en deux mouvemens BN & NC , le premier paracentrique , & l'autre circulaire , on vient de voir ( *Art. 5.* ) qu'il n'y aura que le mouvement BN qui pourra être altéré sans que le mouvement total de la Planete déroge à la loi de Kepler , & que pour peu que le mouvement circulaire NC fut ou accéléré , ou retardé par celui de la matiere , les Secteurs ASB & BSC , ne se trouveroient plus égaux.

## ARTICLE VII.

Il faut donc opter , & voir si on veut que dans le cas de la différence des mouvemens circulaires , la matiere ne puisse avoir prise sur la Planete , ou si on aime mieux supposer que les mouvemens translatifs des couches sphériques doivent être par tout en raison renversée des distances , suivant la proportion des mouvemens circulaires de la Planete ( *Art. 4.* ).



## ARTICLE VIII.

Ce dernier parti est celui qu'ont pris quelques Physiciens modernes ; mais il est aisé de voir qu'il suivroit de leur supposition , que les tems périodiques des circulations de la matiere & des différentes Planetes que renfermeroit le tourbillon , seroient en raison doublée des distances ; car soit  $T$ , le tems d'une révolution,  $C$ , le chemin parcouru,  $R$ , la distance, &  $V$  la vitesse, on aura  $T = \frac{C}{V}$  ou  $T = \frac{R}{V}$  ; mais par la supposition  $V$  égaleroit  $\frac{1}{R}$  (*Art. 4.*) , donc  $T$  seroit proportionnel à  $RR$ , ce qui anéantiroit la loi de Kepler, puisque suivant cette loi, les tems des circulations doivent répondre, non aux quarrés des distances, mais aux racines quarrées des cubes de ces distances, comme on le verra dans la suite.

## ARTICLE IX.

Il ne reste donc plus qu'à supposer que le mouvement circulaire d'une Planete ne peut être altéré par celui de la matiere ; mais pourquoi dans ce cas, la matiere n'a-t'elle point de prise sur la Planete, pendant que dans quelque cas que ce soit, elle a assez de force pour l'obliger à se mouvoir le long de son rayon vecteur ? Et puis, d'où la matiere tire-t-elle cette force ? Il sembleroit que de l'éclaircissement de ces deux points, dépendroit l'explication du Phénomene, & cela seroit vrai, s'il falloit que nous suivissions la méthode des Cartésiens ; mais M. Neuton nous en fournit une autre bien plus commode, la matiere du tourbillon nous embarasse-t-elle ? Supprimons-la, elle ne pourra plus altérer le mouvement



mouvement circulaire des Planetes ; & comme le Phénomene demande que toute Planete soit continuellement détournée de son chemin par une force qui la sollicite à descendre vers un point déterminé , & qu'elle ne pourra plus être poussée dès qu'elle se trouvera dans le vuide ; il y aura encore un parti à prendre , ce sera de la faire attirer ; ainsi le Soleil attirera Mercure , Vénus , la Terre , Mars , Jupiter & Saturne , avec tout ce qui les environnera ; la Terre attirera de même la Lune , Jupiter ses Satellites , & Saturne les siens ; voilà donc la difficulté levée , & le Phénomene expliqué.

## ARTICLE X.

Les observations de Kepler justifient encore que les Planetes décrivent des Ellipses qui ont le Soleil pour foyer commun , voyons quel principe fournit ce Phénomene.

Je suppose 1°. que si F (Fig. 4.) est un des foyers de l'Ellipse ABab , le Diametre Hh conjugué de Rg coupe le rayon FR en un point D , tel que la partie DR égalera CA moitié du grand axe.

Je suppose 2°. que dans l'Ellipse tous les Parallelogrammes décrits autour de deux Diamètres conjugués sont égaux entr'eux. \*

Maintenant je prens le Rayon FL infiniment proche de FR ; des points R & L j'abaisse les perpendiculaires Rq & LK , l'une sur le Diametre Hh conjugué de Rg , l'autre sur le Rayon FR ; je mene la Tangente RT au point R ; je mene aussi l'ordonnée Lx qui coupe FR au

\* Ces deux propriétés de l'Ellipse ! seront justifiées dans la 6°. Dissertation.



point  $u$ , ensuite j'acheve le Parallelogramme  $RuLt$ , cela fait, soit

CA	moitié du grand axe,	$= a$
CB	moitié du petit axe	$= b$
CR	moitié du Diametre $Rg$	$= g$
CH	moitié du Diametre $Hh$	$= h$
$Lx$	l'ordonnée au Diametre $Rg$	$= y$
$Rx$	la coupée	$= x$
$Lt$	ou son égale $uR$	$= u$
LK	perpendiculaire sur FR	$= K$
$Rq$	perpendiculaire sur $Hh$	$= q$
DR	(premiere supposition)	$= a$
$Lu$	ou l'ordonnée $Lx$	$= y$
Le	Parametre du grand axe	$= P$
Le	Rayon FR	$= R$

1°. Les Triangles semblables  $DRC$ ,  $uRx$  donneront  
 $u, x :: a, g$  & par conséquent  $x = \frac{gu}{a}$ .

2°. De la propriété de l'Ellipse on tirera  $yy = \frac{2hhgx - hxx}{gg}$ .

3°. A cause des Triangles semblables  $DRq$ ,  $uLK$ , on aura  $yy, KK :: aa, qq$  &  $KK = \frac{qqyy}{aa}$ ; mais par la seconde supposition  $qh$  égalant  $ab$ ,  $qq$  égalera  $\frac{aabb}{hh}$  ce qui changera l'Equation précédente en celle-ci  $KK = \frac{yybb}{hh}$ .

Présentement, si dans la seconde Equation on substitue  $\frac{gu}{a}$  à la place de  $x$ , on aura  $yy = \frac{2hhu}{a} - \frac{hhuu}{aa}$  & si



dans la troisième Equation on met pour  $yy$  sa valeur  $\frac{2hhu}{a}$

$$-\frac{hhu}{aa} \text{ on aura } KK = \frac{2bbu}{a} - \frac{bbu}{aa} \text{ ou } KK = \frac{2bbu}{a},$$

parce que  $\frac{bbu}{aa}$  fera nul par rapport à  $\frac{2bbu}{a}$  ; on aura

donc ( propr. de l'Ell. )  $KK = pu$ , & comme  $p$  exprimera une grandeur constante,  $u$  deviendra proportionnel à

$KK$ , il le fera donc aussi ( Art. 4. ) à  $\frac{1}{RR}$ .

Par-là on voit que les différentes pesanteurs d'une même Planete suivent le rapport renversé des quarrés de ses distances au Soleil ; mais pourquoi la Planete peset-elle suivant ce rapport ? C'est qu'une loi primordiale l'oblige à peser ainsi. Achévons de rendre raison de la loi de Kepler.

## ARTICLE XI.

On sçait que cette loi suppose encore que les tems des révolutions des Planetes qui circulent autour d'un foyer commun, sont entr'eux comme les racines quarrées des cubes des distances moyennes, ou comme celles des cubes des grands axes des Ellipses décrites autour du centre commun des tendances : analysons géométriquement ce Phénomene, & voyons ce qu'on en doit tirer.

Soient  $ARQB$ ,  $arqb$  ( Fig. 5. ) deux Ellipses qui aient le point  $F$  pour foyer commun, soient nommés

$A$  &  $a$  les grands axes,

$B$  &  $b$  les petits axes,



P & p les Parametres de A & de a ,

R & r les Rayons FR & Fr ,

K & k les perpendiculaires LK & lk ,

V & U les lignes TL & tl parallèles aux Rayons FR & Fr , & terminées par les Tangentes RT, rt & par les points L & l supposés infiniment proches des points R & r.

Si on nomme T & T les tems des révolutions , le Phénomene donnera  $T^2, T^2 :: A^3, a^3$  ; or supposant que les deux Planetes décrivent dans le même instant les arcs RL rl, comme les aires RFL, rFl feront respectivement égales ( Art. 2. ) à celles que les Rayons vecteurs FR & Fr décriront dans chacun des autres instans , il est clair que les aires totales des deux Ellipses feront entr'elles comme  $T \times R \times K$  à  $T \times r \times k$  ; mais ( propr. de l'Ellipse ) on aura  $T \times R \times K, T \times r \times k :: A \times B, a \times b :: A \sqrt{AP}, a \sqrt{ap}$  , on aura donc aussi  $T^2 \times R^2 \times K^2, T^2 \times r^2 \times k^2 :: A^3 P, a^3 p$  ; or suivant ce qui vient d'être démontré ( Art. 10. )  $K^2$  &  $k^2$  égaleront PV & pU , ce qui changera la proportion précédente en celle-ci  $T^2 \times R^2 \times V, T^2 \times r^2 \times u :: A^3, a^3$  , d'où on tirera  $a^3 \times T^2 \times R^2 \times V = A^3 \times T^2 \times r^2 \times U$  ; donc puisque parla supposition  $a^3 T^2$  égalera  $A^3 T^2$  , V fera à U , comme  $\frac{1}{RR}$

à  $\frac{1}{rr}$  : mais V & U marqueront les chûtes initiales des deux Planetes lorsqu'elles tendront à parcourir les Tangentes RT, rt , donc ces chûtes seront par tout en raison renversée des quarrés des distances au foyer F , quelque inégalité même qu'il puisse se trouver entre les deux masses. Voilà donc un nouveau développement du principe de l'attraction ; car quoiqu'il ait déjà été démontré ( Art. 10. ) que les vitesses initiales des chûtes de chaque Planete prise séparément , sont par tout en raison ren-



renversée des quarrés des distances , il est clair que sans le dernier Phénomene que suppose la loi de Kepler , on ne sçauroit pas encore au juste si cette proportion seroit gardée entre les chûtes de deux ou de plusieurs Planetes dont les masses seroient inégales.

## ARTICLE XII.

Mais pour donner une idée complete du principe de l'attraction , je dis qu'outre ce que les Phénomenes nous en font connoître , il est très-probable que les vitesses des corps attirés , sont toujours comme les masses de ceux qui les attirent ; or puisqu'elles sont aussi en raison renversée des quarrés des distances ( *Art. II.* ) il est clair qu'en supposant que *M* soit attiré par le corps *F* , & que *d* exprime leur distance respective , on aura  $\frac{F}{d^2}$  proportionnel à la vitesse initiale de *M* , c'est-à-dire que cette vitesse fera à la fois & en raison directe de la masse *F* , & en raison inverse du quarré de la distance *d*.

## ARTICLE XIII.

De plus , comme toute action est toujours jointe à une réaction qui lui est égale , on voit bien qu'il faudra encore établir dans la nature une réciprocation d'attraction ; il faudra supposer , par exemple , que la Terre & la Lune s'attireront mutuellement avec des forces égales , & qu'ainsi les vitesses avec lesquelles elles tendront à s'approcher l'une de l'autre , seront en raison renversée de leurs masses ; aussi est-ce ce qu'à supposé *M. Newton*.



## ARTICLE XIV.

Qu'on réalise cette supposition, il sera facile de concevoir comment deux Planètes pourront s'associer de manière qu'elles fassent de compagnie leurs révolutions autour du Soleil, & qu'en même tems elles tournent l'une & l'autre autour de leur centre commun de gravité; car mettons les Planètes A & B en mouvement, pour les faire tourner autour du Soleil S ( *Fig. 6.* ) avec des vitesses qui soient en raison renversée des racines de leurs Rayons vecteurs SA & SB comme le demandera la loi de Kepler, & puis supposons qu'en conséquence des impressions qu'elles auront reçues, elles commencent à décrire, l'une l'orbite inférieure PQR, l'autre l'orbite supérieure TVZ : il est évident que quand ces Planètes viendront à se trouver en conjonction aux points Q & V, leurs forces accélératrices & réciproques qui auront continuellement pris de nouveaux accroissemens, pourront enfin l'emporter sur la différence des forces avec lesquelles le Soleil attirera les deux masses; donc ces masses en obéissant au mouvement primitif qui leur aura été imprimé, & à celui qui naîtra de leur attraction mutuelle, seront obligées de circuler autour du point o pris ici pour leur centre commun de gravité, de faire autour de ce point la fonction de Satellites, & de lui laisser décrire à leur place une orbite régulière *ox* dont le Soleil fera le centre, mais dans quel sens circuleront alors les deux masses? Il est aisé de le voir, elles circuleront dans le même sens que circuleroient les bras d'un levier aux extrémités desquels elles seroient attachées. Or nommant T, le tems de la révolution de l'une ou de l'autre Planète, R, sa distance au centre S, & V sa vi-



tesse translativè ; comme on aura ( Art. II. )  $T = R\sqrt{R}$

$= \frac{R}{V}$ , V égalera  $\frac{1}{\sqrt{R}}$ . Ainsi les vitesses seront en raison

inverse des racines quarrées des distances SA & SB. Donc comme la Planete A, la plus proche du Soleil aura la plus grande vitesse translativè, elle décrira l'arc QK au lieu de la Tangente QD, & déterminera la Planete B à décrire l'Arc VH, en sorte que les vitesses QK & VH seront en raison renversée des deux masses ; ainsi supposant que le point o tourne autour du Soleil, suivant l'ordre des Signes, ce sera contre l'ordre des Signes que tournera l'une & l'autre Planete,

## ARTICLE XV.

Mais, pourquoi donc la Lune tourne-t-elle autour de nous d'Occident en Orient ? C'est une difficulté qui pourroit rendre le principe de l'attraction suspect : Cependant ne craignons rien, la Philosophie de M. Newton est trop féconde en ressources pour nous manquer au besoin. Ne s'agit-il que d'obliger la Lune à tourner autour de la Terre suivant l'ordre des Signes ? Je dis que pour lui donner cette direction, il suffit de supposer que quand ces deux Planetes ont été créées, Dieu les a d'abord placées sur un même Rayon vecteur, & qu'ensuite contre l'ordre ordinaire, il a donné la plus grande vitesse translativè à la Planete la plus éloignée du Soleil ; or cela étoit possible, donc voilà le principe de l'attraction en sûreté.

## ARTICLE XVI.

Qu'on ne dise point que l'arbitraire ne doit jamais entrer dans un systême, il est évident qu'il devient plus



que recevable dans celui de M. Newton ; car pourquoi ; par exemple , les Planetes circulent-elles toutes dans le même sens ; n'est-ce pas parce que Dieu l'a voulu ? Pourquoi tournent-elles sur leurs centres dans le sens qu'elles tournent autour du Soleil ; n'est-ce pas encore parce qu'il a plu à Dieu que cela fut ainsi ? Donc puisqu'aucune cause physique n'a dirigé le mouvement de la Lune suivant l'ordre des Signes , il faut de nécessité que cette direction se tire d'une détermination arbitraire : ces sortes de déterminations entrent nécessairement dans le système de M. Newton ; en veut-on une autre preuve ? la voici :

### ARTICLE XVII.

On sçait que dans l'hypothèse du vuide le centre commun de gravité du Soleil & des Planetes est immobile ; car qu'il y eût un seul instant où ce centre changeât de place , il faudroit (*Dissert. 2. Art. 29.*) qu'il continuât de se mouvoir suivant une direction constante , & avec une vitesse toujours uniforme ; donc le Soleil & les Planetes iroient bien-tôt se perdre de compagnie dans l'Immensité du vuide ; or c'étoit ce qu'il falloit prévenir : Donc il a été nécessaire que dès le premier instant de la création des masses qui devoient se lier par leurs forces attractives , leurs mouvemens absolus aient été partagés également suivant des directions contraires , c'est-à-dire , qu'en supposant , par exemple , que le Soleil se soit trouvé seul d'un côté , & toutes les Planetes de l'autre ; il a fallu que dès que celles-ci ont commencé à se mouvoir , Dieu ait imprimé au Soleil un mouvement contraire , mais égal à celui de toutes les Planetes prises ensemble ; voilà donc encore de l'arbitraire dans le système de M. Newton , aussi est-ce là ce qui en écarte toutes les difficultés.

ARTICLE



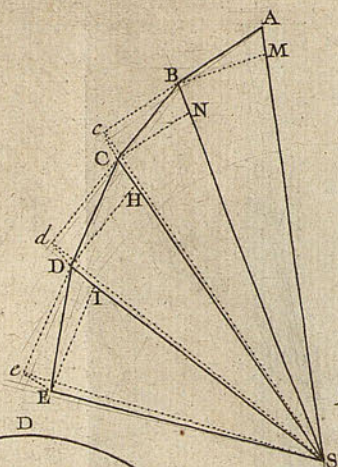
Fig. 1.<sup>re</sup>

Fig. 2.

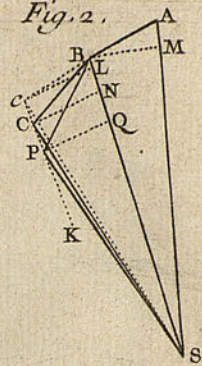


Fig. 3.

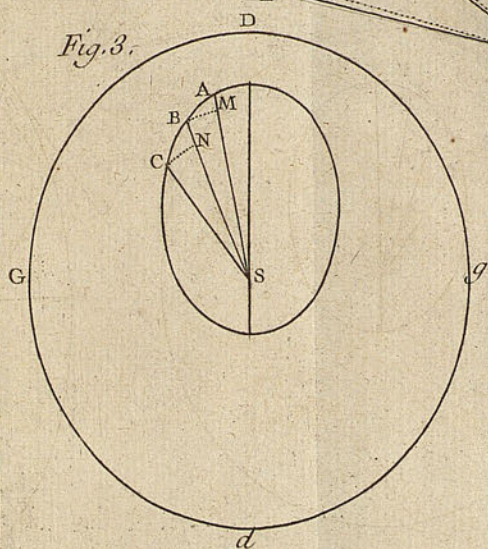


Fig. 4.

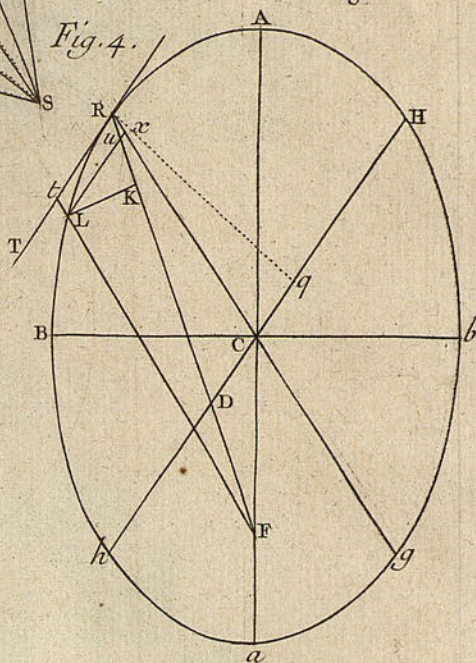


Fig. 5.

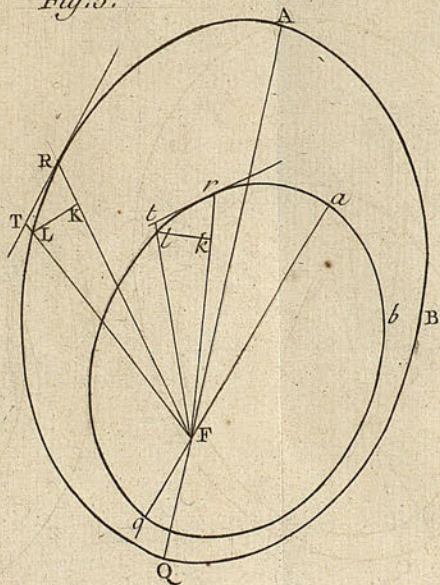
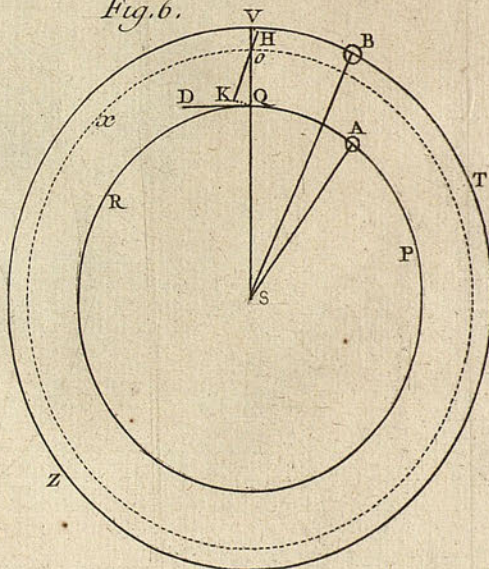
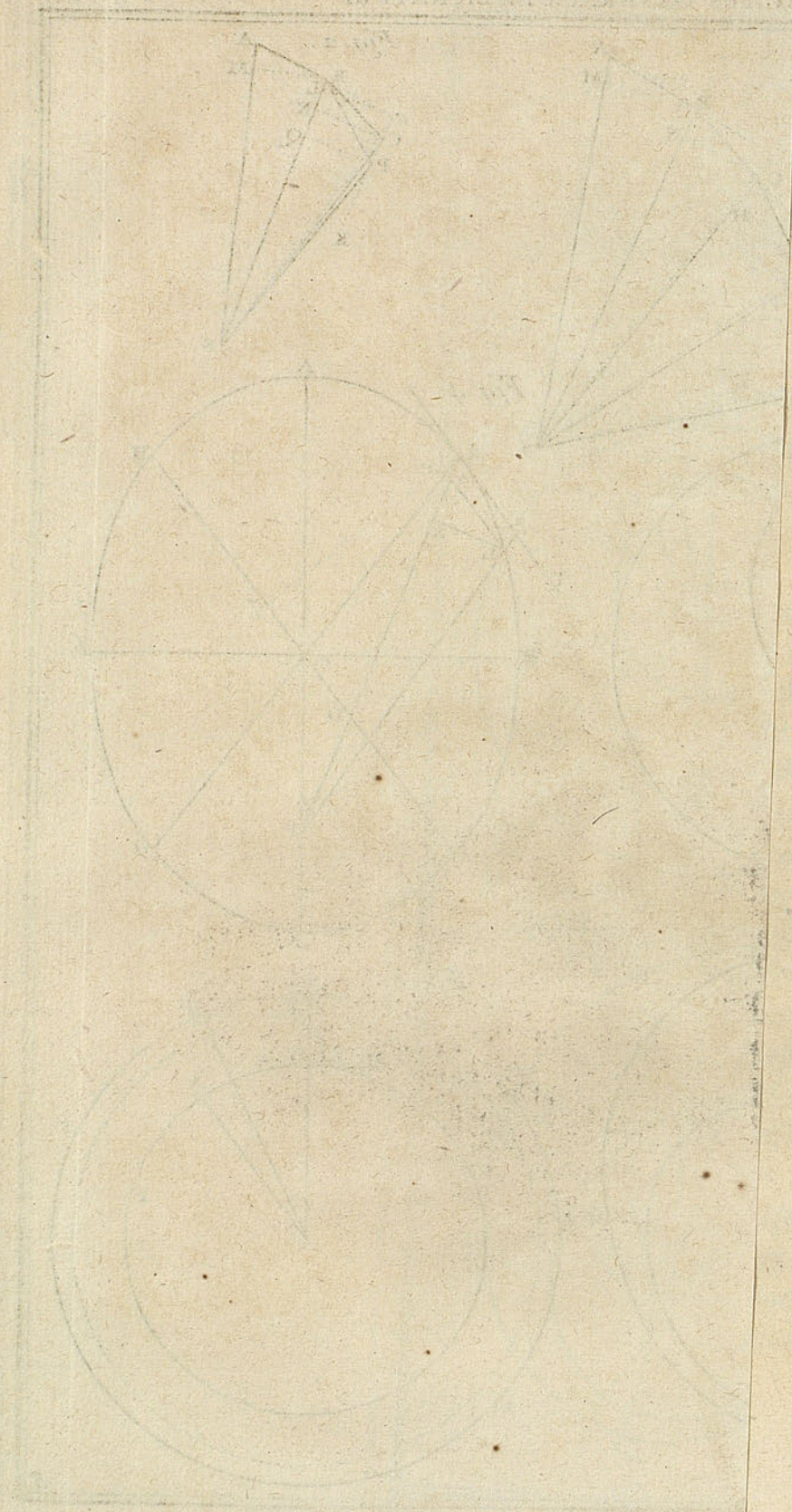


Fig. 6.







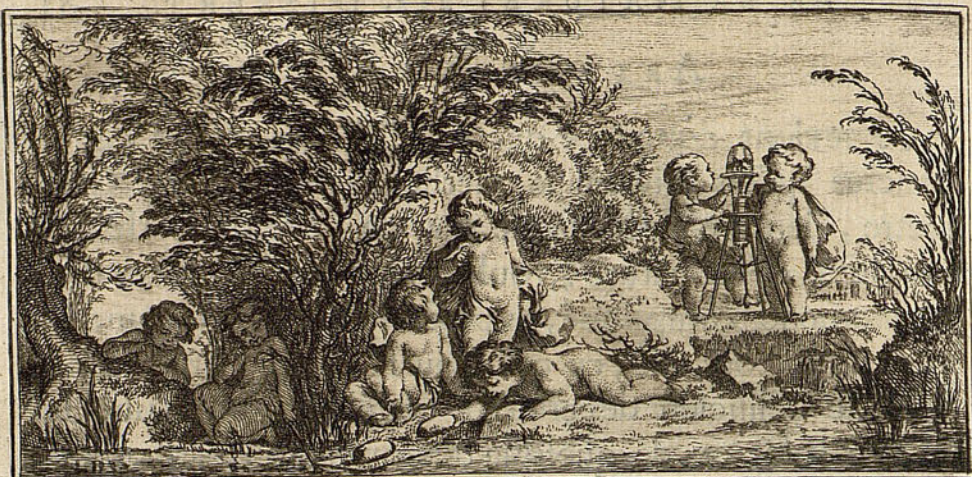


## ARTICLE XVIII.

Je reviens donc à ce que j'ai d'abord avancé , & je conclus qu'en suivant la méthode de ce grand Géometre , rien n'est plus facile que de développer le mécanisme de la nature ; voulez-vous rendre raison d'un Phénomene compliqué, exposez-le géométriquement , vous aurez tout fait ; ce qui pourra rester d'embarassant pour le Phisicien dépendra à coup sûr , ou d'une loi primordiale , ou de quelque détermination particuliere.







*Cochin fils inv. et Sculp.*

# PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA NATURE,

APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE.

ET COMPARES  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



QUATRIÈME DISSERTATION.

*Suite des Principes de la Philosophie de M. Newton.*

## ARTICLE I.



QUAND on regarde la pesanteur comme l'effet propre de l'impulsion, rien n'oblige de la supposer reciproque; le corps A peut être poussé vers le corps B, sans que celui-ci soit poussé vers le corps A: mais que la pesanteur ait l'attraction pour principe, A & B agi-



ront nécessairement l'un sur l'autre ; aussi M. Newton suppose-t'il que toute pesanteur est toujours réciproque. Cette réciprocation d'action ou de force , est une dépendance nécessaire du principe de l'attraction ; si quelquefois ce grand Géometre affecte de dire , qu'il se pourroit faire que ce qu'il nomme force attractive , dépendit de quelque cause purement mécanique ; on voit bien qu'en parlant ainsi , il ne veut que ménager la faiblesse de ceux qui ne sçavent admettre que ce qu'ils sont à portée d'entendre ; peut-être aussi veut-il sauver son principe du petit ridicule que jette le préjugé sur tout ce qui paroît tenir aux qualités occultes.

## ARTICLE II.

Mon dessein étant d'essayer le principe de l'attraction sur tous les Phénomènes qui pourroient en dépendre , je ne puis me dispenser d'entrer ici dans le détail des différentes applications qu'on en peut faire.

Soient  $AHKB$   $ahkb$  (Fig. I.) deux surfaces sphériques égales qui aient  $S$  &  $s$  pour centres , & les lignes  $ASB$   $asb$  pour diamètres ; soient aussi deux corpuscules égaux  $P$  &  $p$  , placés sur les prolongemens de ces Diamètres , je dis que les forces avec lesquelles les surfaces  $AHKB$  &  $ahkb$  attireront les corpuscules  $P$  &  $p$  , seront en raison inverse des quarrés des distances  $PS$  &  $ps$  aux centres  $S$  &  $s$ .

Supposant que les lignes  $PHK$  &  $PIL$  ,  $phk$  &  $pil$  , fassent aux points  $P$  &  $p$  des angles infiniment petits , & que la position de ces lignes soit telle que les arcs  $HMK$  ,  $IML$  , soient respectivement égaux aux arcs  $hmk$  &  $iml$  , si des points  $S$  &  $s$  on mene sur les lignes  $PK$  &  $PL$  ,  $pk$  &  $pl$  , les perpendiculaires  $SD$  &  $SE$  ,  $sd$  &



*se*, & que des points I & *i*, on mene aussi les perpendiculaires IQ sur PS, & IR sur PH, *iq* sur *ps*, & *ir* sur *ph*. 1°. Les cordes HK & *hk* étant égales entr'elles aussi bien que les cordes IL & *il*, on aura SD égale à *sd*, & SE égale à *se*; & parce que les angles DSE & *dse* seront infiniment petits, les points E & *e* se confondront avec les points F & *f*; ainsi on aura PE = PF & *pe* = *pf*, & la différence DF des lignes SD & SE, égalera la différence *df* des lignes *sd* & *se*, respectivement égales aux lignes SD & SE.

2°. Les Triangles rectangles IRH & *irh* seront semblables, parce que HK étant égale à la corde *hk*, l'angle IHR égalera l'angle *ihr*; donc RI sera à *ri*, comme le petit arc IH, au petit arc *ih*.

Ces choses supposées, les parallèles RI & DF, *ri* & *df*, donneront PF, PI :: DF, RI, & *pf*, *pi* :: *df*, *ri*, ou *pf*, *pi* :: DF, *ri*, à cause de l'égalité des différences *df* & DF; ainsi on aura  $RI = \frac{PI \times DF}{PF}$ , &  $ri = \frac{pi \times DF}{pf}$ , d'où on tirera RI, *ri* :: PI × *pf*, *pi* × PF; donc à la place des côtés RI & *ri* des triangles semblables IRH & *irh*, substituant les côtés, ou les arcs HI & *hi*, on aura HI, *hi* :: PI × *pf*, *pi* × PF.

D'un autre côté les triangles rectangles & semblables PSE & PIQ, *pse* & *piq*, donneront PS, PI :: SE, IQ, & *ps*, *pi* :: *se*, *iq*, ou PS, PI :: SF, IQ, & *ps*, *pi* :: SF, *iq*, à cause de l'égalité supposée des quatre lignes SF, SE, *sf*, *se*; donc on aura IQ, *iq* ::  $\frac{PI \times SF}{PS}$ ,  $\frac{pi \times SF}{ps}$  :: PI × *ps*, *pi* × PS: or que les demi-circonférences AHB & *ahb* tournent sur leurs Diamètres AB & *ab*, les Zônes que formeront les arcs infiniment petits HI & *hi*, se-



ront entr'elles comme ces arcs multipliés par les ordonnées correspondantes  $IQ$  &  $iq$ ; elles seront donc proportionnelles à  $\overline{PI}^2 \times pf \times ps$ , & à  $\overline{pi}^2 \times PF \times PS$ .

Maintenant si on divise ces Zônes par les quarrés des distances  $PI$  &  $pi$ , on aura  $pf \times ps$  &  $PF \times PS$  pour les forces avec lesquelles les corpuscules  $P$  &  $p$  (*Diff.* 3. *art.* 12.) seront attirés suivant les directions  $PI$  &  $pi$ ; & parce que ces forces seront aux forces attractives suivant les directions  $PS$  &  $ps$ , comme  $PI$  à  $PQ$ ,  $pi$  à  $pq$ , il est clair que les Triangles  $PIQ$  &  $PSF$ ,  $piq$  &  $psf$  étant semblables, les forces suivant les directions  $PI$  &  $PS$ ,  $pi$  &  $ps$  seront entr'elles comme  $PS$  à  $PF$ , comme  $ps$  à  $pf$ ; donc on aura  $pf \times ps \times \frac{PF}{PS}$  &  $PF \times PS$

$\times \frac{pf}{ps}$  pour les forces avec lesquelles les corpuscules  $P$  &  $p$  seront attirés vers les centres  $S$  &  $s$ ; ainsi ces forces seront entr'elles comme  $\overline{ps}^2$  &  $\overline{PS}^2$ ; elles seront donc en raison inverse des quarrés des distances aux centres  $S$  &  $s$ .

Or que sur les lignes  $PK$  &  $pk$ ,  $PB$  &  $pb$ , on mène les perpendiculaires  $LN$  &  $ln$ ,  $LT$  &  $lt$ , on trouvera de même que les Zônes formées par la révolution des arcs  $KL$ ,  $kl$  autour des Diametres  $AB$ ,  $ab$ , attireront les corpuscules  $P$  &  $p$  vers les centres  $S$  &  $s$ , avec des forces qui seront encore en raison inverse des quarrés des distances  $PS$  &  $ps$ .

Donc en général, puisque les deux surfaces spheriques égales  $AHKB$ ,  $ahkb$  pourroient être partagées en une infinité de Zônes formées par la révolution des arcs compris de part & d'autre entre des cordes respectivement égales, telles que  $HK$  &  $hk$ ,  $IL$  &  $il$ ,



& dont les prolongemens se réuniroient aux points P & p, les forces attractives des surfaces entieres, seront toujours en raison renversée des quarrés des distances PS & ps.

## ARTICLE III.

Il fuit delà, qu'en supposant qu'une sphere fût également dense dans toutes ses parties, la somme des forces avec lesquelles les différentes couches spheriques de sa masse attireroient un corps, seroit en raison inverse du quarré de la distance de ce corps au centre de la sphere.

## ARTICLE IV.

Que les spheres inégales ABD & abd (Fig. 2.) soient également denses, & qu'elles attirent les corpuscules P & p qu'on suppose égaux; si les distances PS & ps aux centres S & s sont proportionnelles aux Rayons SR & sr, les forces avec lesquelles les corpuscules P & p seront attirés, suivront la proportion de ces Rayons; car prenant dans les masses ABD & abd deux particules proportionnelles M & m de même figure & semblablement posées à l'égard des corpuscules P & p; si sur les diametres RH & rh, on abaisse les perpendiculaires MK & mk, les triangles PMK & pmk seront semblables, & auront leurs côtés homologues proportionnels aux Rayons SR & sr: or les particules M & m étant dans la proportion des masses ABD & abd, les forces avec lesquelles elles attireront les corpuscules P & p, seront comme les Cubes des rayons SR & sr divisés par les quarrés des distances PM & pm, c'est-à-dire comme  $\frac{SR^3}{PM^2}$  à  $\frac{sr^3}{pm^2}$  ou comme SR à sr, parce que  $\frac{SR^2}{PM^2}$



égalerà  $\frac{sr^2}{pm^2}$  ; mais ces forces réduites suivant les directions PS & ps, deviendront  $SR \times \frac{PK}{PM}$  &  $sr \times \frac{pk}{pm}$  ; donc elles resteront proportionnelles aux rayons SR & sr , à cause de l'égalité des fractions  $\frac{PK}{PM}$  &  $\frac{pk}{pm}$  ; donc les sommes des forces avec lesquelles les masses entières attireront les corpuscules P & p , suivront aussi la proportion de ces Rayons.

## ARTICLE V.

Il en fera de même de l'attraction des corpuscules P & p posés à des distances proportionnelles aux rayons homologues de deux solides semblables ( Fig. 3. ) & également denses, les attractions des corpuscules suivront encore la proportion des Rayons sur le prolongement desquels ils se trouveront placés.

## ARTICLE VI.

Les forces avec lesquelles les masses sphériques ABD & abd ( Fig. 2. ) attireroient les corpuscules P & p à des distances égales des centres S & s, feroient comme les Cubes des Rayons SR & sr ; car que la distance PS devint égale à ps, l'attraction du corpuscule P augmenteroit dans le rapport de  $\overline{SR}^2$  à  $\overline{sr}^2$  ; mais les attractions des corpuscules P & p à des distances proportionnelles aux Rayons SR & sr, étoient comme ces Rayons ( Art. 4. ) ; donc à des distances égales elles feroient comme  $SR \times \frac{\overline{SR}^2}{sr^2}$  à sr, ou comme  $\overline{SR}^3$  à  $\overline{sr}^3$ .



## ARTICLE VII.

Que les densités des masses sphériques  $ABD$  &  $abd$  (Fig. 2.) augmentassent ou qu'elles diminuassent, les forces attractives de ces masses augmenteroient ou diminueroient dans la même proportion; mais que la petite sphère  $abd$  changeât seule de densité, & que sans changer de volume, sa masse devint égale à celle de la sphère  $ABD$ , les corpuscules  $P$  &  $p$  se trouveroient alors également attirés, placés à des distances égales des centres  $S$  &  $s$ ; donc en general les mêmes distances supposées, les forces attractives sont comme les masses dont elles émanent.

## ARTICLE VIII.

Il suit de là que la force attractive d'une sphère quelconque  $ABD$ , est la même que celle qu'auroit une seule particule placée au centre  $S$ , & sous le volume de laquelle se ramasseroit la matière comprise dans toute l'étendue de la sphère.

## ARTICLE IX.

Comme toute attraction est réciproque, la somme des forces avec lesquelles le corpuscule  $P$  attireroit les différentes parties de la sphère  $ABD$ , seroit égale à celle qu'il auroit pour attirer une particule placée au centre  $S$ , & dont la masse égaleroit celle de la sphère entière.

## ARTICLE X.

Lorsque deux sphères  $ABD$  &  $abd$  s'attirent réciproquement, l'attraction de chacune de ces sphères est en raison directe de la masse par laquelle elle est attirée,  
&



& en raison inverse des quarrés des distances de leurs centres  $S$  &  $s$ , ce qui est évident, puisque les forces attractives des masses spheriques sont les mêmes que celles qu'auroient ces masses ramassées autour de leurs centres, & réduites sous un volume indefiniment petit.

## ARTICLE XI.

Un corpuscule  $p$ . renfermé au-dedans d'une couche spherique  $gfhi$  (Fig. 4.), doit être également attiré de toutes parts.

Qu'on fasse passer les cordes  $gh$  &  $fi$  par le point  $p$ , & que les arcs  $gf$  &  $hi$  soient infiniment petits, les Triangles  $gpf$  &  $hpi$  seront semblables; donc si les côtés  $gf$  &  $hi$  deviennent les diametres de deux figures pareillement semblables & proportionnelles aux quarrés des distances  $fp$  &  $hp$ , ou  $pg$  &  $pi$ , à cause de l'infinie petitesse des arcs  $gf$  &  $hi$ ; les forces opposées avec lesquelles ces figures attireront le corpuscule  $p$ , seront

entr'elles comme  $\frac{fp^2}{fp^2}$  à  $\frac{hp^2}{hp^2}$ , comme 1 à 1; donc les forces contraires devant être égales dans toute l'étendue de la couche spherique  $gfhi$ , le corpuscule  $p$  sera également attiré de toutes parts.

## ARTICLE XII.

Que le corpuscule  $p$  soit au-dedans d'une sphere pleine  $hkl$  (Fig. 5.), il pesera vers le centre  $S$  avec une force proportionnelle au rayon  $Sp$  de la couche spherique  $pqr$  sur laquelle il se trouvera placé; car les forces avec lesquelles il sera attiré par les couches interposées entre  $pqr$  &  $hkl$ , se détruisant réciproquement, il n'é-



prouvera que l'impression de la force attractive de la sphere  $pqr$ , impression (Art. 4.) proportionnelle au rayon  $Sp$ .

### ARTICLE XIII.

Soit  $ABCD\ abcd$  (Fig. 6.) un anneau compris entre deux Ellipses  $ABCD$  &  $abcd$  qu'on suppose semblables, concentriques & infiniment proches l'une de l'autre; si cet anneau par sa révolution sur l'axe  $DB$ , forme une couche sphéroïdale au-dessous de laquelle on place un corpuscule  $p$ , ce corpuscule sera également attiré de toutes parts.

Qu'on fasse passer la corde  $gh$  par le point  $p$ , & qu'on mene le Diametre  $SR$  auquel cette corde servira d'ordonnée, on aura  $qg = qh$ , &  $ql = qm$ , donc  $lg$  égalera  $mh$ : que par le point  $p$ , on mene une autre corde  $fi$ , qui fasse avec  $gh$  l'angle  $fpq$  ou  $iph$  infiniment aigu, & que  $fpq$  &  $iph$  soient pris pour deux Cones opposés au sommet, il est clair qu'à cause de l'égalité des lignes  $gl$  &  $hm$ , ou  $fe$  &  $in$ , les particules  $felg$  &  $inmh$ , feront entr'elles en raison directe des quarrés de leurs distances au corpuscule  $p$ ; Donc (Art. 12. Diff. 3.) elles attireront également ce corpuscule de part & d'autre; donc en general comme les forces contraires seront égales dans toute l'étendue de la couche sphéroïdale, le corpuscule  $p$  sera également attiré de toutes parts.

### ARTICLE XIV.

Que ce corpuscule soit au-dedans d'un spheroïde plein  $ABCD$ , sa pesanteur sera proportionnelle au demi-diametre  $Sp$  de la couche sphéroïdale  $pkt$  sur laquelle il se trouvera placé; car les forces avec lesquelles il sera at-



tiré par les couches interposées entre  $pkt$  & ABCD se détruisant réciproquement (*Art. 13.*), il n'éprouvera que l'impression de la force attractive du sphéroïde  $pkt$ , impression (*Art. 5.*) proportionnelle au rayon  $Sp$ .

## ARTICLE XV.

Si on suppose que le corpuscule  $p$  placé sur le prolongement de la ligne BA (*Fig. 7.*), soit attiré par tous les points de cette ligne avec des forces AK, EF, BH, qui soient en raison inverse des quarrés des distances  $pA$ ,  $pE$ ,  $pB$ , l'aire comprise entre AB & la Courbe HFKZ, exprimera la force totale avec laquelle la ligne AB attirera le corpuscule  $p$ , & cette aire sera proportionnelle à  $\frac{1}{pA} - \frac{1}{pB}$ ; car que la ligne BA fût prolongée jusqu'en  $p$ , l'aire totale  $pBHZ$  exprimeroit la force attractive de la ligne  $Bp$ ; or nommant  $x$  la ligne  $p\alpha$ , l'ordonnée  $\alpha V$  seroit proportionnelle à  $\frac{1}{xx}$ , & l'on auroit  $\frac{dx}{xx}$  pour la différentielle de l'aire  $p\alpha VZ$ , ce qui donneroit  $-\frac{1}{x}$  pour la somme des Elemens compris entre  $\alpha V$  &  $pZ$ ; ainsi en égalant  $x$  à  $pA$ , l'aire  $pAKZ$  vaudroit  $-\frac{1}{pA}$ : de même si on égaloit  $x$  à  $pB$ , l'aire totale  $pBHZ$  égaleroit  $-\frac{1}{pB}$ ; donc en retranchant  $-\frac{1}{pA}$  de cette quantité,  $\frac{1}{pA} - \frac{1}{pB}$  exprimeroit l'aire ABHK; telle sera donc la force avec laquelle le corpuscule  $p$  sera attiré par la ligne AB; C. Q. F. D.



## ARTICLE XVI.

Que le corpuscule  $p$  soit placé sur le prolongement de l'axe d'un cercle infiniment mince qui ait  $AR$  pour rayon (*Fig. 8.*) , la force avec laquelle le Plan circulaire attirera ce corpuscule , sera proportionnelle à

$$1 - \frac{pA}{pR}.$$

Si du centre  $p$ , on décrit les arcs  $RB$ ,  $DE$  & *gde* infiniment proche de  $DE$ , & que les ordonnées  $BH$ ,  $EF$ , *ef*,  $AK$ , soient entr'elles en raison inverse des quarrés des distances  $pR$ ,  $pD$ ,  $pd$ ,  $pA$ , nommant  $pD$  ou  $pE$ ,  $x$ , &  $AD$ ,  $y$ , on aura  $Dg$  ou  $Ee = dx$  &  $Dd = dy$ ; & à cause des triangles semblables  $Dgd$  &  $DAp$ , on aura

aussi  $dy = \frac{xdx}{y}$ ; donc la petite Zône formée par la révolution de  $dy$  autour de l'axe  $pA$  sera proportionnelle à

$xdx$ ; ainsi en multipliant  $xdx$  par  $\frac{1}{xx}$ , on aura  $\frac{dx}{x}$  pour

la force avec laquelle cette Zône attirera le corpuscule suivant la direction  $pD$ , & cette force réduite suivant

la direction  $pA$ , deviendra  $pA \times \frac{dx}{xx}$ ; mais  $\frac{dx}{xx}$  égalera

l'Element  $EFfe$ ; donc puisque cet élément multiplié par  $pA$ , donnera la force avec laquelle la Zône  $xdx$  attirera le corpuscule  $p$  suivant la direction  $pA$ , l'aire totale  $ABHK$  multipliée pareillement par  $pA$  donnera la force qu'aura le cercle entier pour attirer ce corpuscule suivant la même direction; cette force (*Art. 15.*) sera

donc proportionnelle à  $pA \times \frac{1}{pA} - \frac{1}{pR} = 1 - \frac{pA}{pR}$ ;

C. Q. F. D.



## ARTICLE XVII.

Soit maintenant le corpuscule  $p$  (*Fig. 9.*) placé sur le prolongement de l'axe  $BA$  du Cilindre  $MONR$ , formé par la révolution du Parallelograme  $MABR$  sur son côté  $AB$ , si on décrit la courbe  $HFKZ$  dont les ordonnées  $BH$ ,  $EF$ ,  $AK$ , soient comme les forces attractives des Plans circulaires  $RN$ ,  $DG$ ,  $MO$ , suivant la direction  $pA$ , & que par conséquent (*Art. 16.*) elles se trouvent proportionnelles à  $1 - \frac{pB}{pR}$ ,  $1 - \frac{pE}{pD}$ ,  $1 - \frac{pA}{pM}$ ; égalant  $BR$  à  $1$ , & nommant  $pB$ ,  $x$ , &  $pA$ ,  $z$ , l'Element de l'aire comprise entre la Courbe & la ligne  $pB$ , donnera

$dx = \frac{x dx}{\sqrt{xx+1}}$  &  $x = \sqrt{xx+1}$  pour l'aire entiere : de même on aura  $z = \sqrt{zz+1}$  pour l'aire comprise entre la Courbe & la ligne  $pA$ ; retranchant donc cette quantité de  $x = \sqrt{xx+1}$ , on aura  $x - \sqrt{xx+1} = z - \sqrt{zz+1}$ , ou  $pB - pR = pA - pM$ , ou  $AB = pR + pM$  pour l'aire  $ABHK$ , ou pour la force avec laquelle le Cilindre  $MONR$  attirera le corpuscule  $p$  suivant la direction  $pA$ .

## ARTICLE XVIII.

Que le corpuscule  $p$  (*Fig. 10.*) soit placé à l'extrémité de l'axe  $Bp$  du sphéroïde applati  $DpGB$  inscrit dans le Cilindre  $MONR$  formé par la révolution du Parallelograme  $MpBR$  sur son côté  $pB$ , la force avec laquelle le sphéroïde attirera le corpuscule  $p$ , sera censée être à la force attractive de la sphere  $dpgB$  qui aura  $Cp$  pour Rayon, comme la force du Cilindre  $MONR$  circonscrit au sphéroïde, à la force du Cilindre *monr* circonscrit



à la sphere ; c'est-à-dire que l'attraction du corpuscule par le sphéroïde sera à son attraction par la sphere , comme ( *Art. 17.* )  $pB - pR + pM$  , à  $pB - pr + pm$  ; ainsi en supposant par exemple que  $pB$  fut à  $DG$  , comme 100 à 101 , on trouveroit que la pesanteur du corpuscule sur l'axe du sphéroïde , seroit à sa pesanteur sur la sphere inscrite , à peu près comme 126 à 125.

## ARTICLE XIX.

Que le corpuscule  $p$  ( *Fig. 11.* ) se trouve placé à l'extrémité de l'axe  $Gp$  du sphéroïde allongé  $pAGB$  inscrit dans le Cilindre  $MONR$  formé par la révolution du Parallelograme  $MpGR$  sur son côté  $pG$  , la force avec laquelle le sphéroïde attirera le corpuscule  $p$  , sera censée être à la force attractive de la sphere circonscrite qui aura  $Cp$  pour Rayon , comme la force du Cilindre  $MONR$  circonscrit au sphéroïde , à la force du Cilindre *monr* circonscrit à la sphere ; ces forces seront donc entr'elles comme ( *Art. 17.* )  $pG - pR + pM$  , à  $pG - pr + pm$  ; ainsi en supposant que  $pG$  fut à  $BA$  , comme 101 à 100 , on trouveroit que la pesanteur du corpuscule sur l'axe du sphéroïde allongé , seroit à sa pesanteur sur la sphere circonscrite à peu près comme 125 à 126.

## ARTICLE XX.

Supposant encore que la raison de  $pG$  à  $BA$  ( *Fig. 11.* ) soit la même que celle de 101 à 100 , comme le sphéroïde applati est moyen proportionnel géométrique entre la sphere  $DpEG$  & le sphéroïde allongé , & que la pesanteur sur la sphere  $DpEG$  , est à la pesanteur sur l'extrémité de l'axe  $Gp$  du sphéroïde allongé  $BpAG$  ,



comme 126 à 125, on voit que si  $pG$  devenoit l'Equateur du sphéroïde applati qui auroit  $AB$  pour axe, les pesanteurs du corpuscule placé au point  $p$ , commun à la sphere circonscrite & aux deux différens sphéroïdes, pouvant être supposées proportionnelles aux masses de ces solides, on auroit à peu près  $125\frac{1}{2}$  pour la pesanteur du corpuscule sur l'Equateur du sphéroïde applati.

## ARTICLE XXI.

La même proportion gardée entre les Diametres  $pG$  &  $BA$  du sphéroïde applati, la pesanteur à l'extrémité de son axe  $BA$ , fera à la pesanteur sur son Equateur  $PCG$ , comme 501 à 500.

Soient  $\pi$ ,  $s$ ,  $S$ ,  $E$ , les pesanteurs prises séparément, au Pole  $B$  du sphéroïde applati, sur la sphere inscrite  $BdAg$ , sur la sphere circonscrite  $DpEG$ , & sur l'Equateur  $pCG$  du sphéroïde, le rapport de  $\pi$  à  $E$ , fera le produit des trois rapports intermediaires, il sera composé,

Du rapport de  $\pi$  à  $s$ , ou de (*Art. 18.*) 126 à 125.

Du rapport de  $s$  à  $S$ , ou de (*Art. 4.*) 100 à 101.

Du rapport de  $S$  à  $E$ , ou de (*Art. 20.*) 126 à  $125\frac{1}{2}$ .

Donc  $\pi$  fera à  $E$ , comme  $126 \times 100 \times 126$  à  $125 \times 101 \times 125\frac{1}{2}$  ou comme 501 à 500.

## ARTICLE XXII.

Si le principe de l'attraction a lieu dans la Nature, il est aisé de comparer la masse du Soleil avec celles de la Terre, de Jupiter & de Saturne; ces masses centrales ont des Satellites dont on connoît les distances & les forces centripetes mesurées par les sinus versés des arcs qu'ils décrivent dans un tems déterminé; ainsi nommant



$d$ , la distance d'un Satellite au centre de la masse  $m$ ,  
&  $f$ , sa chute initiale ; comme on aura  $f = \frac{m}{dd}$  la masse  
 $m$  sera proportionnelle à  $fdd$ .

## ARTICLE XXIII.

Cette masse divisée par son volume, donnera sa densité ; donc connoissant la grosseur du Soleil comparée à celles de la Terre, de Jupiter & de Saturne, on connoitra aussi le rapport de leurs densités.

## ARTICLE XXIV.

Qu'un Satellite  $p$  (Fig. 12.) à une distance déterminée  $Sp$  d'une masse centrale  $S$  pareillement déterminée, circule autour de cette masse, je dis que le tems de la révolution du Satellite, sera toujours proportionnel à la racine de sa distance au centre commun de gravité  $O$  des deux masses.

Que  $p$  soit infiniment petit par rapport à  $S$ , le centre  $O$  se confondra avec celui de la masse centrale  $S$  ; or si on suppose que ce Satellite décrive le cercle  $pHI$ , & que  $f$  exprime sa chute initiale vers  $S$  à la distance  $Sp$ , nommant  $R$  cette distance,  $V$  la vitesse translatrice du Satellite, &  $T$  le tems de sa révolution, on aura  $f = \frac{VV}{R} = \frac{R}{TT}$  en mettant pour  $V$  sa valeur  $\frac{R}{T}$ , d'où on tirera  $T = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{f}}$ .

Mais que la masse  $p$  augmente, & que le centre commun de gravité de  $S$  & de  $p$ , remonte au point  $O$ , ce sera autour de ce point que tourneront les deux masses ; ainsi pendant que  $S$  décrira le cercle  $SKG$ , le Satellite  $p$  décrira



décrira le cercle  $pQZ$  ; nommant donc  $r$  le Rayon  $Op$   $v$  la vitesse translatrice du Satellite, &  $T$  le tems de sa révolution, comme la distance respective des masses  $S$  &  $p$  fera encore la même, on aura  $f$  ou  $\frac{VV}{R}$ , ou  $\frac{R}{TT}$   
 $= \frac{vv}{r} = \frac{r}{TT}$ , d'où on tirera  $T = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{f}}$  ; donc  $T$  sera à  $T$ ,  
 comme  $\sqrt{r}$  à  $\sqrt{R}$  ; donc le tems de la révolution du Satellite autour de la masse centrale  $S$ , fera proportionnel à la racine de sa distance, au centre commun de gravité des deux masses.

## ARTICLE XXV.

Si l'attraction a lieu dans la Nature, la tendance respective d'un Satellite vers la Planete à laquelle il s'associe & de la Planete vers le Satellite, augmente dans le tems des quadratures, & diminue du double de son augmentation dans le tems des Syfygies.

Supposons, par exemple, que  $BCGD$  (*Fig. 13.*) soit l'orbite de la Lune,  $T$  la Terre, &  $S$  le Soleil, si l'on prend  $SC$  égale à  $ST$ , & que la Lune étant supposée au point  $C$  vers l'une de ses quadratures, on abaisse sur  $ST$  la perpendiculaire  $CN$  ; il est clair qu'à cause de la grande disproportion des Rayons  $ST$  &  $TC$ , la perpendiculaire  $CN$  & la ligne  $TC$  seront supposées égales, aussi-bien que les distances  $SN$  &  $ST$  ; or nommant  $r$  le Rayon  $TC$  ou  $TG$ , & supposant que  $ST$  exprime la force qu'aura le Soleil pour attirer la Terre & la Lune dans le tems des quadratures, cette force décomposée donnera  $r$  pour celle qu'ajoutera l'action du Soleil à la pesanteur réciproque des deux Planetes.

Mais que la Lune se trouve en conjonction au point

N



G, si on suppose que SM soit à ST en raison renversée des quarrés des distances SG & ST, & qu'on nomme  $x$  la distance SG, &  $z$  la ligne TM ou la différence des forces avec lesquelles le Soleil attirera la Lune placée au point G, & la Terre placée au point T, ces forces seront entr'elles comme  $\frac{1}{xx}$  à  $\frac{1}{xx+2rx+rr}$ , ou comme

$$x+r+z \text{ à } x+r, \text{ proportion qui donnera } \frac{x+r}{xx} = \frac{x+r+z}{xx+2rx+rr}, \text{ d'où on tirera } z = \frac{2rxx+3rrx+r^3}{xx}; \text{ or}$$

à cause de la grande disproportion des Rayons SG & TG, les termes  $3rrx$  &  $r^3$  seront censés s'évanouir; donc la force  $z$  retranchée de la pesanteur réciproque des deux Planetes, & comparée à la force ST, égalera  $2r$ .

Et si on mettoit la Lune au point B en opposition avec le Soleil, & qu'on supposât que Sm fut à ST en raison inverse des quarrés des distances SB & ST, nommant  $y$  la ligne Tm, où la différence des forces Sm & ST, on auroit

$$\frac{1}{xx+4rx+4rr}, \frac{1}{xx+2rx+rr} :: x+r-y, \text{ d'où on tireroit } y = \frac{2rxx+5rrx+3r^3}{xx+4rx+4rr} = 2r \text{ double}$$

de  $r$  augmentation de la pesanteur respective de la Lune & de la Terre dans le tems des quadratures. Il suit de là que toute compensation faite, ce que l'action du Soleil retranche de la pesanteur respective d'un Satellite quelconque & de la Planete à laquelle il se trouve associé, est à cette pesanteur comme TC distance des deux Planetes, à ST distance du Soleil à la Planete principale.

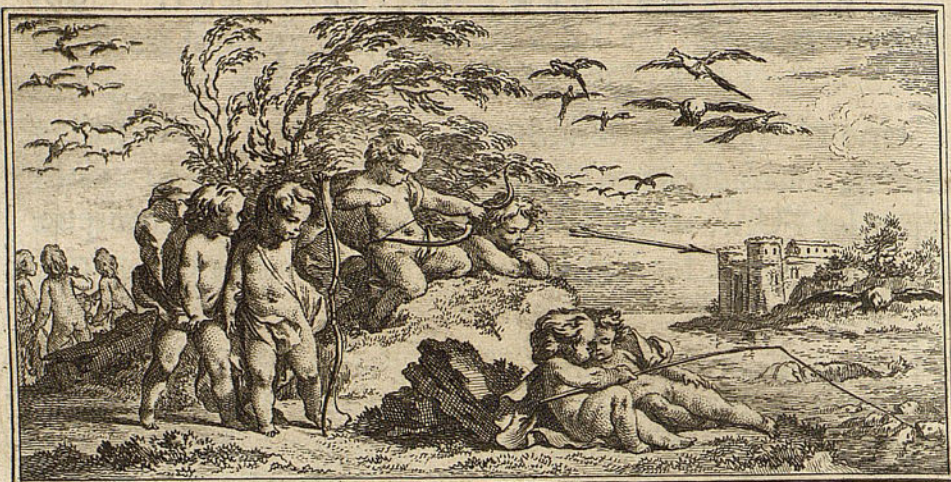


## ARTICLE XXVI.

Une réflexion generale qu'on peut faire sur le principe de l'attraction, c'est qu'admettre ce principe, c'est supposer l'Univers infini ; car si tous les corps s'attirent mutuellement, les Etoiles ne restent en repos que parce qu'elles sont également attirées de toutes parts, ce qui ne pourroit être s'il s'en trouvoit qui donnassent des bornes à la Nature. Je dis donc qu'afin que les Etoiles fixes gardent entr'elles les mêmes rapports de distances, il faut que leur nombre soit infini ; j'ajoute qu'il faut encore qu'elles soient distribuées de maniere que rien ne puisse les déplacer ; car si les forces sont en raison inverse des quarrés des distances, deux masses qui n'auroient aucune force centrifuge, ne pourroient commencer à s'approcher l'une de l'autre, que l'équilibre général ne se rompit toujours de plus en plus, & que tous les corps répandus dans l'Univers ne se ramassâssent enfin autour de leur centre commun de gravité : mais de plus, puisque les parties de la matiere ne sont pas toutes en repos, & qu'entre celles qui se meuvent, il s'en trouve dont les mouvemens ne sont point circulaires, comment l'équilibre general peut-il subsister ? Ailleurs nous avons trouvé des ressources dans l'arbitraire, ici nous devons recourir au miracle.

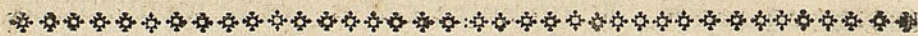
Changeons maintenant de langage, & rentrons dans le système commun.





*Cochon, fils inv. et Sculp.*

PRINCIPES GÉNÉRAUX  
DE LA NATURE,  
APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE,  
ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



CINQUIÈME DISSERTATION.

*Mouvement des Corps dans les Fluides.*

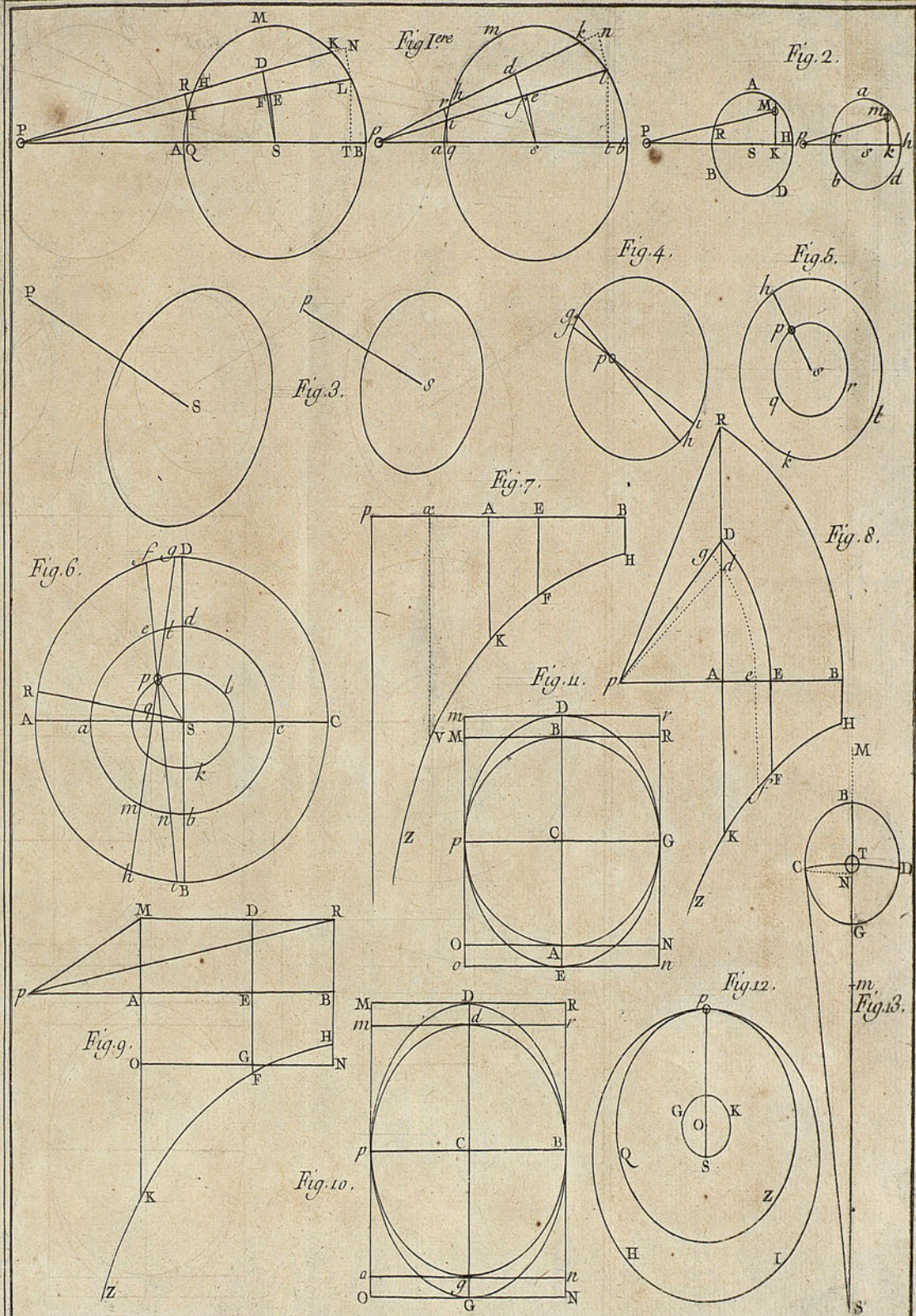
ARTICLE I.



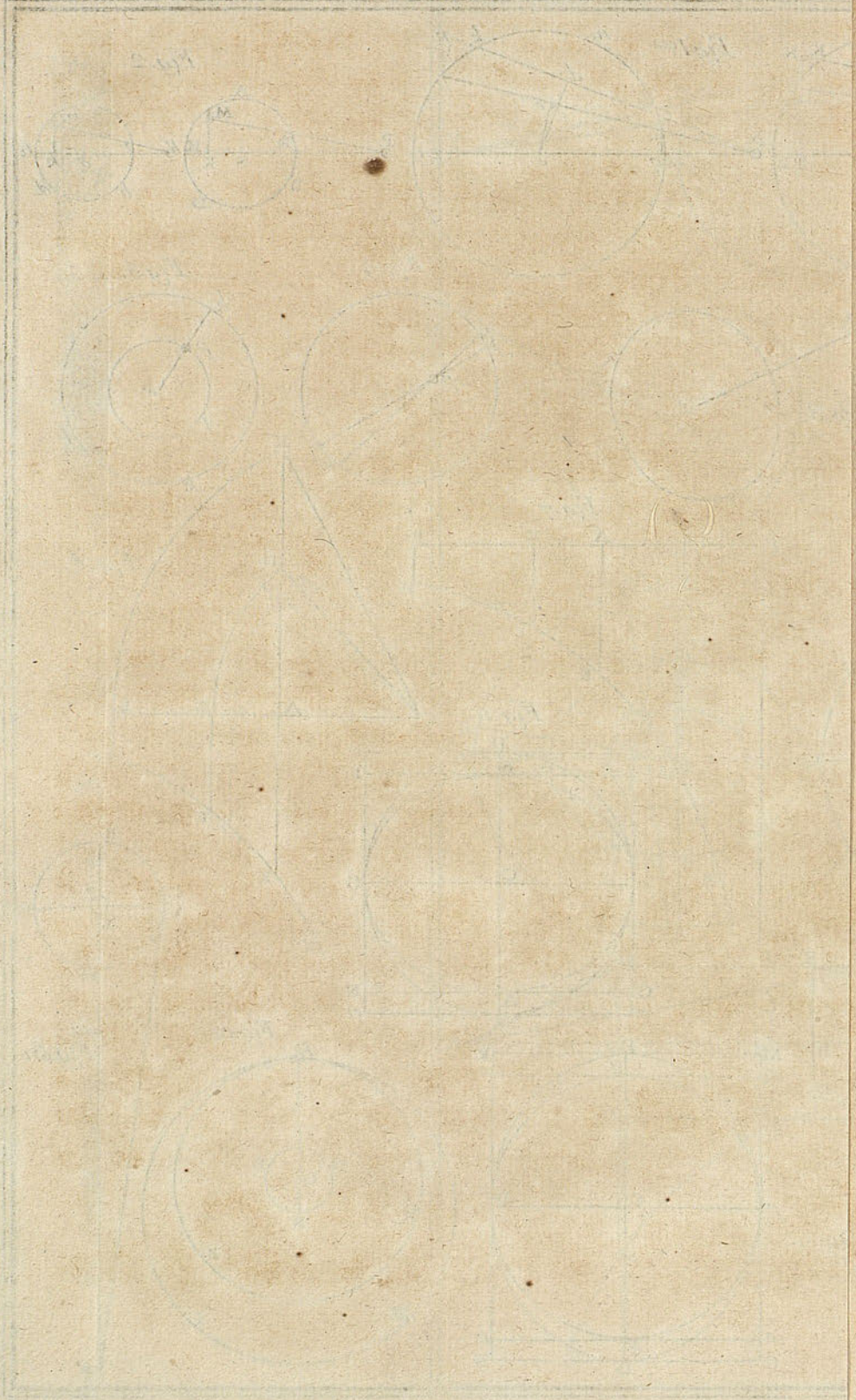
N a vû qu'en analysant géométriquement la loi de Kepler, il est aisé de découvrir les principes généraux que suppose le mécanisme astronomique.

1°. De ce que chaque Planete décrit autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems











qu'elle employe à les décrire, on conclut qu'elles se meuvent toutes comme si elles étoient dans un milieu non résistant, & qu'elles ne fussent que pesantes.

2°. De ce qu'elles décrivent des Ellipses aufquelles le Soleil sert de foyer, on conclut que les différentes pesanteurs d'une même Planete sont par-tout en raison renversée des quarrés de ses distances à ce foyer commun.

3°. De ce que les quarrés des tems des révolutions sont comme les cubes des distances moyennes, on infere que quelqu'inégales que soient les masses des Planetes, leurs chûtes initiales comparées, suivent toujours la proportion inverse des quarrés de leurs distances au Soleil.

On a vû aussi que ceux qui abandonnent les Planetes à l'impression de la matiere etherée, & qui ne les font circuler autour du Soleil qu'en les assujettissant à suivre par-tout les mouvemens translatifs des couches sphériques de son tourbillon, se trouvent nécessairement en contradiction avec eux-mêmes ; car s'ils veulent que les vitesses translatives soient en raison renversée des distances, il est vrai qu'alors le Rayon vecteur de chaque Planete décrira des aires égales dans des tems égaux, mais aussi les tems des révolutions totales ne seront-ils plus comme les racines quarrées des Cubes des grands Axes ; ou s'ils veulent que les vitesses soient en raison renversée non des distances, mais des racines de ces distances, les tems des révolutions répondront à la vérité à ceux que demandent les observations, mais les aires décrites ne suivront plus la proportion des tems employés à les décrire.

Qu'on s'y prenne donc comme on voudra, jamais



on ne pourra s'écarter impunément des principes qui se tirent de la loi de Kepler, ces principes sont les seuls qu'il soit possible d'adapter au Mécanisme astronomique ; mais il s'agit de les justifier en se renfermant dans l'hypothèse de la plénitude universelle.

Commençons par faire voir que dans cette hypothèse les Planètes peuvent se mouvoir comme si elles étoient dans le vuide, & qu'elles ne fussent que pesantes.

#### ARTICLE II.

Un Fluide est une masse composée de parties indéfiniment déliées, détachées les unes des autres, & par-là susceptibles de toutes sortes d'impressions.

#### ARTICLE III.

Il faut distinguer dans un fluide, les parties propres qui le composent, & les particules qui occupent les interstices que ces parties laissent entr'elles, & l'on doit concevoir que la totalité de ces particules intermédiaires qu'on suppose plus déliées que celles qu'elles séparent, forme un nouveau fluide que pénétre pareillement un fluide plus délié, pénétré lui-même par une matière encore plus fluide, & ainsi à l'infini. C'est ce qu'on est en droit de supposer, parce que la matière est infiniment divisible, & ce qu'on doit admettre, parce que les fluides prennent incessamment l'empreinte des corps solides qui les obligent de leur donner passage. Ainsi tout fluide en renferme toujours une infinité d'autres qui lui sont hétérogènes.

#### ARTICLE IV.

Un corps solide est un corps dont toutes les parties



sont adhérentes les unes aux autres, les fluides qui remplissent les pores, ne sont point partie de sa masse.

## ARTICLE V.

Un corps soit solide, soit fluide, est plus ou moins dense, selon qu'il contient plus ou moins de matiere propre, sous un volume déterminé.

## ARTICLE VI.

La résistance qu'éprouve un corps qui se meut dans un fluide, est la quantité de mouvement qu'il y perd à chaque instant, quantité toujours égale à celle du mouvement qu'acquierent les parties du fluide suivant la direction du mouvement perdu.

## ARTICLE VII.

Quand un corps solide reçoit une impression de mouvement, chacune des particules dont ce corps est composé, entre en partage de l'impression que reçoivent celles auxquelles le mouvement est immédiatement communiqué ; mais quand les particules d'un fluide sont frappées, comme elles ne sont point attachées les unes aux autres, celles qui ne sont pas immédiatement appliquées au corps qui les pousse, s'écartent & se dérobent en partie à l'impression du choc, de maniere que le corps qui se meut dans le fluide, ne perd à chaque instant qu'une partie du mouvement qu'il perdrait, si les particules qui s'opposent immédiatement à son passage étoient adhérentes à celles vers lesquelles elles sont poussées.

## ARTICLE VIII.

Il suit de-là, que quand un corps se meut dans un



fluide, il doit faire circuler autour de lui une couche de matière, ou mince ou épaisse, suivant la qualité des particules du fluide \*, je veux dire suivant que ces particules sont plus ou moins déliées, & qu'elles ont plus ou moins de facilité à se séparer les unes des autres; en sorte que le corps mû ne rencontreroit à chaque instant que des couches infiniment minces, en supposant qu'il se trouvât dans un milieu parfaitement fluide; supposition qu'on est en droit de faire, même dans l'hypothèse de la plénitude universelle, puisque dans cette hypothèse, on est toujours également obligé de reconnoître, que la matière peut avoir plus ou moins de fluidité, & qu'en tout genre, ce qui est capable de plus & de moins, est capable de l'infini.

## ARTICLE I X.

Mais il faut remarquer qu'un mobile mû dans un milieu infiniment fluide, & qui ne rencontre à chaque instant que des couches infiniment minces, peut n'employer qu'une infinitième partie de sa force à pousser en avant les particules infiniment déliées qu'il rencontre en son chemin. Pour éclaircir ce que je dis, je suppose qu'une masse ACDB, (Fig. I.) soit poussée vers une autre masse FHIG, & que le milieu qui les sépare, soit infiniment peu fluide, on voit que toute l'action du corps mis en mouvement, tombera à la fois, & sur toutes les parties que renfermera l'espace BDHF, & sur le corps FHIG; mais qu'on donne un peu de fluidité aux parties qui se trouveront entre les surfaces BD

\* *Medium cedendo projectilibus, non recedit in infinitum, sed in circulum eundo pergit ad spacia quæ corpus relinquit à tergo.....*

M. Newton, page 334. Phil. nat. Princip. Mathemat.



& FH, ces parties commenceront à s'échapper suivant des directions laterales, & l'impression que ce corps faisoit sur FHIG par l'entremise des particules intermediaires, commencera à s'affoiblir & s'affoiblira toujours de plus en plus, à mesure qu'on augmentera la fluidité du milieu BDHF, en sorte que si cette fluidité devenoit infinie, le corps ACDB ne feroit impression sur FHIG, que dans l'instant qu'il le joindroit; donc les parties du fluide n'auroient point été poussées en avant, elles se feroient échappées suivant des directions paralleles aux surfaces BD, FH, conformément aux loix de l'hydrostatique. C'est que la plus legere impression faite sur un fluide infiniment délié, doit l'obliger à couler par le chemin le plus court vers l'endroit que quitte le corps auquel il est obligé de donner passage.

## ARTICLE X.

Je dis plus, la vitesse avec laquelle s'échappe lateralement un fluide, peut devenir infinie, c'est ce qui arrivera, par exemple, dans l'instant qui précédera celui du contact des deux corps ACDB, FHIG; c'est-à-dire dans l'instant où l'espace par lequel les surfaces BD & FH seront séparées, se trouvera réduit à un espace infiniment mince; car puisque les particules qui seront comprises entre BD & FH, & qui ne seront point voisines des bords de ces surfaces, auront un espace fini à parcourir dans un tems infiniment petit, il faudra de nécessité que la vitesse avec laquelle elles s'échapperont devienne infinie.

## ARTICLE XI.

Justifions encore par la loi de la Statique, que tout



mouvement fini peut produire une vitesse infinie dans un milieu parfaitement fluide. Je suppose qu'un vase ABCD, rempli d'eau (*Fig. 2.*), ait vers le fond BC une ouverture F par où l'eau s'écoule, la vitesse avec laquelle elle s'écoulera, fera la même que celle qu'acquerreroit un corps en tombant de la hauteur DF, & si on élève la colonne qui forcera l'eau à fortir par l'ouverture F, le mouvement du jet augmentera dans la proportion du poids de la colonne, & cela parce que la vitesse aussi-bien que la quantité d'eau qui jaillira, seront également proportionnelles à la racine de ce poids; mais que sans élever la colonne, on augmente la vitesse de sa chute initiale, le mouvement du jet augmentera encore suivant la proportion du poids; en sorte que si la vitesse initiale de la chute augmentoit infiniment, & qu'elle devint finie, le mouvement du jet deviendrait infini; ainsi en exprimant ce mouvement par  $\infty$ ,  $\sqrt{\infty}$  exprimeroit la vitesse avec laquelle l'eau s'échapperait latéralement par l'ouverture F, en supposant néanmoins que la grossièreté de ses particules, ne fit aucun obstacle à son passage, ou plutôt en supposant que l'eau devint aussi fluide que l'éther; donc dans ce cas la vitesse du jet serait infiniment plus grande que toute vitesse finie, donc tout poids infini peut occasionner une vitesse infinie dans un fluide parfaitement fluide; or puisque le poids d'un corps est proportionnel à sa masse multipliée par sa vitesse initiale, il est clair qu'une masse finie qui commence à se mouvoir avec une vitesse pareillement finie, équivaut à un poids infini; donc un mouvement fini peut occasionner une vitesse infinie dans un milieu parfaitement fluide. Il suit de-là que conformément à ce que j'ai déjà dit, les particules que rencontre in-



cessamment un corps qui se meut dans un fluide , pourroient à la rigueur ne recevoir qu'une infinitième partie de l'impression qu'elles recevroient , en supposant qu'elles n'eussent pas la facilité de s'échapper suivant des directions laterales : or dès qu'un mobile ne pousse pas devant lui toute la matiere qu'il déplace , & qu'il ne fait pour ainsi dire , que l'écarter pour s'ouvrir un passage , il est clair que la résistance qu'il éprouve à chaque instant , peut être plus ou moins grande , qu'elle peut même devenir nulle ; car on a vû , (*Diff. 2. art. 25.*) qu'un mouvement ne s'affoiblit qu'en se communiquant suivant la direction qui lui est propre , & qu'un mouvement direct ne souffre aucune diminution par les mouvemens lateraux qu'il occasionne.

## ARTICLE XII.

Quand un corps se meut avec une vitesse déterminée , dans un espace rempli de différens fluides , la résistance qu'il éprouve ne répond pas seulement à l'épaisseur des couches qu'il fait circuler autour de lui , elle répond encore à la densité de ces couches , & l'on voit que cette densité est relative ; elle doit toujours être proportionnelle à la quantité de matiere à laquelle les pores du corps mê refusent un libre passage.

## ARTICLE XIII.

Il suit de-là qu'un même corps peut éprouver différentes résistances dans différens fluides.

## ARTICLE XIV.

Il suit encore de-là , que dans un même fluide différens corps de même figure & d'un égal volume , peu-



vent éprouver différentes résistances ; car qu'on supposât par exemple , que la surface d'un corps fut absolument impénétrable , ce corps ne pourroit se mouvoir dans un fluide , qu'il ne pousât toutes les parties renfermées dans la couche qu'il feroit circuler autour de lui ; ainsi la densité relative de cette couche devenant infinie , la résistance qu'éprouveroit le corps qui la pousseroit , feroit à chaque instant la plus grande qu'il pourroit éprouver relativement à sa vitesse & à la nature du fluide dont il dérangeroit les parties.

## ARTICLE XV.

Quand un corps se meut dans un fluide dont les parties sont indéfiniment déliées , la quantité de matière qu'il rencontre ou qu'il ramasse à chaque instant , est proportionnelle à sa vitesse actuelle , ou si l'on veut , à l'espace qu'il parcourt dans cet instant.

## ARTICLE XVI.

Quelle que soit la résistance qu'éprouve à chaque instant un corps qui se meut dans un fluide , il sera toujours aisé de déterminer la proportion que formera la suite de ses vitesses résidues ; car supposons que le corps  $a$  , ayant 1 de masse & 1 de vitesse , pousse dans le premier instant de son mouvement une quantité de particules dont la masse totale soit  $x$  , sa vitesse résiduelle après le choc fera ( *Diff. 2. art. 16.* ) suivant la loi de la communication des mouvemens  $\frac{a}{a+x}$  ; or puisque la quantité des particules poussées par le corps  $a$  , doit toujours répondre à la vitesse actuelle de ce corps , cette quantité



dans le second instant égalera  $\frac{ax}{a+x}$  ; car si avec 1 de vitesse, le corps pousse  $x$  de matiere, il est clair qu'avec  $\frac{a}{a+x}$  de vitesse, la quantité de matiere qu'il poussera, égalera  $\frac{ax}{a+x}$  ; mais le mouvement de ce corps après sa premiere perte étant  $\frac{aa}{a+x}$ , ce mouvement divisé par  $\frac{aa+2ax}{a+x}$  somme des deux masses, donnera  $\frac{a}{a+2x}$  pour la vitesse résiduë à la fin du second instant ; de même on aura la quantité ou la somme des particules poussées par ce corps après la seconde perte, en faisant cette nouvelle proportion,  $1, x :: \frac{a}{a+2x}, \frac{ax}{a+2x}$  ; or le mouvement du corps  $a$  après la seconde perte étant  $\frac{aa}{a+2x}$ , si on divise ce mouvement par  $\frac{aa+3ax}{a+2x}$  somme des deux masses, on aura pour la vitesse résiduë du corps  $a$  au troisiéme instant  $\frac{a}{a+3x}$ , & l'on trouvera en réitérant la même opération que la suite des vitesses résiduës de ce corps dans tous les momens successifs de son mouvement, formera la progression harmonique  $\frac{a}{a+x}, \frac{a}{a+2x}, \frac{a}{a+3x}, \frac{a}{a+4x}, \&c.$

## ARTICLE XVII.

Soit RSTV une hiperbole Equilatere qui ait la ligne Cz pour assymptote, & le point R pour sommet, si



on prend RM proportionnelle à la vitesse primitive d'un corps qui se meut dans un fluide, & qu'on partage la ligne Mz en une infinité de parties égales & infiniment petites MN, NO, OP, &c. les ordonnées NS, OT, PV, &c. marqueront les vitesses résiduelles du mobile, & les parties égales MN, NO, OP, &c. exprimeront les instans auxquels répondront ces vitesses, ce qui est évident, puisque les ordonnées MR, NS, OT, PV, formeront entr'elles une Progression harmonique.

## ARTICLE XVIII.

Les différences des Ordonnées, ou les résistances seront comme les quarrés des vitesses; car si CR est la moitié de l'axe, nommant  $a$ , la ligne CM égale à MR,  $x$ , chacune des abscisses, &  $y$  chacune des ordonnées, on aura  $aa = xy$  ou  $\frac{aa}{y} = x$ , ou  $-\frac{aady}{yy} = dx$  ou  $-dy = \frac{yydx}{aa}$ ; donc à cause des constantes  $dx$  &  $aa$ , on aura la résistance  $-dy$  proportionnelle à  $yy$ .

## ARTICLE XIX.

Les espaces infiniment petits parcourus dans les instans MN, NO, OP, seront entr'eux comme les aires MS, NT, OV, & l'espace total que parcourera le mobile dans un tems fini quelconque MP, sera proportionnel à l'aire MRVP que renfermeront les ordonnées MR VP; ainsi comme cette aire sera elle-même infiniment petite par rapport à l'aire totale comprise entre l'hyperbole & son asymptote, il est clair que le mobile parcourera un espace infini dans un tems infini.



## ARTICLE XX.

Si les abscisses  $CM$ ,  $CN$ ,  $CO$ ,  $CP$  (*Fig. 4.*), forment une progression géométrique, les tems  $MN$ ,  $NO$ ,  $OP$ , en formeront une pareille, aussi-bien que les vitesses  $MR$ ,  $NS$ ,  $OT$ ,  $PV$ ; mais les termes de celle-ci seront dans un ordre renversé.

## ARTICLE XXI.

La progression supposée, les aires  $MS$ ,  $NT$ ,  $OV$ , seront égales; ainsi dans les tems  $MN$ ,  $NO$ ,  $OP$ , le mobile parcourera des espaces égaux.

## ARTICLE XXII.

Si c'est la raison double qui regne dans la progression des abscisses, les lignes droites  $RN$ ,  $SO$ ,  $TP$ , toucheront la courbe aux points  $R$ ,  $S$ ,  $T$ , & les triangles  $MRN$ ,  $NSO$ ,  $OTP$ , seront égaux aussi-bien que les Parallelogrames  $MRDN$ ,  $NSGO$ ,  $OTHP$ .

## ARTICLE XXIII.

On pourroit supposer que le mobile n'éprouveroit aucune résistance; dans ce cas les espaces qu'il parcoureroit avec les vitesses  $MR$ ,  $NS$ ,  $OT$ , feroient proportionnels aux rectangles égaux  $MRDN$ ,  $NSGO$ ,  $OTHP$ .

On pourroit supposer encore, que les résistances qu'éprouveroit le mobile en commençant à se mouvoir avec les vitesses  $MR$ ,  $NS$ ,  $OT$ , feroient constantes & égales aux différentielles de ces vitesses, dans ce cas le mobile perdrait tout son mouvement dans les tems  $MN$ ,  $NO$ ,  $OP$ , après avoir parcouru des espaces propor-



tionnels aux triangles égaux  $MRN$ ,  $NSO$ ,  $OTP$ ; mais nous supposons que les résistances décroissent incessamment dans le rapport des quarrés des vitesses; or dans ce cas, les espaces que parcourt le mobile dans les tems  $MN$ ,  $NO$ ,  $OP$ , sont proportionnels aux aires égales  $MRSN$ ,  $NSOT$ ,  $OTVP$ .

#### ARTICLE XXIV.

Comme un corps acquereroit tout son mouvement avec une force constante, égale à celle qui le lui feroit perdre (les tems supposés les mêmes) il suit évidemment de ce que nous venons de dire, qu'en supposant les résistances dans la proportion des quarrés des vitesses, un mobile perdra la moitié de son mouvement dans le tems qu'il le perdrait ou qu'il l'acquereroit tout entier avec une force constante, égale à la première résistance qu'il éprouvera dans le fluide. On voit par exemple, que si le mobile commence à se mouvoir avec la vitesse  $MR$ , il aura perdu la moitié de cette vitesse à la fin du tems  $MN$ , le même que celui pendant lequel son mouvement primitif seroit ou produit ou détruit avec une force constante égale à la différentielle de  $MR$ .

#### ARTICLE XXV.

Les mêmes choses supposées que dans les articles précédens, & nommant  $V$  la vitesse primitive  $MR$ ,  $T$  le tems  $CM$  ou  $MN$  pendant lequel cette vitesse seroit ou produite ou détruite avec une force constante égale à  $dV$ , si  $x$  marque le tems à la fin duquel la vitesse  $V$  se trouvera réduite à une vitesse quelconque exprimée  
par



par la fraction  $\frac{V}{n}$  plus petite que  $\frac{V}{1}$ , & qui par conséquent aura pour dénominateur un nombre entier ou rompu plus grand que l'unité; la proportion  $T, T+x :: \frac{V}{n}$ ,  $V$  donnera le tems  $x$  égal à  $\frac{1}{n-1} \times T$ ; ainsi en supposant par exemple que  $\frac{V}{n}$  fut à  $V$ , comme  $\frac{1}{3}$  à 1,  $x$  égaleroit  $2T$ ; c'est-à-dire que la vitesse primitive  $MR (V)$  deviendrait  $\frac{V}{3}$  dans un tems double de celui où le mouvement seroit ou produit ou détruit avec une force égale à la première résistance que lui feroit le fluide.

## ARTICLE XXVI.

Dans les fluides dont les particules sont infiniment déliées, les résistances sont comme les densités relatives (les vitesses supposées les mêmes). Si le corps  $a$ , avec 1 de vitesse pousse dans un fluide une quantité de matière exprimée par  $x$ , & que celle qu'il pousse dans un autre fluide avec la même vitesse, soit égale à  $z$ , on aura  $\frac{a}{a+x}$  &  $\frac{a}{a+z}$ , pour les vitesses résiduelles, d'où il suit

que les mouvemens perdus seront  $\frac{ax}{a+x}$  &  $\frac{az}{a+z}$ , ainsi en supposant les quantités  $x$  &  $z$  infiniment petites, les pertes seront entr'elles comme  $x$  à  $z$ , ou comme les densités relatives.

## ARTICLE XXVII.

Montrons encore que dans un milieu infiniment fluide, les résistances sont comme les quarrés des vi-



teffes. Soient  $a$  &  $b$ , deux corps homogènes égaux & semblables qui se meuvent dans le même fluide avec les vitesses  $V$  &  $v$ , les sommes des particules que ces corps ramasseront dans le fluide seront entr'elles comme  $Vx$  à  $vx$  (*Art. 15.*); ainsi on aura pour les vitesses résiduelles après le premier choc,  $\frac{aV}{a+Vx}$  &  $\frac{bv}{b+vx}$ , & les mouvemens perdus seront  $\frac{aVVx}{a+Vx}$  &  $\frac{bvux}{b+vx}$ , donc en supposant les sommes des masses rencontrées infiniment petites, les pertes seront entr'elles comme  $VV$  à  $vv$ .

## ARTICLE XXVIII.

Si dans un milieu infiniment fluide, deux corps supposés inégaux, mais homogènes, de même figure, & ayant la même vitesse, présentent dans le même sens leurs surfaces homologues aux parties du fluide, suivant la direction de leurs mouvemens, les résistances qu'éprouveront ces deux corps, seront comme leurs surfaces homologues.

Soit  $V$  la vitesse commune des corps  $m$  &  $n$ , si on suppose que leurs surfaces soient  $S$  &  $s$  les sommes des particules que ces corps ramasseront dans le fluide, seront entr'elles comme  $Sx$  à  $sx$ ; ainsi on aura pour les vitesses résiduelles après le premier choc  $\frac{mV}{m+Sx}$  &  $\frac{nV}{n+sx}$ , d'où il suit que les mouvemens perdus seront  $\frac{mVSx}{m+Sx}$  &  $\frac{nVsx}{n+sx}$ ; donc, si on suppose les sommes des masses rencontrées infiniment petites, les pertes ou les résistances seront comme  $S$  à  $s$ , ou comme les surfaces.



## ARTICLE XXIX.

De ce qui vient d'être prouvé dans les Articles 26 27 & 28, il suit qu'en nommant  $x$  &  $z$ , les densités relatives de deux différens fluides où se meuvent les corps  $m$  &  $n$ , avec les vitesses  $V$  &  $v$ , & ayant  $S$  &  $s$  pour leurs surfaces, les résistances feront entr'elles comme  $xVVS$  à  $zvvs$ , c'est-à-dire comme les densités relatives multipliées par les quarrés des vitesses, & par les surfaces.

## ARTICLE XXX.

Un corps qui se meut dans un fluide avec une vitesse déterminée, doit éprouver différentes résistances, suivant les différens côtés par lesquels il pousse les parties du fluide, il n'y a que la sphere qui, à cause de l'uniformité qui regne dans toutes les parties de sa surface, doive toujours éprouver la même réaction de la part de celles du fluide, quelque côté qu'elle leur présente, pourvû que ce soit avec la même vitesse qu'elle les frappe.

## ARTICLE XXXI.

On suppose maintenant qu'un solide  $m$  (*Fig. 5.*) formé par la révolution de la courbe  $AHD$  autour de son axe, se meuve dans un fluide suivant la direction  $CA$ , & l'on demande quel mouvement perdra ce mobile dans le premier instant du choc, par rapport à celui qu'il perdrait, si conservant sa vitesse, il suivoit la direction  $AC$ .

## RESOLUTION.

Soit  $AV$  ou  $HV$  la vitesse du solide  $m$ , si sur la  
P ij



tangente au point H on élève une perpendiculaire, & qu'on mene VZ parallèle à cette tangente, il est clair que la ligne HZ marquera & la vitesse avec laquelle le corps *m* poussera les parties du fluide suivant la direction HZ & (*Art.* 15.) la quantité des particules que ce corps fera mouvoir par l'entremise de H, d'où il suit que le mouvement communiqué aux parties du fluide, suivant la direction HZ, sera proportionnel à  $HZ^2$  conformément à ce qui a déjà été démontré (*Art.* 27.) Mais si on abaisse sur HV la perpendiculaire ZT, le mouvement suivant la direction HZ, sera au mouvement suivant la direction HV comme HZ à HT; ainsi on aura cette proportion  $HZ, HT :: HZ^2, HZ \times HT$ , donc  $HZ \times HT$  exprimera le mouvement que le corps *m* communiquera au fluide par l'entremise du point H, & suivant la direction HV; donc celui qu'il lui communiquera suivant la même direction par l'Element Hh, sera  $HZ \times HT \times Hh$ . Maintenant si des points H & h supposés infiniment proches l'un de l'autre, on abaisse les ordonnées HP, hp, & qu'on nomme AP, *x*, & HP, *y*, on aura Pp ou son égale  $lH = dx$ ,  $lh = dy$  &  $Hh = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ ; nommant aussi les vitesses AV ou HV, V, les triangles semblables Hlh, VZH & ZTH donneront  $HZ = \frac{Vdy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$  &  $HT = \frac{Vdy^2}{dx^2 + dy^2}$ ; ainsi  $HZ \times HT \times Hh$  deviendra  $\frac{VVdy^3}{dx^2 + dy^2}$ , or en nommant *r* le rayon CD, & *c* la circonférence du cercle DCd, celle du cercle qui aura *y* pour rayon fera  $\frac{cy}{r}$ ; donc  $\frac{cVVdy^3}{r \times dx^2 + dy^2}$  marquera le mouvement que la Zone for-



mée par la révolution de  $Hh$ , imprimera aux parties du fluide suivant la direction  $HV$ ; ainsi en tirant de l'équation à la courbe, l'intégrale de cette quantité, il ne s'agira plus que de la comparer avec  $\frac{cVVr}{2}$  mouvement que le corps  $m$ , perdrait dans le premier instant du choc, si avec la vitesse  $V$  il suivoit la direction  $AC$ ; on aura donc par ce moyen le rapport cherché des deux pertes.

## E X E M P L E.

Soit le corps  $m$  une hemisphère, l'équation à la courbe sera  $2rx - xx = yy$ , & l'on aura  $rdx - xdx = ydy$ , &  $dx^2 = \frac{yydy^2}{r-x^2} = \frac{yydy^2}{rr-yy^2}$ , ainsi en mettant cette valeur de  $dx^2$  dans la formule  $\frac{cVVydy^3}{r \times dx^2 + dy^2}$  on aura  $\frac{cVVrrydy - cVVy^3 dy}{r^3}$

dont l'intégrale en égalant  $y$  à  $r$ , fera  $\frac{cVVr}{4}$  égale à la résistance qu'éprouvera l'hemisphère en suivant la direction  $CA$ ; mais puisque celle qu'elle éprouveroit en suivant la direction  $AC$  égaleroit  $\frac{cVVr}{2}$  les pertes seroient entr'elles comme 1 à 2.

## ARTICLE XXXII.

La résolution précédente est fondée sur les premières loix du mouvement; il est clair que quand le corps  $m$ , se meut dans un fluide avec la vitesse & suivant la direction  $HV$ , il ramasse par le point  $H$ , les particules qui se trouvent dans la ligne  $HZ$ , & les pousse avec une vitesse égale à  $HZ$ , il faut donc que le mouvement



qu'il communique au fluide par l'entremise de ce point, soit proportionnel à  $HZ^2$ , ce qui s'accorde avec ce qu'on a déjà démontré ; mais ce mouvement réduit suivant la direction  $HV$  devient  $HZ \times HT$ , ainsi  $HZ \times HT$  étant multiplié par l'élément  $Hh$  doit donner la somme des mouvemens que perd le corps  $m$ , en frappant le fluide par l'élément  $Hh$ . Je sçai que ce n'est pas ainsi qu'on a coutume de s'y prendre pour résoudre ce problème ; on suppose que le corps  $m$  en frappant le fluide par le point  $H$ , pousse la colonne  $HV$ , mais avec la vitesse  $HT$ , ce qui implique ; car si c'est la colonne  $HV$  que frappe le corps  $m$ , ce corps ne peut pas la pousser avec moins de vitesse qu'il n'en conserve après l'avoir frappée ; ainsi on a tort de supposer comme on le fait communément, que le mouvement communiqué au fluide par le point  $H$ , est égal à  $HV \times HT$ . On suppose encore que l'élément  $Hh$ , ne frappe qu'autant de colonnes qu'en frapperoit l'élément  $hl$  ; ainsi pour avoir le mouvement communiqué par  $Hh$ , on multiplie  $HV \times HT$  par  $hl$  ou  $dy$ , en quoi on s'écarte encore des principes reçus : Il est évident que tous les points de l'élément  $Hh$  frappent également les colonnes qui leur répondent, & qui portent perpendiculairement sur  $Hh$  regardée comme tangente à la courbe. Heureusement cette seconde erreur corrige la première ; car à cause des triangles semblables  $HZV$  &  $h/H$ , on a  $HV$ ,  $HZ :: Hh$ ,  $hl$ , &  $HV \times hl = HZ \times Hh$  ; ainsi  $HV \times HT \times hl$  se trouve égal à  $HZ \times HT \times Hh$  mouvement communiqué aux parties du fluide par l'élément  $Hh$  suivant la direction  $HV$ .



## ARTICLE XXXIII.

Le mouvement que perd le corps *m*, lorsqu'avec *AV* de vitesse il pousse les parties du fluide, est précisément le même que celui qu'il acquereroit si le fluide ayant la même vitesse, venoit le frapper avec une direction parallele à *VC*; c'est que dans le mouvement tout est relatif & réciproque.

## ARTICLE XXXIV.

La circulation des parties d'un fluide dans lequel un corps se meut, ne peut être parfaite que quand ces parties sont infiniment déliées, car lorsqu'elles sont finies & grossieres, elles s'embarassent dans leur cours; ainsi ne pouvant se replier de maniere qu'elles embrassent aisément le corps auquel elles doivent donner passage, il faut que le fluide se condense, & que la couche que ce corps fait mouvoir s'épaississe.

## ARTICLE XXXV.

Si un corps plongé dans un fluide pesant & comprimé étoit tout-à-coup anéanti, les particules voisines de l'espace qu'il cesseroit de remplir, viendroient l'y remplacer avec une vitesse proportionnelle à la racine de la hauteur du fluide; or je dis qu'elles le remplacent de même & avec la même vitesse quand il vient à se mouvoir; aussi les particules qu'il trouve sur son chemin ne sont-elles plus obligées de faire une circulation entiere autour de lui, à moins que la vitesse avec laquelle il se meut, ne l'emporte sur celle qu'a le fluide pour le suivre en conséquence de la pesanteur de toutes ses parties, encore n'auroit-on pas même de circulation dans



ce cas, si le fluide étant élastique, la vitesse de sa dilatation ou du développement des particules placées derrière le mobile suppléoit au trop de lenteur de leurs mouvemens translatifs.

Cela conçu, on concevra aussi qu'il pourroit y avoir tel fluide où la résistance qu'éprouveroit un corps en mouvement deviendrait nulle; Je suppose toujours que le fluide soit infiniment fluide, ce qu'il est permis de supposer, puisque comme je l'ai déjà dit, ce qui est capable de plus & de moins, est capable de l'infini.

Que les particules d'un fluide admissent des vuides entr'elles, un mobile qui les rencontreroit dans son chemin, les pousseroit en avant, rien ne les déroberoit à l'impression du choc, leurs écarts suivant des directions laterales n'auroient plus lieu, donc elles feroient perdre au mobile tout le mouvement qu'elles en recevroient, donc ce n'est que dans l'hipotèse de la plénitude universelle qu'on peut supposer des fluides non résistans.

#### ARTICLE XXXVI.

On sçait que les liqueurs qu'on doit regarder comme des fluides comprimés pesent en tout sens suivant leurs hauteurs & leurs bazes, & toujours perpendiculairement aux surfaces des corps qu'elles pressent; ainsi en supposant qu'un vase *MSTN* (*Fig. 6.*) soit rempli d'eau, & que sur un des côtés du vase on prenne une surface infiniment petite *Hh*, cette surface sera pressée avec une force égale au poids d'une colonne qui s'élevant perpendiculairement sur *Hh*, auroit une hauteur égale à *HG* distance du point *H* à la ligne horizontale *MN*.

Maintenant si on suppose qu'un corps formé par la révolution de la courbe *AD* (*Fig. 7.*) autour de son axe *AC*,



AC, soit plongé dans le vase MSTN rempli d'eau jusqu'à la hauteur MN, & que l'axe CA réponde perpendiculairement à la surface MN, on aura ainsi l'impression que fera le fluide sur le corps DAd.

Que sur un point quelconque de la surface DAd on élève une perpendiculaire HZ égale à HG distance du point H à la surface MN; cette perpendiculaire représentera, & la colonne dont le point H portera le poids, & la direction suivant laquelle le corps DAd sera poussé par cette colonne; mais pour avoir l'impression qu'elle fera sur ce corps suivant la direction GH parallèle à AC, on abaissera sur HG la perpendiculaire ZQ, & alors QH exprimera le poids de ZH évalué suivant la direction parallèle à l'axe AC; or si des points H & h supposés infiniment proches l'un de l'autre, on abaisse les ordonnées HP, hp & qu'on nomme l'axe AC  $a$ , la perpendiculaire CAF,  $f$ , la coupée AP,  $x$ , & l'ordonnée PH,  $y$ , on aura HG ou HZ =  $f - a + x$ , Pp ou son égale Hl =  $dx$ , lh =  $dy$ , Hh =  $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ , & les triangles

semblables Hhl & ZHQ donneront  $HQ = \frac{f dy - a dy + x dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$

égal au poids de ZH évalué suivant la direction QH: de plus, si on nomme le rayon CD,  $r$ , & la circonférence du cercle DCd,  $c$ , celle du cercle qui aura  $y$  pour rayon

sera  $\frac{cy}{r}$ ; donc en multipliant  $\frac{f dy - a dy + x dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$  par  $\frac{cy}{r}$  &

par  $Hh = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ , on aura  $\frac{cfy dy - cay dy + cxy dy}{r}$

pour l'impression que la petite Zône formée par la révolution de Hh, recevra du fluide suivant la direction QH; ainsi l'impression totale suivant la même direction



sera exprimée par l'intégrale de  $\frac{cfydy}{r}$  moins l'intégrale de  $\frac{caydy - cxydy}{r}$ ; or en intégrant  $\frac{cfydy}{r}$  & en égalant  $y$  à  $r$ , on aura  $\frac{cfr}{2}$  égal à un Cilindre qui auroit le cercle  $DCd$  pour base &  $f$  pour hauteur; donc l'impression sur toute la surface  $DAd$  égalera le poids de ce Cilindre, moins l'intégrale de  $\frac{caydy - cxydy}{r}$  qui donnera l'espace occupé par le solide  $DAd$ : & pour avoir cette intégrale on se servira de l'équation à la courbe  $DAd$ ; par exemple, si cette courbe est la demi-circonférence d'un cercle on aura  $ydy = adx - xdx$ , & cette valeur de  $ydy$  substituée dans  $\frac{caydy - cxydy}{r}$  donnera  $\frac{caadx - 2caxdx + cxxdx}{r}$  dont l'intégrale sera  $\frac{caax}{r} - \frac{caxx}{r} + \frac{cx^3}{3r}$  ou  $\frac{crr}{3}$  en égalant  $a$  &  $x$  à  $r$ ; de même si la courbe  $DAd$  est une parabole, on aura  $ydy = \frac{dx^2}{2}$  en prenant le Parametre pour l'unité, & cette valeur étant substituée dans  $\frac{caydy - cxydy}{r}$  donnera  $\frac{caxx - cxdx}{2r}$  dont l'intégrale sera ou  $\frac{cax}{2r} - \frac{cxx}{4r} = \frac{cayy}{2r} - \frac{cxyy}{4r}$  en mettant  $yy$  à la place de  $x$ , ou  $\frac{car}{4}$  en égalant  $y$  à  $r$  &  $x$  à  $a$ ; ainsi le poids que portera l'hémisphère  $DAd$  vaudra celui d'une colonne qui auroit pour Base  $\frac{cr}{2}$  ou le cercle  $DCd$  & pour hauteur  $f - \frac{2}{3}r$ ; & le poids dont sera chargée la surface convexe du Co-



noïde parabolique  $DAd$  vaudra celui d'une colonne qui auroit encore  $\frac{cr}{2}$  pour base, mais dont la hauteur égaleroit  $f - \frac{1}{2} a$ .

On tire du même principe que la colonne qui réagira sur la surface du cercle  $DCd$  suivant la direction  $CA$ , aura plus de force que celle qui pressera la surface  $DAd$  suivant la direction  $AC$ ; ce qui est évident, puisque les colonnes seront entr'elles comme  $\frac{cfr}{2}$  à  $\frac{cfr}{2}$  moins un volume d'eau égal au solide  $DAd$ .

Mais il s'offre ici trois cas différens, car on peut supposer que le poids absolu du corps  $DAd$  fera ou plus fort ou plus foible que celui d'un pareil volume d'eau, ou que ces poids seront égaux; dans le premier cas, la colonne qui réagira suivant la direction  $CF$  devenant moins forte que le poids du solide, plus celui de la colonne dont il sera chargé, ce corps descendra vers  $O$ ; dans le second cas il montera vers  $F$ ; & dans le troisième il restera en équilibre.

## ARTICLE XXVII.

Si on suppose maintenant que le solide  $DAd$  soit poussé vers  $F$  avec une vitesse plus grande que celle qu'aura la colonne qui s'élèvera vers la surface  $Dd$ , je dis que cela n'empêchera point que le fluide ne réagisse sur cette surface. On voit que quand les particules que rencontrera le solide viendront se rendre vers la surface  $Dd$ , ces particules en se ramassant ajouteront à la colonne inférieure ce qu'il lui manquera de hauteur pour atteindre le mobile.



## ARTICLE XXXVIII.

Mais qu'on supprime par la pensée la colonne qui réagira sur la surface  $Dd$ , il est clair que le mobile en avançant vers  $F$ , éprouvera une double résistance ; 1°. celle que lui feront les particules qu'il obligera de s'écarter pour lui donner passage , 2°. la résistance que lui fera son propre poids , plus le poids de la colonne qui s'appuyera sur la surface  $DAd$  ; la première résistance qu'il éprouvera sera relative à sa courbure & à sa vitesse , comme on l'a démontré dans les Articles 31. & 27. l'autre sera également indépendante & de sa vitesse & de sa courbure , elle ne dépendra que de son poids & de la hauteur de la colonne qui pressera la surface  $DAd$ .

Qu'un corps soit exposé au courant d'un fleuve , il recevra la double impression dont je viens de parler , il sera pressé à la fois & par l'action des particules qui se détourneront à sa rencontre , & par le poids d'une colonne d'eau qui aura pour hauteur celle de sa chute ; car alors chaque couche du fluide coulera sur un plan incliné , & comme dans ce cas l'eau fuira au-dessous du corps poussé , elle ne pourra opposer aucune force rétroactive à celle qui sollicitera ce corps à suivre la direction du courant.

## ARTICLE XXXIX.

C'est faute d'avoir distingué ces deux sortes de résistances , que M. Newton a crû pouvoir démontrer qu'un corps d'une densité égale à celle d'un fluide dans lequel on le feroit mouvoir , perdrait bientôt une partie considérable de sa vitesse ; qu'une sphere , par exemple , perdrait la moitié de la sienne en moins de tems qu'elle n'en employeroit à parcourir d'un mouvement uniforme ,



un espace égal à trois fois son diametre ; si cela étoit , il faudroit conclure avec M. Newton , qu'il ne feroit pas possible de sauver l'hipotèse du plein , c'est qu'il est démontré par la loi de Kepler que les Planetes se meuvent comme si elles n'étoient que pesantes , & qu'elles fussent dans le vuide. \* Je conviens qu'on démontre d'ailleurs que l'espace & la matiere sont une même chose , que le vuide n'est que la matiere même dépouillée de toute qualité sensible ( 1<sup>ere</sup>. Diff. ) , qu'il implique contradiction , ou que ce qui ne feroit rien fut étendu , figuré , divisible , ou que ce qui feroit quelque chose , ne fut ni mode ni substance ; voilà ce qu'on démontre : mais si la Géometrie démontre le contraire , à quoi nous en tiendrons-nous ? tout deviendra Problematique ; les idées les plus claires & les plus distinctes pourront nous imposer ; il est donc nécessaire d'analyser ici le raisonnement de M. Newton , & de voir s'il est tel qu'il doive nous obliger à nous mettre en garde contre ceux que fournit la Philosophie Cartesienne.

Supposons avec cet illustre Géometre qu'un espace MRVN ( Fig. 8. ) étant rempli d'eau jusqu'à la hauteur MN , la surface du fluide soit touchée par le fond CD d'un vase suspendu ACDB , si à ce vase on adapte un canal cylindrique ESTF ouvert par ses extremités EF & ST & dont l'axe IG prolongé jusqu'au point H , tombe perpendiculairement sur la surface AB supposée parallele à la surface MN , & qu'après avoir rempli d'eau le vase ACDB , on en fournisse incessamment autant qu'il s'en échapera par l'ouverture ST , alors l'eau qui coulera dans

\* *Propterea spatia cœlestia per quæ globi Planetarum & Cometarum in omnes partes liberrimè & absque omni motus diminutione sensibili perpetuò moventur fluido omni corporeo destituuntur.*



le canal ESTF, aura une vitesse uniforme, & cette vitesse égalera celle qu'acquerreroit tout corps pesant qui tomberoit de la hauteur HG.

Maintenant si on suppose qu'une plaque ronde  $pq$  & infiniment mince, soit placée horizontalement au milieu de l'ouverture EF, & que par conséquent elle ait le point G pour centre, le poids que portera cette plaque, ne sera balancé par aucune puissance contraire, & ce poids, suivant la conjecture de M. Newton, sera à peu près égal à celui d'une colonne d'eau qui auroit  $pq$  pour base, & dont la hauteur seroit à  $\frac{1}{2}$  GH, comme  $EF^2$  à  $EF^2 - \frac{1}{2} pq^2$ . *Quantum sentio, pondus quod circellus sustinet est semper ad pondus Cilindri aquæ cujus bazis est circellus ille & altitudo est  $\frac{1}{2}$  GH, ut  $EF^2$  ad  $EF^2 - \frac{pq^2}{2}$  sive ut circellus EF ad excessum circuli hujus supra semissem circelli  $pq$  quam proximè.* C'est-à-dire qu'en supposant que  $pq^2$  soit infiniment petit par rapport à  $EF^2$ , la hauteur de la colonne que portera  $pq$ , vaudra à peu près  $\frac{1}{2}$  GH.

Or si on abaisse la plaque  $pq$  dans le canal ESTF, jusqu'à un point quelconque O, pris sur l'axe IG, & que sa position y soit encore parallèle à la surface AB, le nouveau poids dont elle sera chargée, & qui répondra à la distance OG de la surface MN, ne devra être compté pour rien, parce qu'il sera balancé par celui de la colonne qui réagira en sens contraire; ainsi en quelque endroit du canal ESTF que  $pq$  soit placé, il sera toujours chargé du même poids; & comme nous supposons ici  $pq$  infiniment petit par rapport à EF, ce poids, si on s'en tient à la conjecture de M. Newton, égalera celui d'une colonne d'eau qui auroit  $pq$  pour base &  $\frac{1}{2}$  GH pour hauteur. Cela posé, qu'on ferme les deux orifices



EF & ST, alors  $pq$  se trouvera dans un fluide comprimé de toutes parts, *in fluido undique compresso* ; or qu'on fasse mouvoir  $pq$  dans ce fluide suivant la direction de l'axe IG, & avec une vitesse égale à celle qu'on vient de supposer qu'acquerreroit l'eau en tombant de la hauteur HG, & qu'elle conserveroit en coulant dans le canal ESTF, en sorte que la vitesse respective soit encore la même, la résistance qu'éprouvera  $pq$  dans ce cas, égalera suivant M. Newton, le poids de la colonne dont il étoit chargé dans la première supposition ; *vis aquæ in circellum ascendentis eadem erit ac prius*. Mais quelque soit la résistance qu'éprouvera  $pq$ , il est toujours certain qu'elle fera la même que celle qu'éprouveroit un Cilindre auquel  $pq$  serviroit de baze, & qu'on feroit mouvoir suivant la même direction & avec la même vitesse \*, c'est-à-dire, avec une vitesse égale à celle qu'il auroit acquise en tombant par son poids de la hauteur HG. Supposons donc que ce soit le Cilindre qui se meuve dans le fluide comprimé avec la même vitesse que  $pq$ , & voyons quel fera le tems dans lequel il perdra, ou tout son mouvement, si la résistance reste toujours la même, ou (*Art. 24.*) la moitié de son mouvement, si les résistances suivent la proportion des quarrés des vitesses résiduës.

On sçait que tout mouvement est en raison composée de la force qui le produit, & de la somme de tous les momens dans lesquels agit cette force ; ainsi nommant T cette somme,  $f$  la force, &  $m$  le mouvement, on aura  $m = Tf$  : or si l'on veut détruire le mouvement  $m$

\* Cilindri qui secundum longitudinem suam uniformiter progreditur, resistentia ..... eadem est cum resistentia circelli eadem diametro descripti & eadem velocitate secundum lineam rectam plano ipsius perpendicularem progredientis.



avec une force constante  $F$ , ou plus grande ou plus petite que  $f$ , il faudra que le tems pendant lequel agira cette force soit à  $T$  dans la raison renversée de  $f$  à  $F$ , c'est-à-dire, qu'en nommant ce tems  $\tau$ , il faudra qu'on ait cette proportion  $T, \tau :: F, f$ , ce qui donnera  $\tau = \frac{Tf}{F}$

d'où il suit (*Art. 24.*) que  $\frac{Tf}{F}$  exprimera aussi le tems pendant lequel le mobile perdra la moitié de son mouvement; en supposant que les résistances suivent toujours la proportion des quarrés des vitesses résidues.

Cela posé, si la densité du Cilindre est égale à celle de la colonne d'eau qui s'opposera à son mouvement, & que leurs hauteurs soient les mêmes, les poids seront égaux; ainsi nommant  $p$  le poids du Cilindre & celui de la colonne,  $T$  le tems de la chute par  $HG$ , ou celui qu'emploieroit le Cilindre à parcourir  $2GH$  avec sa vitesse acquise; nommant aussi  $\tau$ , le tems pendant lequel la résistance détruiroit le mouvement du Cilindre, en supposant qu'elle fut constante, on aura  $Tp = \tau p$ , &  $\tau = T$ ; donc (*Art. 24.*) le Cilindre perdra la moitié de son mouvement dans un tems égal à celui qu'il emploieroit à parcourir  $2HG$ , ou quatre fois la longueur de son axe, avec une vitesse uniforme.

Si on supposoit que la hauteur du Cilindre fut à celle de la colonne, comme  $m$  à  $1$ , le tems qu'emploieroit ce Cilindre à parcourir un espace égal à quatre fois sa longueur, augmenteroit ou diminueroit dans la même proportion; ainsi ce tems deviendrait  $mT$ ; mais comme le mouvement du Cilindre égaleroit  $Tmp$ , il est clair qu'afin que ce mouvement fut détruit par  $\tau p$ , il faudroit que  $Tmp$  égalât  $\tau p$ , ce qui donneroit  $\tau = mT$ ; donc,  
(*Art. 24.*)



(*Art. 24.*) le tems pendant lequel le Cilindre perdrait la moitié de son mouvement seroit encore égal à celui qu'il employeroit à parcourir uniformément quatre fois la longueur de son axe.

La loi subsisteroit toujours quelle que fût la vitesse du Cilindre ; car supposant que sa vitesse augmentât dans la raison de 2 à 1, le tems qu'il employeroit à parcourir quatre fois la longueur de son axe deviendrait  $\frac{T}{2}$  ; & l'on auroit  $2Tp$  pour son mouvement ; mais alors la résistance (*Art. 27.*) égaleroit  $4p$ , ou le poids d'une colonne quadruple de  $\frac{1}{2} GH$  ; ainsi comme le mouvement  $2Tp$  seroit détruit par  $4Tp$ , en supposant que la résistance  $4p$  fut toujours la même, on auroit  $\tau = \frac{T}{2}$  ; donc (*Art. 24.*)

le Cilindre perdrait la moitié de sa vitesse dans un tems égal à celui pendant lequel il parcoureroit quatre fois la longueur de son axe d'un mouvement uniforme.

Enfin, si la densité du Cilindre étoit à celle du fluide, comme  $d$  à 1, on voit qu'afin que le mouvement  $Tdp$  fut détruit par  $\tau p$ , il faudroit que  $\tau$  fut à  $T$ , comme  $d$  à 1, c'est-à-dire qu'en supposant, par exemple, que la densité du Cilindre fut double de celle de la colonne, le Cilindre (*Art. 24.*) perdrait la moitié de sa vitesse dans un tems égal à celui qu'il employeroit à parcourir huit fois sa longueur, en supposant que rien ne fit obstacle à son mouvement.

Mais supposons les densités égales, il est évident que puisque la sphere ne vaut que les deux tiers du Cilindre qui lui seroit circonscrit, son mouvement deviendrait  $T \times \frac{2}{3} p$  ; donc comme ce mouvement seroit détruit par  $\tau p$ , on auroit  $\tau = \frac{2}{3} T$  ; donc (*Art. 24.*) la sphere per-



droit la moitié de sa vitesse dans un tems égal à celui qu'elle emploieroit à parcourir huit tiers de son Diametre dans un milieu non résistant. Voilà à peu près de quelle maniere raisonne M. Newton.

## ARTICLE XL.

Pour faire voir en quoi peche son raisonnement , il faut reprendre les suppositions sur lesquelles il est appuyé.

1°. M. Newton suppose que si l'eau se meut dans un canal ESTF suivant les conditions marquées dans le premier cas , la colonne qui charge  $pq$  , doit avoir  $\frac{1}{2}$  GH pour hauteur , & en cela ce Géometre paroît faire grace aux partisans du plein , puisqu'il pouvoit égaler la hauteur de cette colonne à toute la ligne GH , conformément au principe reçu ; ce qui , suivant sa maniere de raisonner , auroit abrégé de moitié le tems dans lequel une sphere devoit perdre la moitié de son mouvement , en supposant qu'elle eut la même densité que le fluide dans lequel on la feroit mouvoir ; ainsi de ce côté là on n'a aucun reproche à faire à M. Newton ; mais voici ce qu'on peut lui reprocher.

Il suppose 2°. qu'en faisant mouvoir  $pq$  dans le canal fermé , avec la même vitesse qu'auroit l'eau dans le canal ouvert , l'impression seroit encore la même , & en cela il se trompe ; car 1°. quand on laisse le canal ESTF ouvert , & que  $pq$  se trouve placé à une distance quelconque OG de la surface MN , non-seulement il porte le poids qu'il porteroit à l'orifice EF ; mais comme l'eau par l'entremise de laquelle il reçoit l'impression de ce poids , coule avec sa vitesse acquise dans le tems de sa chute par HG , il est clair qu'il reçoit une nouvelle impression de la part des particules qui sont obligées de se déranger à



sa rencontre ; il a donc dans ce cas un double effort à soutenir. Mais quand on ferme le canal , le cas change , l'équilibre se rétablit entre les colonnes du fluide , &  $pq$  se trouve déchargé du poids qu'il portoit , en sorte que si on vient à le faire mouvoir , l'impression qu'il reçoit , se réduit à celle que font sur lui les particules qu'il déplace en s'ouvrant un passage ; on n'est donc pas en droit de supposer que la résistance qu'éprouve  $pq$  dans le canal fermé , vaille toute l'impression qu'il recevrait dans le canal ouvert.

2°. Si on suppose que  $pq$  restant parallèle à la surface  $MN$  , devienne la baze d'un solide formé par la révolution d'une courbe quelconque  $px$  autour de son axe  $ox$  , on démontre suivant les principes mêmes de M. Newton , que dans le canal ouvert ce corps portera toujours le même poids , soit qu'il se présente à la surface  $MN$  du côté de sa convexité , soit qu'il s'y présente par la baze  $pq$  ; mais qu'on mette le solide dans le canal fermé , & qu'on le fasse mouvoir suivant la direction de son axe  $ox$  , on démontre encore ( *Art. 31.* ) que s'il frappe les particules de l'eau par sa surface convexe , la résistance qu'il éprouvera sera moindre que celle qu'il éprouveroit en les frappant par la baze  $pq$ .

On ne doit donc point supposer en général , comme fait M. Newton , que la résistance qu'éprouve un corps qui se meut dans le canal fermé suivant les conditions requises , vaille toute l'impression du poids dont il seroit chargé dans le canal ouvert.

Donc le raisonnement qu'on nous oppose , ne donne aucune atteinte à l'hipotèse de la plénitude universelle , il n'est appuyé que sur une supposition illegitime.



## ARTICLE XLI.

Au reste on doit convenir que dans les fluides grossiers les résistances & les poids ont souvent des rapports sensibles. Qu'un tuyau courbé ABC (*Fig. 9.*) ouvert par ses extrémités A & C se meuve dans une eau dormante, suivant la direction BC, l'eau s'élèvera dans la branche BA; & alors l'impression que fera le fluide sur le fond de la branche CB, sera égale au poids de la colonne d'eau qu'elle soutiendra dans la branche BA, & comme les impressions du fluide sur le tuyau, augmenteront ou diminueront proportionnellement aux quarrés des vitesses, la colonne d'eau s'élèvera ou s'abaissera suivant la même proportion; ainsi qu'on doublât, par exemple, la vitesse du tuyau, on quadrupleroit la hauteur de la colonne. C'est ce principe justifié par les expériences de M. Pitot, qui a fait imaginer à cet ingénieur Académicien une manière nouvelle d'arbitrer le chemin que fait un vaisseau dans un tems déterminé; cependant quoique dans un même fluide, les poids des colonnes soutenues répondent toujours aux efforts qui les soutiennent, il ne s'ensuit pas que dans des fluides également denses, mais dont les particules seroient inégalement déliées, les mêmes vitesses dûssent faire également élever les colonnes renfermées dans la branche BA. Comme les impressions que feroit le fluide le plus délié seroient les moins fortes, (*Art. 8.*) les colonnes qu'elles soutiendroient seroient les moins élevées; c'est-à-dire que si le fluide devenoit infiniment fluide, les hauteurs des colonnes soutenues, deviendroient infiniment petites, quoique toujours proportionnelles aux quarrés des vitesses; ainsi la résistance qu'éprouveroit le mobile à chaque instant, seroit indé-



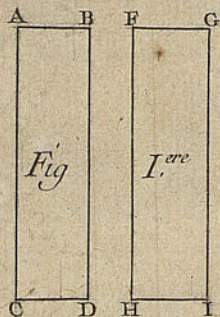


Fig.

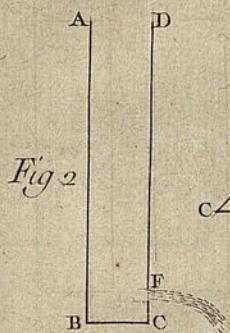
I.<sup>ere</sup>

Fig. 2

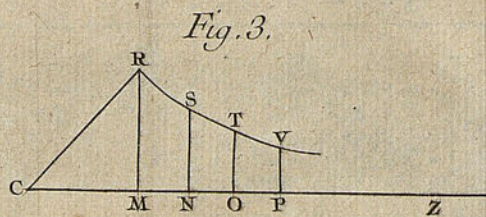


Fig. 3.

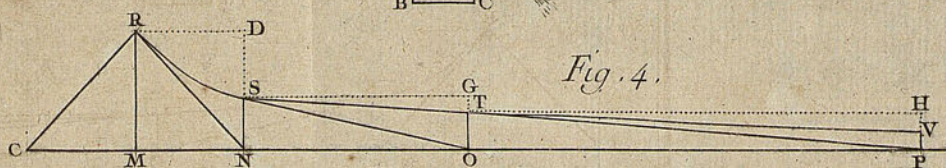


Fig. 4.

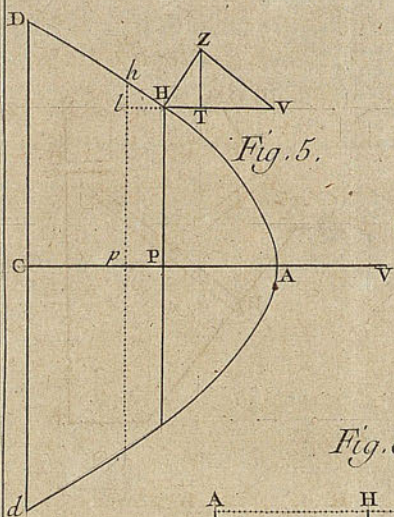


Fig. 5.

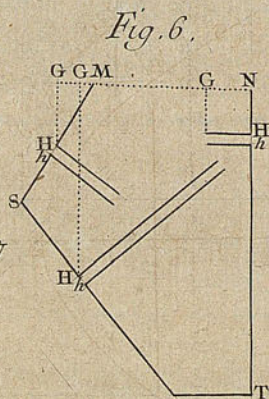


Fig. 6.

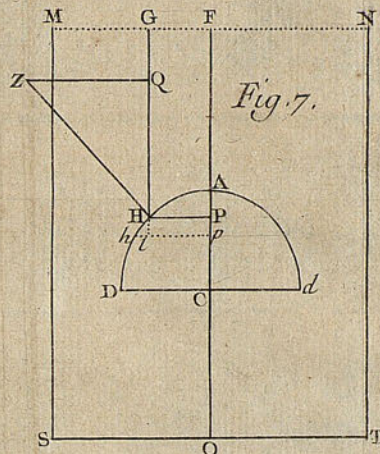


Fig. 7.

Fig. 8.

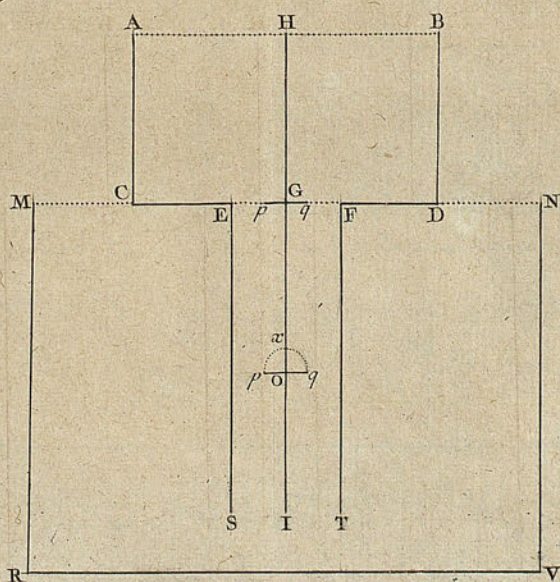


Fig. 9.







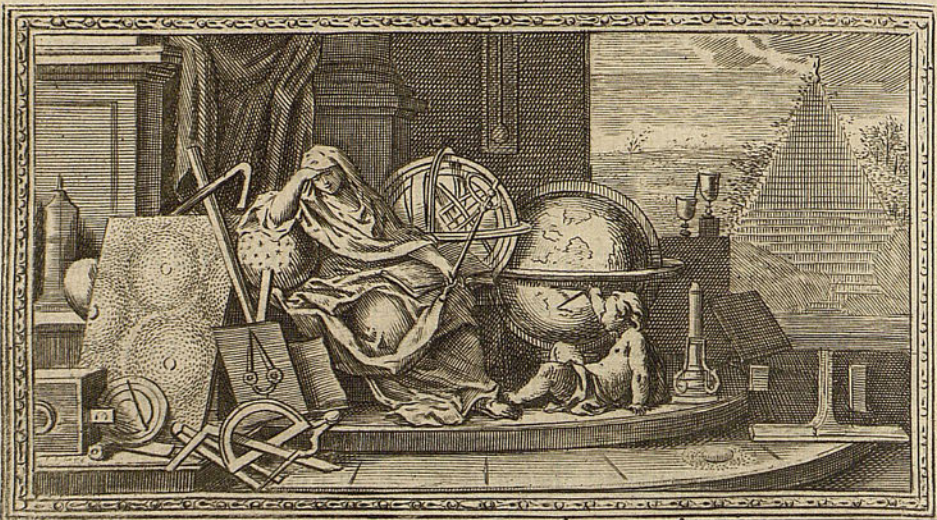
finiment plus petite que la force qu'auroit tout poids fini,

## ARTICLE XLII.

Comme ce n'a été que relativement à ce que demande la loi de Kepler, que j'ai parlé du mouvement des corps dans les fluides, ce qu'il faut conclure de tout ce que j'ai dit, c'est qu'encore que la Nature n'admette aucun vuide, on est cependant en droit de supposer que l'éther eu égard à son indéfinie fluidité & à la compression générale de toutes ses parties, ne peut faire aucune résistance sensible au mouvement des Planetes. Elles se meuvent donc comme si elles étoient dans le vuide. Mais il reste à justifier qu'il faut que leurs tendances soient dirigées vers un centre commun, & que leurs chûtes initiales suivent par-tout la proportion inverse des quarrés de leurs rayons vecteurs ; c'est ce qu'on va voir être une suite nécessaire de la loi suivant laquelle les tourbillons se forment & se conservent.







# PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA NATURE,

APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE.

ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



SIXIÈME DISSERTATION.

*Méchanisme des Tourbillons.*

ARTICLE I.



A force centrifuge d'un corps qui décrit une courbe, est proportionnelle à sa masse multipliée par le quarré de sa vitesse, & divisée par le double du Rayon de l'arc infiniment petit qu'il décrit à chaque instant.

Que l'arc infiniment petit  $afK$  (Fig. 1.) soit décrit par



le rayon  $Ca$  du cercle osculateur  $aKhd$  qu'on suppose avoir l'élément  $afK$  commun avec la courbe  $maKn$ , la corde  $aK$ , & le sinus  $Kg$ , égaleront l'arc  $afK$ ; de même la corde  $Kd$  de l'arc  $Khd$  égalera le diamètre  $ad$ ; ainsi nommant  $m$  le mobile,  $u$  le sinus versé  $ga$ ,  $V$  la corde  $aK$ ,  $d$  le diamètre  $ad$ , ou  $Kd$ , la force centrifuge exprimée par  $mu$  égalera  $\frac{mVV}{d}$ .

## ARTICLE II.

Si on suppose qu'un corps  $m$ , mû avec une vitesse finie, soit continuellement détourné de son chemin par une force étrangère infiniment plus petite que celle qui le fait tendre à se mouvoir en ligne droite, & que les directions des deux forces forment par-tout un angle droit, je dis que la vitesse du mobile n'éprouvera d'altération sensible qu'au bout d'un tems infiniment grand.

Que le corps  $m$  tende à décrire dans un instant la ligne infiniment petite  $ab$  (Fig. 2.), & que dans cet instant il tende aussi à décrire la ligne  $ag$  infiniment plus petite que  $ab$ , il est clair qu'en supposant que l'angle  $gab$  soit droit, la Diagonale  $aK$  qui sera parcourue en conséquence des deux forces, ne surpassera le côté  $ab$ , que d'un infiniment petit du troisième genre; car que du centre  $a$  on décrive l'arc  $Ki$  terminé par le prolongement de  $ab$ , cet arc ou sa corde ne fera qu'un angle infiniment petit avec le côté  $Kb$  parallèle à  $ga$ ; donc l'augmentation  $bi$  de la vitesse  $ab$ , ne fera qu'un infiniment petit du second genre par rapport à cette vitesse, donc en supposant que les directions des forces qui détourneront le mobile de son chemin soient toujours perpendiculaires sur les tangentes qu'il affectera de décrire, la vitesse de ce mobile ne fera



fenfiblement altérée que dans une fuite infinie d'infinité de momens, ou dans un tems infiniment grand.

### ARTICLE III.

Il fuit de-là qu'un corps mû au-dedans d'une courbe quelconque *abcd* (*Fig. 3.*) qui s'opposeroit à ses écarts, continueroit de se mouvoir avec une vitesse uniforme; c'est que le mobile feroit continuellement repoussé suivant une direction perpendiculaire sur les diverses tangentes qu'il s'efforceroit de parcourir.

### ARTICLE IV.

Il est évident que dans le cas de la perpendicularité des forces centripetes, la développée de la courbe que décriroit le mobile, feroit le lieu des tendances ou des centres des différens cercles osculateurs qui répondroient aux différens arcs infiniment petits de la courbe; il est encore évident que dans ce cas la force centripete égaleroit toujours la force centrifuge, & que ces forces seroient en raison inverse des rayons de la développée.

### ARTICLE V.

Maintenant que l'angle *gab* cessât d'être droit, l'angle *bKi* cesseroit d'être infiniment petit; & alors la base *bi* du triangle *bKi* seroit du même genre que les côtes *bK* & *Ki*; ainsi le mouvement *ab* s'altéreroit sensiblement dans un tems fini, ou dans une fuite infinie de momens; ce mouvement s'accéléreroit si *gab* devenoit (*Fig. 4.*) aigu, il se ralentiroit au contraire si cet angle devenoit obtus. (*Fig. 5.*)

### ARTICLE



## ARTICLE VI.

Un Tourbillon sphérique étant également resserré de tous côtés par la matière qui l'environne, rien n'empêche qu'on ne se le représente comme renfermé dans une sphere creuse qui le comprime, ou qui s'oppose à sa dilatation.

## ARTICLE VII.

On conçoit aisément qu'un tourbillon est composé d'une infinité de couches sphériques ; or comme selon la loi de la décomposition des mouvemens, chaque partie de la couche supérieure, agit sur les parties correspondantes de la sphere creuse, & qu'elle les presse par sa force centrifuge, suivant une direction perpendiculaire sur la surface concave de la sphere, cette premiere couche considérée comme solide à cause de la résistance qu'elle éprouve, est aussi poussée de la même maniere par la seconde, & celle-ci l'est de même par la troisième ; c'est-à-dire que les couches inférieures agissent de tous côtés sur celles qui les renferment, & qu'elles les poussent & les compriment suivant la direction des rayons de la sphere.

## ARTICLE VIII.

Si on suppose la masse d'un tourbillon partagée en différens plans circulaires paralleles à celui de l'Equateur, on trouvera que la force avec laquelle un corpuscule quelconque du fluide, tend à s'éloigner du centre du cercle qu'il décrit, est à l'effort qu'il fait pour s'éloigner du centre de la sphere en raison renversée des rayons qui partant des deux centres se terminent au point où le corpuscule fait effort.



Soit MGNH (*Fig. 6.*) une des couches sphériques du tourbillon, MN le plan de son Equateur, FL un plan circulaire parallèle à MN, GH l'axe de la sphere, C son centre, & A celui du plan circulaire FL; si on prolonge le rayon AF jusqu'à un point quelconque D, & qu'on prolonge aussi CF, rayon de la sphere jusqu'en I où tombe la perpendiculaire abaissée du point D; il est clair qu'en supposant le corpuscule au point F, & prenant FD pour la force avec laquelle il tend à s'éloigner du centre A, FI exprimera sa force centrifuge par rapport au point C, centre de la sphere, & ce sera avec cette force que le corpuscule poussera le plan tangent en F; or les triangles DFI & CFA seront semblables, donc on aura FD, FI :: CF, FA; C. Q. F. D.

## ARTICLE IX.

Il suit de-là que si la vitesse du point F est exprimée par V, & qu'on nomme R le rayon CF &  $r$ , le rayon AF, la force centrifuge de ce point par rapport au centre de la sphere, sera  $\frac{VV}{2R}$ , & sa force centrifuge par rapport au rayon A sera  $\frac{VV}{2r}$  (*Art. I.*)

## ARTICLE X.

Supposant encore le corpuscule au point F, je dis que si la matiere que renfermeroit la couche sphérique MGNH (*Fig. 7.*), devenoit tout-à-coup infiniment penetrable, ce corpuscule cesseroit de décrire la circonférence du cercle qui auroit FL pour rayon, il commenceroit à suivre la trace de celle d'un grand cercle RMPN qui au-



roit en F un élément commun avec le cercle LK \*. Car le prolongement de cet élément serviroit de tangente aux deux cercles ; or comme le corpuscule tendroit à s'échapper par cette tangente , & que le Plan qui le repousseroit seroit perpendiculaire sur celui de RMPN , on voit que suivant la loi de la décomposition des mouvemens , il commenceroit à décrire un arc de ce grand cercle , puisqu'en conséquence de cette loi , la direction du mouvement réfléchi est toujours dans le Plan où se trouve celle du mouvement primitif , & la perpendiculaire abaissée sur le point où se fait le concours des deux directions sur le Plan frappé ; si le corpuscule est retenu dans celui de KL , c'est qu'il ne peut vaincre la résistance que lui font les plans interposés entre KL & MN.

## ARTICLE XI.

La force qu'a le corpuscule pour presser les Plans qui se trouvent entre KL & MN , est à celle qu'il emploie à pousser le Plan tangent en F , comme le sinus de l'angle que font les Plans circulaires RMP & KFL , est au sinus total ; car en prenant RV pour la force avec laquelle le Plan tangent est frappé en F , & supposant RT perpendiculaire sur le Plan KFL , il est clair que si le corpuscule commençoit à suivre la trace de la circonférence du cercle RMPN , l'arc infiniment petit qu'il décriroit , perceroit obliquement les Plans interposés entre KL & MN , & alors l'enfoncement réduit à la perpendiculaire élevée sur KL , seroit égal à TR ; donc dans le cas où les Plans qui se trouvent entre KL & MN , résistent à l'impression

\* Ce qui ne doit point être pris dans la rigueur mathématique , puisque les élémens des circonférences des cercles sont entr'eux comme ces circonférences.



TR, la force avec laquelle le corpuscule presse ces Plans, est à celle qu'il emploie à pousser le Plan tangent, comme RT à RV, ou comme CF partie de l'axe GH & sinus de l'angle que font les Plans KFL & RMP, est à CV sinus total.

## ARTICLE XII.

On remarquera que le corpuscule ne perd rien de sa vitesse primitive, en poussant le Plan tangent en F, & ceux qui sont interposés entre KL & MN; c'est qu'en supposant que cette vitesse soit finie, ses pertes dans un tems fini (*Art. 2.*), ne doivent être comptées pour rien.

## ARTICLE XIII.

On remarquera encore que ce corpuscule ne peut faire dans son Plan, le même chemin qu'il feroit en décrivant l'arc infiniment petit FR, sans souffrir de nouvelles inflexions par la résistance des nouveaux Plans tangens qu'il rencontre, & l'on peut observer que le nombre infini des inflexions qu'il essuye alors en avançant sur son Plan, est au nombre infini de celles qu'il essuyeroit en décrivant l'arc infiniment petit FR, comme le Diametre du grand cercle, est au Diametre KL.

## ARTICLE XIV.

Les parties de matiere qui forment les mêmes couches spheriques ont des forces centrifuges égales; car ces parties doivent se trouver en équilibre; donc si dans une couche spherique GHM (*Fig. 8.*), le petit corps A tend par sa force centrifuge à écarter les parties B & C, il faut que ces parties soient soutenues & mises en équilibre par les forces centrifuges de D & de F; donc celles de D,



A, F, & de toutes les autres parties de la couche sont égales entr'elles.

Il est clair que les tourbillons ne sont sphériques que parce qu'ils sont également poussés de tous côtés, ou que de tous côtés ils poussent également la matière qui les environne, & de-là peut encore se tirer l'égalité des forces avec lesquelles tous les points des mêmes couches sphériques frappent ou compriment les points correspondans des couches supérieures.

#### ARTICLE XV.

Tous les points d'une même couche sphérique ont des vitesses égales.

Soit MGNH (*Fig. 9.*) une de ces couches, MN l'équateur, GH l'axe de la sphere, C son centre, FL & IK deux cercles parallèles à l'Equateur : soient nommés R, les rayons CF & CI, V la vitesse du point F & U celle du point I ; la force centrifuge du point F par rapport au centre C, fera (*Art. 9.*)  $\frac{VV}{2R}$  & celle du point I par rapport au même centre fera (*Art. 9.*)  $\frac{UU}{2R}$ , mais  $\frac{VV}{2R} = \frac{UU}{2R}$  (*Art. 14.*), donc  $V = U$ .

#### ARTICLE XVI.

Les couches sphériques d'un tourbillon, ont des forces centrifuges égales, autrement elles ne seroient pas en équilibre, donc si on regarde la masse du fluide comme formée de l'assemblage de plusieurs Pyramides droites & unies par leurs sommets au centre de la sphere, & qu'on suppose ces Pyramides coupées en différentes tranches



parallèles à leurs bases, ou bien, ce qui revient au même, si on partage les différentes couches sphériques du tourbillon en différentes Zônes parallèles à son Équateur, il faudra concevoir que les tranches d'une même Pyramide, aussi-bien que les Zônes qui se répondront, & qui auront les mêmes latitudes, auront des forces centrifuges égales.

## ARTICLE XVII.

Les vitesses de deux points quelconques pris dans la masse sphérique du fluide, sont entr'elles en raison renversée des racines des rayons, qui partant du centre de la sphère, vont aboutir à ces points.

Soit nommé  $R$  le rayon  $CM$  de la couche  $MGNH$  (*Fig. 10.*) &  $r$  le rayon  $CD$  de la couche  $DSZT$ , si on prend dans la masse du fluide une Pyramide  $FCI$  infiniment étroite qui ait pour base  $FI$  sur la couche  $MGNH$ , & qui soit coupée par la tranche  $OK$  dans la couche  $DSZT$ , la force centrifuge de cette tranche égalera celle de la base  $FI$  (*Art. 16.*), donc en désignant par  $dd$  & par  $DD$  les tranches  $OK$  &  $FI$  réduites au carré, & nommant  $U$  &  $V$  les vitesses de la matière, on aura  $\frac{ddUU}{2r}$

$$= \frac{DDVV}{2R}; \text{ mais } \frac{d}{2r} = \frac{D}{2R}; \text{ donc } dUU = DVV, \text{ d'où}$$

l'on tirera  $UU, VV :: D, d :: R, r$ , ou  $U, V :: \sqrt{R}, \sqrt{r}$ ; & l'on voit que ce qui est prouvé pour  $OK$  & pour  $FI$ , est de même prouvé pour tous les autres points des couches  $DSZT$  &  $MGNH$ , puisque (*Art. 15.*) aux mêmes distances du centre, les vitesses sont toujours égales.



## ARTICLE XVIII.

Les forces centrifuges de deux points quelconques de la masse sphérique du fluide, sont en raison renversée des quarrés des rayons, qui partant du centre de la sphere, vont aboutir à chacun de ces points.

Soit la vitesse de  $K = U$ , celle de  $F = V$ , soit le rayon  $CK = r$  & le rayon  $CF = R$ , la force centrifuge de  $K$  fera  $\frac{UU}{2r}$  (*Art. 9.*), & celle de  $F$  fera  $\frac{VV}{2R}$ ; mais  $UU$ ,

$VV :: R, r$  (*Art. 17.*), donc  $\frac{UU}{r}, \frac{VV}{R} :: \frac{R}{r}, \frac{r}{R} :: RR, rr$ .

Il est donc évident qu'afin que les couches sphériques d'un tourbillon se balancent, il faut que les forces centrifuges soient par-tout en raison renversée des quarrés des distances au centre commun de ces couches; donc la loi de l'équilibre demande que les particules des couches inférieures aient plus de force centrifuge que celles des couches supérieures.

Mais de-là naît une difficulté qu'il importe d'éclaircir; on dit: malgré l'égalité des forces centrifuges des deux surfaces sphériques prises chacune dans leur totalité, il suffit pour confondre tout, que chaque point d'une couche inférieure ait plus de force centrifuge, que chaque point correspondant des couches supérieures; car puisqu'ils ces points composent un fluide, & qu'ils n'ont nulle liaison ensemble, chacun des plus forts doit s'échapper pour aller prendre la place du plus foible qui lui répond.

Cette difficulté n'est que specieuse. Pour la résoudre, il suffit d'observer que les particules de l'éther quelque



déliées qu'on les suppose, ne peuvent jamais être regardées comme des points mathématiques, ce sont de petites sphères qui ont leur étendue & qui par conséquent peuvent chacune en frapper plusieurs autres à la fois; donc quoique le nombre des particules d'une tranche quelconque FI (Fig. 10.) puisse surpasser celui des particules de la tranche inférieure OK, cela n'empêchera pas que celles-ci en frappant les premières, ne trouvent autant de résistance qu'elles auront de force.

## ARTICLE XIX.

Dans les tourbillons, les quarrés des tems des révolutions de deux points quelconques de la masse du fluide, sont entr'eux comme les quarrés des rayons des cercles décrits multipliez par les rayons, qui partant du centre de la sphere, vont aboutir à chacun de ces points.

Nommant  $y$  le rayon AF (Fig. 11. 12. 13.) &  $z$  le rayon AK (Fig. 11.) ou BK (Fig. 12. & 13.), nommant aussi  $V$  &  $U$  les vitesses des points F & K,  $T$  &  $\tau$  les tems de leurs révolutions,  $R$  &  $r$  les rayons CF & CK; suivant ce qu'on a déjà vu (Art. 17.), on aura  $VV, UU :: r, R$ , ou  $RVV = rUU$ ; or les vitesses sont en raison directe des rayons des cercles décrits, & en raison inverse des tems des révolutions, donc en mettant à la place de  $VV$  & de  $UU$ ,

les quantités proportionnelles  $\frac{yy}{TT}$  &  $\frac{zz}{\tau\tau}$ , on aura

$$\frac{Ryy}{TT} = \frac{rzz}{\tau\tau} \text{ \& } TT, \tau\tau :: Ryy, rzz.$$

Que les points F & K circulent dans le plan de l'Equateur,  $y$  &  $z$  deviendront  $R$  &  $r$ , &  $TT$  fera à  $\tau\tau$  comme  $R^3$  à  $r^3$ , de même supposant que les circulations se fassent sous deux Zônes qui ayent les mêmes latitudes

(Fig. 12.)



DE LA NATURE, VI. DISSERT. 145  
(Fig. 12.) , la proportion  $y, z :: R, r$  donnera encore  
 $TT, \tau\tau :: R^3, r^3$ .

#### ARTICLE XX.

Si les tourbillons ne sont point une émanation subite de la toute - puissance de l'Auteur de la Nature , ils doivent s'être formés à peu près de même que se forment ces tourbillons d'air auxquels donnent naissance des courans , qui , obligés de se détourner de leur chemin , avancent du côté où le courant éprouve la moindre résistance.

#### ARTICLE XXI.

Si dans un tourbillon il vient à s'en former d'autres , ceux-ci doivent pour l'ordinaire suivre la direction du mouvement translatif des couches sphériques entre lesquelles ils se forment ; car supposons que les particules qui composent la matière propre de ces tourbillons suivissent déjà la direction du mouvement commun avant que de s'associer , il est évident que quand elles viennent à faire corps entr'elles , elles doivent toutes de concert se mouvoir encore suivant la même direction.

#### ARTICLE XXII.

De ce que les Planetes tournent toutes dans le même sens autour du Soleil , on a crû être en droit de conclure qu'elles sont emportées par les couches sphériques de son tourbillon , ce qui ne peut se concilier avec les Phénomènes , puisqu'il est démontré (*Diff. 3. Art. 8.*) que les différens mouvemens translatifs d'une même Planete sont autrement réglés que ceux des couches par où elle passe , ou en s'approchant ou en s'éloignant du Soleil.

T



## ARTICLE XXIII.

Lorsque dans un grand tourbillon il vient à s'en former de subalternes, ceux-ci doivent tourner sur leurs axes dans le sens que tourne le grand tourbillon.

Que les cercles concentriques *opq, rst, uxz* (Fig. 14.) soient les Sections communes des couches spheriques du Tourbillon & du Plan de son Équateur *MGNH*, qu'on suppose tourner de *M* en *G*; si on conçoit qu'un courant, pendant qu'il suivra le mouvement commun de la masse totale, avance de *A* vers *B* par son mouvement propre, il est clair que ce courant fera obligé de se détourner vers *D*, parce que les couches inférieures ayant plus de vitesse que les couches supérieures, la matiere propre du courant éprouvera plus de résistance du côté de *B* que du côté de *D*; or on voit que cette matiere arrivée en *D* sera dirigée vers *F* par l'action de la couche *MGN*; & parce qu'en conséquence de la nouvelle direction suivant laquelle elle prendra alors son cours, les couches inférieures lui résisteront moins que les couches supérieures dont les mouvemens seront les plus tardifs, cette matiere se rabattra vers *K*, ou se remêlant avec celle du courant, elle sera obligée de remonter de nouveau vers *B*; donc le tourbillon subalterne auquel le courant donnera naissance, commencera à tourner sur son axe dans le sens que tournera le grand tourbillon.

On verra dans la suite que l'inclinaison de l'Orbite d'une Planete doit toujours répondre à la latitude de l'endroit où se forme son tourbillon.

## ARTICLE XXIV.

Si on supposoit que le courant eut la même direction que les couches spheriques *opq, rst, uxz*, & que l'excès



de sa vitesse sur celle de la couche *opq*, fut exprimée par *ab*, la matiere propre du courant seroit d'abord obligée de se détourner vers *d* où elle éprouveroit moins de résistance que du côté de *b*, mais arrivée en *d*, où je suppose que la tangente à la courbe qu'elle auroit commencé à décrire, seroit dirigée vers le centre *C*, elle cesseroit de circuler; c'est qu'alors les couches inférieures, loin d'occasionner son retour vers *K*, l'obligeroit à s'en écarter; un courant ne peut donc se convertir en tourbillon que quand son mouvement particulier est contraire à celui des couches entre lesquelles il prend son cours.

## ARTICLE XXV.

Au reste il n'en est pas des tourbillons qu'on voit quelquefois se former dans les fluides grossiers comme de ceux qui se forment dans le fluide de l'éther.

Qu'un courant d'eau, par exemple, cotoye quelque obstacle, les parties qui s'y appliqueront immédiatement, ne couleront plus qu'avec un mouvement ralenti, & comme leur viscosité leur donnera prise sur celles qui les avoisineront, elles retarderont pareillement leur cours, ainsi l'alteration du mouvement translatif se communiquera de proche en proche, mais en décroissant par degrés; & alors les particules dont les vitesses respectives seront inégalement altérées, & qui malgré cela continueront d'être associées à cause de leur tenacité, rouleront nécessairement en masse sur l'obstacle, en formant une sorte de tourbillon dont la partie inférieure ou la plus proche de l'origine des résistances, circulera suivant une direction contraire à celle du courant.

Mais les particules des courans qui se forment dans le fluide de l'éther, sont entierement détachées les unes des



autres ; donc quand quelque obstacle les oblige à changer de direction , il faut qu'elles se détournent chacune séparément , & que leurs mouvemens se décomposent suivant la loi commune.

## ARTICLE XXVI.

Que des courans allassent de l'Equateur vers l'un des Pôles ou de l'un des Pôles vers l'Equateur ; comme dans ce cas la direction de leurs mouvemens seroit par-tout perpendiculaire sur celle du mouvement translatif de la matiere , il ne se formeroit aucun tourbillon. On voit bien qu'afin que les parties d'un courant soient déterminées à se mouvoir circulairement , il faut qu'elles soient d'abord cotoyées par d'autres courans de matiere dont les vitesses soient inégales ; c'est-à-dire qu'afin que dans un grand tourbillon , un courant puisse former un tourbillon subalterne , il faut que son mouvement soit à peu près dirigé entre deux couches prises ou dans l'Equateur , ou dans un des paralleles du grand tourbillon. J'ajoute qu'il faut encore qu'il continue de se mouvoir quelque tems entre les mêmes couches , ce qui dans la supposition que ces couches soient peu élevées , demande que le courant avance sur le plan même de l'Equateur du grand tourbillon , ou du moins sur celui de quelque parallele voisin de ce plan ; car que sans éloigner le courant du centre du tourbillon , on le transportât dans le plan du petit cercle *mgnh* (Fig. 15.) on voit qu'il ne pourroit se mouvoir entre les couches *opq*, *rst* qu'un très-petit espace de tems , & qu'ensuite il iroit percer les couches supérieures en faisant avec elles des angles qui approcheroient d'autant plus de l'angle droit , qu'il s'éloigneroit davantage de son origine.



## ARTICLE XXVII.

Comme les Planetes dont les révolutions nous sont connues sont très proches du Soleil eu égard à la prodigieuse étendue de son tourbillon, il n'est pas étonnant que les orbites de ces Planetes soient peu inclinées au Plan du grand cercle que décrit le Soleil autour de lui-même.

## ARTICLE XXVIII.

Mais parce que les Plans des paralleles s'étendent à mesure que s'élèvent les couches spheriques qui les terminent, on conçoit qu'à de grandes distances de Saturne il a pû se former des tourbillons subalternes dans le voisinage même des Pôles, & qu'ainsi les Orbites qu'ont ensuite parcouru ces tourbillons conjointement avec leurs masses centrales, ont dû être très inclinées à celles des autres Planetes, ce qui en effet se trouve vérifié par les observations.

C O M E T E S  
*des Années.*

I N C L I N A I S O N S  
*de leurs Orbites à l'Ecliptique.*

1577 . . . . .	74 <sup>d</sup>	32 <sup>r</sup>	45 <sup>ii</sup>
1580 . . . . .	64	40	0
1596 . . . . .	55	12	0
1652 . . . . .	79	28	0
1665 . . . . .	76	5	0
1672 . . . . .	83	22	10
1677 . . . . .	79	3	15
1680 . . . . .	60	56	0
1683 . . . . .	83	11	0
1684 . . . . .	65	43	40



## ARTICLE XXIX.

Il est évident que comme dans un tourbillon les vitesses translatives décroissent depuis le centre jusqu'à la circonférence, il pourroit arriver qu'à de grandes distances du Soleil, le mouvement propre d'un courant l'emporteroit sur le mouvement direct des couches entre lesquelles il s'ouvreroit un passage; donc dans ce cas le tourbillon subalterne dont le courant fourniroit la matière, pourroit après s'être formé, se mouvoir encore contre l'ordre des Signes; aussi M. Newton soutient-il qu'on a souvent vu des Comètes dont les mouvemens propres ont été vérifiés retrogrades.

## ARTICLE XXX.

Au reste on voit bien qu'un tourbillon qui se forme dans un fluide y peut subsister de même que s'il étoit enveloppé d'une couche impénétrable; car que les particules qui se sont associées & qui circulent de compagnie, tendent à s'échapper par les tangentes des cercles qu'elles décrivent, il est évident que dès qu'elles trouvent d'autres particules étrangères qui leur résistent, ou par leurs mouvemens, ou par leur inertie, elles sont obligées de se détourner & de se replier vers celles qui les précédent, & qui en avançant elles-mêmes leur cèdent la place qu'elles abandonnent, la particule *a* (Fig. 16.) ne pouvant suivre la direction *ag*, se détournera vers *b*, qui lui ouvrira un passage en tendant à suivre la direction *bh*. *b* se repliera de même vers *c* qui lui cèdera sa place; c'est-à-dire que les particules qui formeront le tourbillon *a b c d*, trouveront toujours plus de facilité à circuler de compagnie, qu'à percer le fluide dont elles seront environnées.



## ARTICLE XXXI.

Pour avoir une idée complete du Méchanisme de la Nature, il faut qu'aux tourbillons de M. Descartes, on ajoute les petits tourbillons dont on doit la découverte aux Phisiciens modernes, l'idée de ces Phisiciens tient nécessairement à celle de l'hipotèse Cartesienne, les mêmes loix suivant lesquelles se sont formés les grands tourbillons ont dû donner naissance à ceux que nous ne faisons que concevoir, & que leur petitesse nous dérobe. Rien dans la nature n'est ni grand ni petit que par comparaison ; ainsi il nous est aisé de juger que l'assemblage des parties de l'éther n'est qu'un assemblage de tourbillons composés d'une infinité d'autres plus petits, qui eux-mêmes en renferment de plus petits encore, & ainsi à l'infini ; car quelles bornes peut-on donner à la divisibilité de la matiere ; la moindre particule, un atôme, un point Phisique, est un espace immense dans son genre, il fourniroit à Dieu de quoi former un ouvrage aussi composé que celui de l'univers ; mais pourquoi les tourbillons prodigués dans le reste de la matiere manqueroient-ils dans cet espece d'immensité qui échappe à nos sens ? Les parties que cette immensité renferme & qui se divisent & se subdivisent à l'infini, n'ont-elles pas des mouvemens réglés suivant les loix communes ? On ne pourroit présumer le contraire sans admettre des exceptions dans la Nature, & sans y supposer un méchanisme manqué ou purement arbitraire ; mais nous devons avoir des idées plus saines, nous devons être assurés que tout est analogue dans les Ouvrages de Dieu, & qu'il ne s'y trouve rien qui ne soit conduit & réglé par des loix également simples & generales.



## ARTICLE XXXII.

L'hipotèse des petits tourbillons est encore justifiée par les lumieres qu'on en tire pour résoudre la plupart des questions qui regardent la Physique generale; on sçait que le P. Malbranche en a fait d'heureux essais; mais on va voir que cet hipotèse jointe à celle des grands tourbillons avec laquelle elle a une affinité si marquée, nous conduit nécessairement au principe de la pesanteur, & quelle nous le manifeste.

Remarquons en passant qu'on pourroit réduire la matiere étherée à la moindre densité possible; car qu'un espace cubique  $MNPQ$  (*Fig. 17.*) fut partagé en une infinité de petits espaces pareillement cubiques, & dont chacun seroit circonscrit à une petite sphere telle que  $b$ , si on supposoit que ces particules sphériques fussent la matiere propre d'un fluide, la densité de celui que renfermeroit ou l'espace  $MNPQ$  ou l'espace sphérique  $d f g h$  seroit à la densité d'un fluide qui n'auroit point de pores, comme la circonference du cercle, a six fois son diametre; & parce que chacune des petites particules pourroit aussi être divisée en une infinité d'autres, rangées de la même maniere, & que rien ne borneroit de pareilles divisions, il est clair qu'en nommant  $c$  la circonférence du cercle,  $d$  son diametre &  $n$  le nombre des différens ordres de particules qui composeroient la masse du fluide, la densité de cette masse seroit proportionnelle à  $\frac{c^n}{\delta^n d^n}$ ; or l'éther n'est que l'assemblage d'une infinité de petits tourbillons composés d'autres plus petits, qui eux-mêmes en renferment de plus petits encore, & ainsi à l'infini; on seroit



feroit donc en droit de réduire la matiere étherée à la moindre densité possible.

### ARTICLE XXXIII.

On voit bien que les fluides qui coulent entre les interstices , que les petits Tourbillons de l'éther laissent entr'eux , ou qui pénètrent leurs pores , ne sont point assujettis à circuler autour d'un centre commun ; ces fluides se meuvent en tout sens ; tantôt ils passent d'un tourbillon dans un autre , & tantôt ils se ramassent dans les endroits qu'abandonne la matiere étherée ; c'est la matiere subtile des Physiciens modernes.

### ARTICLE XXXIV.

On peut supposer que cette matiere est à la matiere étherée , ce que celle-ci est aux corps sensibles ; ainsi comme l'éther ne s'oppose en aucune façon au mouvement de ces corps , la matiere subtile ne fait de même aucun obstacle au mouvement de l'éther.

### ARTICLE XXXV.

On peut encore supposer que le fluide qui coule entre les pores de la matiere étherée , est lui-même composé de petits tourbillons , qui sont à ceux de l'éther ce que ceux de l'éther sont aux grands tourbillons.

### ARTICLE XXXVI.

Comme les petits tourbillons de l'éther ont une force qui les éloigne du centre du grand tourbillon dont ils sont la matiere propre , il faut qu'ils s'écartent de ce centre le plus qu'il est possible , & qu'en même tems ils y soient remplacés par le fluide qui pénètre leurs pores , ou dans



lequel on peut supposer qu'ils nagent ; c'est-à-dire , qu'il faut qu'autour du centre de chaque tourbillon , soit un espace sphérique uniquement rempli de matiere subtile. On verra dans la suite que ces sortes d'espaces doivent être enveloppés d'une croute solide.

## ARTICLE XXXVII.

Les Tourbillons sont élastiques , puisqu'ils tendent incessamment à franchir leurs bornes , les Physiciens prouvent même que l'élasticité des corps à ressort , vient de celle des petits tourbillons insérés dans les interstices qui se trouvent entre les parties integrantes de ces corps ; mais voici deux difficultés qu'il m'importe d'examiner & de résoudre ; car quoiqu'elles soient en quelque sorte étrangères à mon sujet , on va voir que de leur éclaircissement , naîtra une nouvelle preuve de l'existence des petits tourbillons de la matiere étherée ; voici la premiere difficulté.

Si on suppose qu'un corps A en mouvement , rencontre un autre corps B en repos , on sçait que la force du choc sera employée à faire avancer B , suivant la direction du mouvement de A , & à repousser le corps A , ou , si l'on veut , à ralentir son mouvement ; mais on sçait aussi que si ces corps sont élastiques , leurs ressorts seront bandés avec toute la force du choc , on aura donc alors un double emploi de la même force.

La seconde difficulté n'est pas moins considerable ; la voici. Que deux mobiles élastiques se rencontrent avec des forces égales , la contraction des ressorts se fera successivement & par degrés , jusqu'à ce que les vitesses relatives des mobiles étant éteintes , les ressorts se trouvent bandés avec toute la force du choc ; mais puisque cette



force souffrira des diminutions à mesure que celle des ressorts augmentera ; pourquoi ces diminutions ne cessent-elles pas d'un côté , & les augmentations de l'autre, quand les forces seront arrivées au point , où suivant la loi commune , il faudroit qu'elles se trouvassent en équilibre ? pourquoi celle des mobiles l'emportera-t'elle alors sur la force acquise des ressorts ? il paroît étonnant qu'il faille que l'une soit totalement épuisée avant que l'autre puisse produire le moindre effet.

Pour éclaircir la premiere difficulté , il faut remarquer que quand deux corps à ressort se choquent , les pores les plus voisins des endroits par lesquels ils se rencontrent, se rétreussent , & qu'ainsi les petits tourbillons qu'interceptent ces pores , sont obligés de s'applatir ; or il est évident , qu'afin qu'ils s'applatissent , il faut que les particules rangées autour des petits Diametres qui se trouvent directement opposées à l'action du choc , s'écartent également de toutes parts avec des directions laterales & perpendiculaires sur celle du mouvement qui les oblige de s'écarter ; ainsi suivant ce que j'ai déjà démontré (*Diff. 2. Art. 25.*) les impressions que reçoivent ces particules , & qui mettent les ressorts des petits tourbillons en action, ne prennent rien sur le mouvement direct des corps qui se choquent ; donc ce mouvement produit son effet, comme si le ressort ne se bandoit pas.

Pour éclaircir la seconde difficulté , il suffit de remarquer que toute force finie, doit vaincre celle du ressort, puisque celle-ci naît de l'action d'une force centrifuge , toujours infiniment petite ; mais cela posé , voyons ce qu'il doit arriver quand un corps en frappe un autre : c'est le corps A qui vient frapper le corps B ; d'abord les particules les plus voisines du point du contact , plient



& s'enfoncent ; par-là les pores qui se trouvent entre ces particules sont resserrés , & les petits tourbillons qui occupent ces pores , s'applatissent , le moindre mouvement fini , suffisant pour causer leur applatissement , puisqu'ils n'y opposent que leurs forces centrifuges ; or dans cet instant le corps A partage avec le corps B un des élémens de sa vitesse ; dans le second instant la même chose arrive , les pores interceptés entre les particules voisines des premières , mais plus éloignées du point du contact , se rétreussent pareillement , les petits tourbillons s'affaissent , parce qu'ils se trouvent encore entre deux masses , dont l'une avance , pendant que l'autre ne lui oppose que son inertie ; car celle-ci n'avance point encore avec la vitesse qui reste au mobile qui la suit ; donc jusqu'à ce que le corps B , après avoir acquis un nombre infini de vitesses élémentaires , commence à aller de compagnie avec le corps A , on aura toujours de nouveaux pores resserrés & de nouveaux tourbillons aplatis ; mais alors la vitesse relative des deux masses devenant nulle , les forces centrifuges des petits tourbillons comprimés , quoique toujours plus foibles que toute force finie , ne trouvant plus d'obstacle à leur action , agiront par degrés infiniment petits , & rendront successivement aux deux corps autant de mouvement que le corps A en aura employé pour les vaincre.

Mais pour représenter plus sensiblement de quelle manière les ressorts de deux corps qui se rencontrent se tendent & se détendent avec tout l'effort du choc , supposons que les particules d'un fluide devinssent autant de petits balons élastiques ; alors pendant que la colonne *ab* (Fig. 18.) pousseroit la colonne *cd* par l'entremise du petit balon *m* , & avec tout l'effort de son poids , cette



colonne à cause de l'applatissement de la particule intermediaire *m*, presseroit les colonnes laterales *fg* & *hi*, avec une force égale au poids que porteroit la colonne *cd*; or il est clair qu'il en seroit de même si *ab* & *cd* devenoient solides, & que *ab* pousât *cd* par l'entremise du petit balon *m*; donc si rien ne retenoit *cd*, & qu'après l'impression successive du choc, cette colonne cessât de s'opposer au mouvement de *ab*, c'est-à-dire qu'elles commençassent d'avancer toutes deux de compagnie vers *K*, alors les colonnes *fg* & *hi*, dont les particules auroient changé de forme; mais qui ne seroient plus retenues dans un état forcé, réagiroient de concert sur la particule *m* avec une force égale à celle qu'auroit employée la colonne *ab* à comprimer cette particule, pendant que *de* réagissoit encore sur *ba*; donc ce seroit avec cette force que les colonnes solides tendroient à s'écarter l'une de l'autre, lorsque la particule applatie *m*, reprendroit sa premiere forme.

## ARTICLE XXXVIII.

Tout ressort parfait a un effet rétroactif égal à celui de son action directe; les Physiciens qui ont traité de la percussion des corps à ressort, ont tous supposé ce principe.

## ARTICLE XXXIX.

Les petits tourbillons de la matiere étherée, sont autant de ressorts parfaits.

## ARTICLE XL.

Si on partage un tourbillon sphérique en une infinité de Pyramides droites & unies par leurs sommets au centre



de la sphere , & qu'on suppose chacune de ces Piramides partagée en une infinité de tranches parallèles à leurs bases, ces bases seront comprimées par l'action de toutes les tranches inférieures.

## ARTICLE XLI.

La vitesse avec laquelle les parties d'une couche sphérique supérieure, tendent à s'éloigner du centre commun des circulations , n'est point augmentée par l'action des couches inférieures. Supposant la couche FG ( *Fig. 19.* ) infiniment proche de la couche HI , & nommant CF ,  $r$  , & FH ,  $dr$  , on voit que la vitesse de la couche FG , doit être à la vitesse de la couche HI , comme  $\sqrt{r+dr}$  à  $\sqrt{r}$  ( *Art. 17.* ) ; ainsi la force centrifuge du point F , est à celle du point H , comme  $\frac{r+dr}{r}$  à  $\frac{r}{r+dr}$  ; mais ces forces expriment les vitesses qu'ont les deux couches pour s'éloigner du centre C ; donc pour sçavoir quelle impression la couche FG fait sur les couches supérieures par l'entremise de HI , il faut avoir la différence de  $\frac{r+dr}{r}$  & de  $\frac{r}{r+dr}$  ; or cette différence qu'on trouve égale à  $\frac{2dr}{r+dr}$  , est à  $\frac{r+dr}{r}$  , comme  $2dr$  , à  $r+2dr$  , donc elle ne doit être regardée que comme un infiniment petit , par rapport à la vitesse avec laquelle la couche FG tend à s'éloigner du centre C ; ainsi l'impression communiquée à la somme des couches supérieures par l'entremise de la couche HI ne devient qu'un infiniment petit du second genre ; donc la somme des différences des vitesses de toutes les couches n'ajoute qu'un infiniment petit du



premier genre à celle avec laquelle les parties de la couche supérieure tendent à s'éloigner du centre commun des circulations. On voit bien que dans cette démonstration, on n'a pas même eu égard, ni à la diminution que souffrent les vitesses communiquées par rapport à la grandeur des couches qui augmentent comme les quarrés des rayons, ni à la diminution prise du côté de la différence des vitesses qui deviennent toujours plus petites, à mesure que les rayons s'allongent.

## ARTICLE XLII.

Je suppose que tous les tourbillons grands & petits en se formant suivant les loix communes du mouvement, tendent à se mettre en équilibre les uns avec les autres.

## ARTICLE XLIII.

Afin que deux tourbillons qui se touchent, soient en équilibre, il faut que les couches sphériques qui les terminent aient toutes des vitesses égales.

Que deux tourbillons A & B (*Fig. 20.*) aient pour centres  $c$  &  $C$ , & pour rayons  $r$  &  $R$ , & que les dernières couches sphériques de ces tourbillons se touchent par des cercles égaux  $dd$  infiniment petits, & pris pour les bases des Piramides  $cdd$   $Cdd$  \*, comme toutes les tranches paralleles à cette base, auront dans l'une & dans l'autre Piramide des forces centrifuges égales (*Art. 16.*), il est clair qu'en nommant  $U$  la vitesse de la base de  $cdd$  &  $V$  celle de la base de  $Cdd$ , on aura  $\frac{ddrUU}{2r}$  &

\*  $dd$  Est ici simplement regardé comme le point Phisique par lequel les deux spheres se touchent, on ne doit point le prendre pour un élément commun des deux surfaces sphériques; car il est évident que celui de la petite surface, ne peut être appliqué qu'à une partie de l'élément de la grande.



$\frac{ddRVV}{2R}$  pour les forces centrifuges de *cdd* & de *Cdd* ; donc afin que ces forces se balancent , il faudra que *U* devienne égal à *V*.

## ARTICLE XLIV.

Il suit de-là que  $\frac{ddUU}{2r}$  (force centrifuge de la base de *cdd*) fera à  $\frac{ddVV}{2R}$  (force centrifuge de la base de *Cdd*), en raison renversée des rayons des deux sphères , ce qui est évident , puisque  $ddUU = ddVV$  (Art. 43.)

## ARTICLE XLV.

Il suit encore de-là que les forces centrifuges des deux couches sphériques supérieures , seront en raison directe des rayons des deux sphères ; car ces couches suivront la proportion des quarrés de leurs rayons , donc leurs forces centrifuges deviendront proportionnelles aux quantités  $\frac{rrddUU}{2r}$  &  $\frac{RRddVV}{2R}$  ; elles seront donc entr'elles comme *r* à *R*.

## ARTICLE XLVI.

Enfin il suit de ce qui vient d'être dit que la somme des forces centrifuges du Tourbillon *A* , fera à celle des forces centrifuges du Tourbillon *B* en raison directe des quarrés des rayons de *A* & de *B* ; car comme toutes les couches sphériques de chacune des deux sphères , auront des forces centrifuges égales (Art. 16.) celles des couches supérieures multipliées par *r* & par *R* , exprimeront



DE LA NATURE, VI. DISSERT. 161  
 ront les forces centrifuges des deux tourbillons, & ces  
 forces seront proportionnelles aux quantités  $\frac{r^3 ddUU}{2r}$  &  
 $\frac{R^3 ddVV}{2R}$  dont le rapport égalera  $\frac{rr}{RR}$ .

#### ARTICLE XLVII.

On voit que dans deux tourbillons les couches sphériques qui sont éloignées des centres suivant la proportion des Diametres, ont nécessairement des vitesses égales.

#### ARTICLE XLVIII.

On voit encore que dès que le Diametre d'un tourbillon est donné, la vitesse de chacune de ses parties est nécessairement déterminée, ce qui fait voir le mécompte de ceux qui donnent plus ou moins de mouvement aux petits tourbillons de la matiere étherée, selon les différentes places qu'ils leur font occuper, ou les différentes fonctions auxquelles ils les destinent.

#### ARTICLE XLIX.

Quand les tourbillons se forment, les plus forts doivent empiéter sur les plus foibles jusqu'à ce qu'ils viennent à se toucher par des couches dont les vitesses soient égales; c'est encore une conséquence de ce qui vient d'être prouvé (*Art. 43.*)

#### ARTICLE L.

Comme un tourbillon est continuellement obligé de rentrer dans ses bornes, par la réaction de la matiere qui fait obstacle à sa dilatation, & que cette réaction est



égale à la force avec laquelle il tend à se dilater, il est aisé de prouver qu'il n'en est aucun qui ne doive être regardé comme un fluide qui pèse alternativement & également du centre vers la circonférence, & de la circonférence vers le centre.

Soient (*Fig. 21.*) les lignes *AB*, *BC* les côtés d'un Poligone, si on suppose qu'un Globule *m*, soit poussé le long de *AB* sur *BC*, & que la ligne *AB* représente son mouvement, il est clair qu'en prolongeant *CB* jusqu'en *D*, où tombera la perpendiculaire *AD* abaissée du point *A*, le mouvement de *m* pourra être regardé comme composé des mouvemens *AD* & *DB*; cela posé, imaginons-nous que les lignes *AB*, *BC* soient couchées sur la surface intérieure d'une masse creuse & impénétrable au globule *m*; si on veut que ce globule n'ait aucune élasticité, il perdra son mouvement *AD* en frappant le côté *BC*, ensuite il avancera le long de *BC* avec une vitesse *BH* égale à *DB*, c'est qu'alors il n'éprouvera qu'une réaction morte, à cause de son manque d'élasticité; mais qu'on le suppose élastique, la réaction vive qu'il éprouvera en frappant le côté *BC*, l'obligera à s'éloigner de ce côté avec un mouvement *BF* égal, mais contraire au mouvement *AD*; ainsi il décrira la Diagonale *BG* du parallélograme *BFGH*; c'est-à-dire que dans le premier cas le globule cotoyera les côtés du Poligone, après les avoir frappés, & que dans le second, il les frappera, & ne pourra les cotoyer; donc si le Poligone devenoit un cercle, les mouvemens alternatifs qu'auroit le corpuscule, deviendroient infiniment prompts. Appliquons ce principe.

On a vu 1°. Que les particules de l'éther sont élastiques, & que comme elles changent continuellement de



place, leurs ressorts se tendent & se détendent sans cesse. On a vû 2°. que les couches sphériques d'un tourbillon n'ont d'action les unes sur les autres que suivant des directions paracentriques; donc en reprenant ce qui vient d'être dit, on doit conclure que chaque partie de l'éther, est alternativement poussée du centre vers la circonférence, & de la circonférence vers le centre; donc la double pesanteur que j'avois à justifier, devient une dépendance nécessaire du mécanisme des tourbillons; c'est aussi ce que démontre le R. P. Castel dans son excellent Traité de Physique sur la pesanteur universelle.

## ARTICLE LI.

Lorsque la matiere d'un tourbillon pèse du centre vers la circonférence, ses couches se dilatent, & l'obstacle qui borne leurs dilatations, oblige les petits tourbillons de l'éther à s'applatir de plus en plus.

## ARTICLE LII.

Lorsque la matiere du tourbillon pèse de la circonférence vers le centre, ses couches rentrent dans leurs bornes, & les petits tourbillons de l'éther reprennent par degrés leur première sphéricité.

## ARTICLE LIII.

Supposons qu'une particule *a* tende à décrire la tangente *aK* de l'arc infiniment petit *ad*, pris sur la couche sphérique *agi* du tourbillon *RXZ*; on concevra que pendant que cette particule s'élèvera sur la ligne *dK*, son ressort se tendra de plus en plus, jusqu'à ce que la force *dK* qui l'aura contraint de plier, soit entièrement éteinte, après quoi venant à se détendre par degrés, la particule



reviendra vers le centre  $S$ , avec une force réactive  $Kd$ , égale à celle qu'elle avoit pour s'élever; or comme de son mouvement translatif toujours subsistant, naîtra une nouvelle force qui s'opposera incessamment à son retour; il est clair que le mouvement qu'elle aura pour s'éloigner de la circonférence du tourbillon, sera continuellement retardé, & qu'enfin il se trouvera totalement éteint, quand le corpuscule se fera autant rapproché du centre  $S$ , qu'il s'en étoit éloigné.

## ARTICLE LIV.

Puisque les couches sphériques d'un tourbillon ne peuvent se comprimer que suivant des directions perpendiculaires sur leurs surfaces, & que c'est sur la trace de ces directions, mais en sens contraire, que se détendent les ressorts de l'éther, il est évident que la matière étherée refluera, non vers l'axe sur lequel tournera la masse du tourbillon, mais vers le centre de cette masse.

## ARTICLE LV.

Comme le retour des particules qui formeront les couches supérieures, ne sera parfaitement libre que quand les couches inférieures seront parvenues au point de leur plus grande dilatation, on voit que suivant les loix de la mécanique, ces couches s'assujettiront bientôt à se dilater & à se resserrer comme de concert & dans les mêmes instans.

## ARTICLE LVI.

Ainsi en prenant dans le tourbillon  $ABC$  (*Fig. 23.*) une Piramide quelconque  $RSI$ , on concevra, que puisque les mouvemens oscillatoires des tranches parallèles  $RI$ ,



*dg*, *Km*, *gh*, feront obligés de s'accorder, il faudroit que les vitesses du flux & du reflux de ces tranches, soient en raison renversée de leurs surfaces, ou des quarrés de leurs distances au point *S*, pris pour le centre du tourbillon.

## ARTICLE LVII.

Ce que je dis justifie que quand un tourbillon se forme, il faut que les mouvemens s'y combinent de façon qu'ils réduisent les couches inférieures à n'avoir ni plus ni moins de forces centrifuges que les couches supérieures.

## ARTICLE LVIII.

Si on suppose que dans un tourbillon les couches inférieures aient plus de forces centrifuges que les couches supérieures, elles s'étendront & forceront celles-ci à descendre ; mais que ce fussent les couches supérieures qui eussent plus de force que celles qu'elles embrasseroient, il semble qu'il ne s'ensuivroit aucun dérangement dans le tourbillon ; c'est qu'une couche n'a pas besoin d'être soutenue par celle qu'elle enveloppe, elle se soutient par sa force centrifuge, elle tend d'elle-même à se dilater ; cependant, suivant ce qui vient d'être dit, il est aisé de concevoir que dans ce cas là même, les mouvemens doivent se combiner de manière que les couches inférieures regagnent ce qu'il leur manque de vitesse pour suivre le train commun des circulations.

## ARTICLE LIX.

On a vu qu'il suit du mécanisme des tourbillons que la matiere propre dont ils sont formés doit s'écarter de leurs centres autant qu'il est possible, & qu'ainsi conformément à ce qu'avoit déjà dit M. Descartes, chaque es-



pace central doit profiter de la surabondance du fluide destiné par la Nature à remplir les pores de la matiere étherée ; on a vû aussi que ce fluide ne peut faire aucun obstacle au mouvement de l'éther ; cela posé , si QNOP (Fig. 24.) représente les couches sphériques qu'on suppose servir de bornes à l'espace central du tourbillon RABC , & que les particules qui formeront ces couches aient moins de force pour s'éloigner du centre S , que n'en auront les couches supérieures pour les en rapprocher, elles s'en rapprocheront en effet , mais avec une vitesse accélérée ; car qu'un corpuscule partant du point *a* soit déterminé à parcourir la tangente *ab* perpendiculaire sur le rayon *Sa* , & qu'en même-tems il soit poussé vers le centre S avec une force qui l'oblige à parcourir *aq*, il est clair que si la diagonale *ad* est plus grande que la moyenne proportionnelle entre *aq* &  $2aS$  , le corpuscule commencera à s'approcher du centre S ; or comme dans le second instant il tendra à parcourir la ligne *dh* égale à *ad* dont elle sera le prolongement , la direction *dp* du mouvement paracentrique commencera à faire un angle aigu avec celle du mouvement translatif *dh* ; donc dès lors (Art. 5.) la vitesse du corpuscule s'accélérera ; donc chacune des particules des couches inférieures s'approchera du centre S avec une vitesse accélérée : mais parce que ces particules en s'écartant de la couche RABC se déroberont peu à peu aux coups de la matiere étherée, elles s'échapperont bientôt par les tangentes des nouvelles courbes qu'elles commençoient à décrire , & par conséquent iront rejoindre les couches supérieures , en conservant ce qu'elles auront acquis de force ; & si malgré cela leurs forces centrifuges ne répondent point encore à celles des autres parties du Tourbillon , elles se rappro-



cheront de nouveau du centre S pour se relever ensuite avec un nouvel accroissement de vitesse ; c'est-à-dire que si l'équilibre ne se rétablit pas tout d'un coup, du moins se rétablira-t'il par degrés.

## ARTICLE LX.

Lorsque dans un tourbillon la matiere étherée pèse du centre vers la circonférence , elle doit éprouver une réaction égale à son action , autrement elle franchiroit ses bornes ; mais quand elle pèse de la circonférence vers le centre , elle n'a nul besoin d'être appuyée , elle se soutient par l'efficace de sa force centrifuge , qui alors supplée à la réaction : Je dis plus , il ne seroit pas même possible de ménager un appui aux colonnes qui obéissent à l'impression de leur mouvement réactif ; c'est que suivant ce qu'on a déjà dit (*Art. 36.*) les centres des tourbillons sont enveloppés de matiere subtile , & que cette matiere (*Art. 34.*) est infiniment pénétrable à l'éther.

## ARTICLE LXI.

Cet appui qu'on ne trouveroit point vers le centre du tourbillon , on ne le trouveroit pas non plus sur la croute solide de sa masse centrale. Cette croute , à cause de son infinie porosité , ne pourroit au plus appuyer qu'une infinitième partie des filets de matiere qui tendroient à concourir au centre du tourbillon.

## ARTICLE LXII.

Ce que je dis de la porosité des corps ne doit point surprendre ; M. Keil démontre qu'on seroit en droit de supposer qu'une sphere opaque & solide dont le rayon égaleroit celui de l'orbe de Saturne , ne contiendrait pas



plus de matière (ses pores retranchés), qu'en renfermeroit un atôme qui n'auroit point de pores; & si du possible nous passons à ce que les faits justifient, nous trouverons avec M. Newton, que tout ce qu'une masse d'or peut avoir de matière propre, se réduit à une quantité qui n'est pas à beaucoup près la millionième partie de celle qui pourroit être comprise sous son volume; rien même ne prouve qu'à la rigueur elle n'en pût être l'indéfini-tième partie; il ne faut donc compter pour rien l'obstacle que la solidité des Planètes peut faire aux mouvemens oscillatoires de l'éther.

## ARTICLE LXIII.

Si on supposoit que les particules d'une même couche sphérique dussent s'étayer, & par-là se servir mutuellement d'appui, la supposition qu'on feroit, seroit contraire à ce que l'expérience nous apprend. Que le fond d'un vase rempli d'eau, soit ouvert, l'eau coule & tombe malgré la convexité de ses couches, la même que celle de la surface de la terre. Afin que les particules de l'éther pussent s'étayer mutuellement, il faudroit qu'elles fussent inflexibles, & beaucoup plus grosses que celles des fluides ordinaires; ou bien il faudroit que les courbures des couches sphériques dont elles feroient parties devinssent infiniment grandes.

## ARTICLE LXIV.

Maintenant pour découvrir le principe de la pesanteur des corps sensibles, j'ai besoin de rappeler celui d'où se tire la loi fondamentale de l'hydrostatique.

On sçait que le poids absolu  $p$  d'un corps  $X$ , est égal à sa masse  $M$  multipliée par sa tendance  $V$ , à se mouvoir  
vers



vers un point déterminé ; donc  $p$  est toujours proportionnel à  $MV$  ; donc quelque densité qu'eut le corps  $X$  son poids deviendrait nul si  $V$  s'évanouissoit.

Que ce corps fut plongé dans un fluide soutenu , sa pesanteur spécifique seroit la différence de son poids absolu & de celui du fluide , les volumes supposés les mêmes ; ainsi nommant  $m$  la masse d'une portion du fluide dont le volume égaleroit celui du corps  $X$  , nommant aussi  $u$  la tendance de cette masse vers un centre commun , on auroit  $MV - mu$  pour la pesanteur spécifique du corps  $X$  , &  $mu - MV$  pour celle du fluide.

Que  $V$  égalât  $u$  , les pesanteurs spécifiques deviendroient proportionnelles aux densités.

Que  $MV$  valut  $mu$  , les impressions que le fluide feroit sur le corps  $X$  seroient les mêmes de toutes parts , ainsi rien n'obligeroit ce corps à se déplacer.

Que le poids  $MV$  fut plus fort que le poids  $mu$  , le corps  $X$  se déplaceroit & suivroit la direction de sa pesanteur ; enfin que  $mu$  l'emportât sur  $MV$  , le corps  $X$  se déplaceroit encore , mais en s'éloignant de l'appui du fluide.

#### ARTICLE LXV.

Supprimons maintenant cet appui , & ne donnons nulle tendance au corps  $X$  ; je dis que dans ce cas , la première impression que recevra ce corps égalera le poids de la colonne à laquelle il servira de base , & dont l'effort ne fera plus balancé par celui des colonnes laterales , qui conjointement avec elle flueront librement suivant la direction de leur pesanteur absolue ; ainsi nommant  $C$  la colonne supérieure qu'appuyera le corps  $X$  , la vitesse



infiniment petite avec laquelle ce corps commencera à se mouvoir, égalera  $\frac{Cu}{C+X}$ .

## ARTICLE LXVI.

Ces principes posés, soit RSI (*Fig. 23.*), la Piramide qui embrassera le corps X placé dans le tourbillon ABC; comme dans un tems infiniment petit  $dt$ , les particules de l'éther s'élèveront par un mouvement progressif à la hauteur que déterminera la plus grande dilatation du tourbillon, les ressorts de ces particules flechiront peu à peu, ainsi dans chacun des instans  $ddt$ , ils recevront un nouveau degré de compression; or dans le premier instant  $ddt$ , la compression ne pouvant avoir lieu, le fluide n'éprouvera point encore de réaction; donc le corps X qui portera le poids de la Piramide inférieure  $qSh$  à laquelle il servira de base, sera poussé vers la circonférence du tourbillon sans que rien le repousse; mais puisque dans les instans suivans les ressorts de l'éther acquerront toujours de nouveaux degrés de tension, la Piramide  $qSh$  cessera bientôt d'agir seule sur ce corps; il faudra donc que conformément au principe d'où se tire l'équilibre des liqueurs, son effort soit balancé de plus en plus par celui que feront les Piramides laterales, qui commençant à trouver un appui du côté de la circonférence, réagiront sur tout ce qui les obligera de se contenir dans leurs bornes; donc on peut supposer sans erreur que ces Piramides rabattront le corps X, autant que la Piramide inférieure  $qSh$  l'aura élevé, & qu'ainsi à la fin du tems infiniment petit  $dt$ , ce corps se retrouvera à peu près à la même distance du centre S.



## ARTICLE LXVII.

Maintenant qu'au flux de la matiere on fasse succeder son reflux, il sera aisé de concevoir que puisque l'éther n'éprouvera aucune réaction en refluant, la Piramide tronquée  $RqhI$ , qui chargera le corps  $X$  de tout son poids, (*Art. 65.*) poussera ce corps de la même maniere qu'elle le pousseroit, si le centre du tourbillon étoit vuide.

## ARTICLE LXVIII.

Je viens aux corps que pénètre la matiere étherée, & je dis que le poids de ces corps est nécessairement proportionnel à la force & à la quantité des colonnes auxquelles leurs particules intégrantes servent de bases.

## ARTICLE LXIX.

Ceux qui regardent la pesanteur comme l'effet propre de l'attraction, supposent que les chûtes initiales des corps attirés, sont toujours les mêmes aux mêmes distances de celui qui les attire, d'où ils concluent que le poids de chacun de ces corps est nécessairement proportionnel à sa masse.

## ARTICLE LXX.

Mais si la pesanteur a l'impulsion pour principe, & que les corps ne donnent prise à l'éther que par l'étendue & par la quantité des surfaces que leurs particules élémentaires lui présentent, il semble qu'il soit très-possible que leurs poids ne répondent pas toujours exactement à leurs masses; l'expérience même paroît confirmer ce soupçon. M. Boyle fait voir qu'il y a de certaines matieres dont le poids augmente quand elles sont exac-



tement renfermées dans des vases de verre exposés à l'action de la lumière. La Chimie nous offre quantité de faits semblables. Qu'on prenne une masse de Regule d'Antimoine du poids d'une livre, & qu'après l'avoir pulvérisée, on la fasse calciner au foyer d'un verre ardent d'un pied de diametre, le poids de la masse augmentera d'un dixième, quoique pendant tout le tems de la calcination qui durera au moins une heure, le Regule jette une fumée très-épaisse. On sçait que l'Etain, le Plomb, le Zim & quelques autres minéraux pareillement calcinés, augmentent de poids malgré l'évaporation de leurs sours : que devient donc la proportion des poids & des masses ?

## ARTICLE LXXI.

Les Partisans de l'attraction, pour infirmer l'induction qui se tire de ces sortes d'expériences, disent que la lumière est produite par le mouvement local d'une infinité de particules de feu que lance continuellement le Soleil, & qu'ainsi il n'est pas étonnant que ces particules étant ramassées, & trouvant des corps propres à les recevoir & à les retenir, fournissent plus de matiere à ces corps, qu'elles ne leur en enlevent.

## ARTICLE LXXII.

Renfermons-nous dans cette hipotèse, & voyons quelles pertes feroit le Soleil dans un tems déterminé.

Si conformément à ce qui résulte du travail de M. Picard, & aux observations de M. Cassini, on donne 57060 toises au degré de la terre, & qu'on en donne 71 924 537 942 au rayon de son Orbite, on trouvera que la surface de la sphere qui terminera ce rayon, fera



à la surface d'un cercle qui auroit un pied de diametre comme 2 979 728 156 130 000 000 000 000 à 1, d'où on conclura que la somme des corpuscules que lancera le Soleil dans l'espace d'une heure, pesera au moins 297 972 815 613 000 000 000 000 livres; or le volume du Soleil vaut un million de fois celui de la terre, c'est-à-dire que comme celui-ci contient 31 615 900 777 000 000 000 000 000 pieds cubes, le volume du Soleil en doit contenir 316 159 007 770 000 000 000 000 000 000 mais si on compare les deux masses qui, suivant M. Newton, sont proportionnelles à leurs forces attractives connues & constatées par les observations, on trouvera que la densité du Soleil est à celle de la terre comme 1 à 4; ainsi en prenant pour la moyenne densité de la terre, celle de la pierre commune dont le pied cube pèse 140 livres, le Soleil toute proportion gardée en pesera 1 106 556 528 300 000 000 000 000 000 000; d'où il suit que ce qu'il lancera de corpuscules lui fera perdre une 3 713 616<sup>e</sup> partie de son poids & de son volume dans une heure. Il est vrai que pour lui donner moyen de réparer ses pertes, ceux qui ont recours à l'attraction lui envoient des Comètes qu'il saisit à leur passage; ils conviennent donc qu'il suit de leur principe, qu'afin que le Soleil s'entretienne dans l'état où nous le voyons, il faut qu'en 3<sup>h</sup> 43<sup>1</sup> il consomme en nourriture une Comete d'un volume au moins égal à celui de la terre.

## ARTICLE LXXIII.

Reprenons la Piramide RSI du tourbillon ABC (Fig. 23.), supposons la partagée en une infinité de tranches *hq*, *mK*, *gd* paralleles à la base IR, la vitesse réactive



de la matière dans chacune de ces tranches, fera, comme on l'a déjà dit, en raison renversée des quarrés des rayons  $Sh$ ,  $Sm$ ,  $Sg$ ,  $SI$ ; ainsi ces tranches auront toutes des pesanteurs égales; donc le poids de la Piramide tronquée  $RghI$ , vaudra celui d'un Cilindre qui auroit le côté  $qR$  pour hauteur, la tranche  $qh$  pour base, & dont la vitesse réactive égaleroit celle de la couche sphérique dont la base  $qh$  feroit partie.

## ARTICLE LXXIV.

Il suit de-là que les différens poids dont sera chargé le corps  $X$  à différentes distances du centre  $S$ , seront en raison renversée des quarrés de ces distances, & en raison directe des hauteurs des colonnes.

## ARTICLE LXXV.

Il suit encore de-là que si le corps  $X$  se trouve successivement à différentes distances du centre  $S$ , mais que le rapport de sa masse à celle des colonnes qui le pousseront vers ce centre, soit toujours indéfiniment petit, les vitesses initiales des chûtes de ce corps, seront par-tout les mêmes que celles du fluide.

## ARTICLE LXXVI.

Ce que je viens de dire peut s'appliquer aux tourbillons particuliers des Planetes; car 1°. on doit les supposer impénétrables à la matière propre des tourbillons dans lesquels ils font leurs révolutions; c'est qu'un tourbillon n'en pourroit pénétrer un autre sans le détruire; il est vrai que comme il n'en est aucun qui ne soit composé de petits tourbillons qui laissent entr'eux des interstices que doivent remplir d'autres tourbillons plus petits encore,



rien n'empêche que ceux-ci ne passent d'un grand tourbillon dans un autre. 2°. Si la masse des colonnes dont se trouve chargé le tourbillon particulier d'une Planete, est par-tout indéfiniment plus grande que celle de ce tourbillon, comme on le suppose ici; il est évident que conformément à ce que demande la loi de Kepler, sa pesanteur fera toujours en raison renversée des quarrés de ses distances au centre vers lequel il sera poussé.

## ARTICLE LXXVII.

Supposons maintenant que le tourbillon *abcdg*, (*Fig. 25.*) soit partagé en une infinité de Piramides *aSb*, *bSc*, *cSd*, &c. unies par leurs sommets au centre *S*, si *hK* est la surface d'une masse impénétrable au fluide, la colonne *bKhc* pesera toute entiere sur cette masse; c'est que les parties du fluide qui composeront la colonne, ne pourront se répandre ni du côté de *am*, ni du côté de *dn*, à cause de l'égalité des forces qu'auront les colonnes *amKb*, *bKhc*, *chnd*; mais qu'on fasse mouvoir *hK* vers *cb* avec une vitesse finie, l'équilibre se rompra, & les particules que poussera *hK*, écarteront de part & d'autre celles qui devroient leur faire résistance, afin que la colonne *bKhc* pût être soulevée; donc toute l'impression que la masse fera sur le fluide, se réduira à celle qui obligera les particules voisines de sa surface à circuler autour d'elle (*Diff. 5. Art. 8.*), encore cette circulation sera-t'elle supplée par l'effet propre de la compression générale des petits tourbillons de l'éther, conformément à ce que nous avons déjà dit en parlant du mouvement des corps dans les fluides; donc si les particules de l'éther sont indéfiniment déliées, & qu'elles soient élastiques, comme on a droit de le supposer, la masse



*hK* ne fera mouvoir à chaque instant que des surfaces dont les parties se dérobaient de toutes parts, mais toujours parallèlement aux plans qui la toucheront, ne pourront (*Diff. 5. Art. II.*) recevoir en avant qu'une vitesse infiniment plus petite que celle de la masse qui les obligera à lui donner passage, en sorte que dans un tems fini, cette masse (*ibid.*) ne perdra qu'une infinitième partie de son mouvement; elle sera donc à cet égard comme dans le vuide, & ne recevra d'impression que celle qui la poussera vers le centre *S*; & l'on voit qu'il en fera de même si elle se meut vers ce centre, & qu'elle avance suivant la direction de sa pesanteur, ou enfin si ayant moins de vitesse que les couches du tourbillon, elle se trouve sur leur passage; ainsi les conditions que nous avons démontré (*Differt. 3.*) être absolument nécessaires, afin que la loi de Kepler puisse subsister, se trouvent parfaitement remplies dans l'hipotèse de la plénitude universelle; car

1°. Les Planetes ont les mêmes mouvemens translatifs qu'elles auroient dans le vuide.

2°. Elles pesent vers un centre commun.

3°. Leurs chûtes initiales sont par-tout en raison inverse des quarrés de leurs rayons vecteurs.

#### ARTICLE LXXVIII.

Quand le tourbillon d'une Planete fait sa révolution autour d'un centre étranger, s'il renferme d'autres tourbillons, il doit les assujettir à suivre son mouvement.

Soit un vase *abcd*, rempli d'un fluide qui pèse sur le fond *bc*, si on y plonge un corps *m*, supposé d'une densité égale à celle du fluide, ce corps se trouvera également poussé de toutes parts; ainsi pour le faire mouvoir,

il



il suffira de vaincre la résistance que lui feront les particules qu'on déterminera à circuler autour de lui, & cette résistance (*Diff. 5. Art. 35.*) sera nulle si le fluide est comprimé, & qu'il soit composé de particules infiniment déliées & infiniment élastiques; mais que ce soit la masse du fluide qu'on suppose se mouvoir conjointement avec le vase suivant une direction & avec une vitesse exprimée par *ig* (*Fig. 26.*) parallèle à *cb*, il est clair que le corps *m* ne pourra se refuser au mouvement de la masse totale; car si en conséquence des réactions causées par la pesanteur des parties du fluide, la colonne *hm* pousse le corps *m*, avec une force  $+x$  égale à la force  $-x$  qu'aura la colonne *im*, pour le pousser vers *h*, comme les nouveaux mouvemens qu'acquerront les colonnes parallèles à *hi*, n'auront aucune réaction qui leur réponde, le corps *m* sera encore poussé vers *i* ou vers *g* avec toute la force qu'acquerra la colonne *hm*; c'est-à-dire que si on nomme  $+Z$  cette force, la colonne *hm* fera impression sur *m* avec la force  $x + Z$ , pendant que la colonne *im*, n'opposera à cette impression que la force  $-x$ .

Or on voit qu'il en sera de même si un tourbillon *L* (*Fig. 27.*) se trouve dans un autre tourbillon *T* qui circule autour d'un centre étranger *S*, c'est que les forces centrifuges des parties du fluide dont sera composé le tourbillon *T*, les feront peser du centre *O*, vers la circonférence *abc* qui leur servira d'appui, & que (*Diff. 5. Art. 36.*) relativement cette pesanteur la masse *L* se trouvera également comprimée de toutes parts; (car il ne s'agit point ici de l'impression que recevra cette masse par la pesanteur dont l'action sera dirigée vers le centre *O* du tourbillon *T*, & à laquelle (*Art. 60.*) ne répondra aucune réaction); supposons donc que *T* se meuve vers *g* ou vers *h*, je dis

Z



qu'alors l'équilibre fera rompu , à cause de la nouvelle force qu'acquerra la colonne qui tendoit à faire avancer la masse L vers ce point ; donc cette masse sera obligée de suivre le mouvement du tourbillon T.

On voit bien que pendant que les deux masses avanceront de compagnie , le tourbillon L continuera de peser vers le centre O , & de circuler autour de ce centre.

#### ARTICLE LXXIX.

Une Planete est toujours assujettie à s'accommoder aux différentes positions de la masse totale de son tourbillon ; c'est une suite de ce qui vient d'être démontré dans l'article précédent.

#### ARTICLE LXXX.

Un tourbillon qui se meut autour d'un centre étranger, doit toujours conserver son Parallelisme ; car que *ab* (Fig. 28.) soit le mouvement translatif du tourbillon T, qu'on suppose avoir *pq* pour axe , ce tourbillon ne changera point de situation s'il se meut librement de *a* vers *b* , il n'en changera pas non plus , si on suppose que par son poids , il tombe librement de *a* en *c* , donc il conservera son Parallelisme , s'il obéit aux deux impressions à la fois, & qu'il décrive la Diagonale *ad*.

Il n'en feroit pas de même si le tourbillon T étoit emporté par la matiere propre du grand tourbillon dans lequel il circuleroit ; car que les couches de l'équateur MGNH (Fig. 29.) circulassent de M en G , & qu'elles contraignissent le tourbillon T de s'accommoder à leurs mouvemens ; comme celles qui se trouveroient les plus voisines du centre S auroient (Art. 17.) plus de vitesse que les autres , elles obligeroient la masse T de circuler



de F en K autour d'un axe parallele à celui du plan MGNH ; donc si l'axe *pq* étoit oblique à ce plan , il ne conserveroit plus son parallelisme ; ainsi les tourbillons particuliers des Planetes ne se meuvent parallelement à eux-mêmes , que parce que les couches spheriques de ceux dans lesquels ils circulent ne font sur eux aucune impression sensible ; c'est-à-dire que leur Parallelisme dépend du même principe que suppose la loi de Kepler.

## ARTICLE LXXXI.

De ce que toute masse renfermée dans un tourbillon se meut comme si elle pesoit par elle-même , & qu'elle fut dans le vuide , il suit 1°. que l'obliquité des plans dans lesquels se meuvent les Planetes , dépend uniquement des différentes latitudes des paralleles où se forment leurs tourbillons particuliers ; il suit 2°. que dans la supposition que le mécanisme qui donne naissance à ces tourbillons , ne les déterminât point à prendre leurs cours du côté que circulent les couches spheriques entre lesquelles ils se forment , rien n'empêcheroit qu'ils ne circulassent suivant toute autre direction.

## ARTICLE LXXXII.

Il me reste à éclaircir deux difficultés frappantes qui tombent sur le mécanisme des tourbillons ; voici la premiere.

Supposant un tourbillon partagé en une infinité de couches spheriques de même épaisseur , on conçoit que si les couches inférieures ont une vitesse angulaire plus prompte que celle des couches supérieures , l'ordre des circulations ne peut être conservé , à moins que le mouvement qu'acquiert chacune de ces couches par le frotte-



ment de sa surface concave, elle ne le perde par celui de sa surface convexe, de manière que les mouvemens perdus & communiqués soient par-tout égaux entr'eux; mais afin que cette condition se trouve remplie, il faut, suivant M. Newton, que les tems des révolutions soient, non comme les racines quarrées des cubes des distances au centre commun des pesanteurs, ainsi que le demande la loi de Kepler, mais comme les quarrés de ces distances. Tout frottement dans un tourbillon (dit cet illustre Géometre), est égal à la vitesse respective des surfaces qui se touchent immédiatement, multipliée par l'étendue de l'une de ces surfaces & par les densités; ainsi en supposant que dans le tourbillon  $RPq$  (*Fig. 30.*) la vitesse de la couche  $b$  surpasse celle de la couche  $d$  de la quantité  $hr$ , le frottement des deux couches sera proportionnel à la vitesse respective exprimée par  $hr$ , multipliée par la surface de la sphere dont  $Cr$  sera le rayon, & par la densité des parties qui se toucheront. Il faut remarquer que pour réduire la vitesse respective en mouvement angulaire, on doit diviser cette vitesse par le rayon que terminent les surfaces qui se touchent; ce qui est évident, car si on prenoit par exemple sur la surface convexe de la couche  $R$ , une distance  $Re$  égale à  $hr$ , le nombre des degrés que comprendroit  $Re$ , seroit à celui des degrés que renfermeroit  $hr$  comme  $\frac{Re}{CR}$  à  $\frac{hr}{Cr}$ ; ainsi les mouvemens angulaires sont toujours en raison directe des vitesses & en raison renversée des rayons.

Nommant presentement  $v$  toute vitesse respective,  $K$  la densité des parties sur lesquelles se fait le frottement,  $x$  le rayon que terminent les surfaces qui se touchent, &  $f$  l'impression du frottement,  $f$  égalera  $vxK$ , d'où



on tirera  $v = \frac{f}{xxK}$  ; or puisque les frottemens seront supposés par-tout les mêmes , on aura par-tout  $v$  proportionnel à  $\frac{1}{xxK} = x^{-2} K^{-1}$  ; mais la vitesse respective convertie en mouvement angulaire donnera  $\frac{v}{x}$  proportionnel à  $x^{-3} K^{-1}$  ; ainsi  $x^{-3} K^{-1}$  exprimera la différence du mouvement angulaire , & la somme de toutes les différences prises depuis une couche quelconque  $b$ , jusqu'à l'extrémité du tourbillon, égalera tout le mouvement angulaire de  $Cr$  dans la supposition que celui de la dernière couche soit indéfiniment petit ; car si on suppose par exemple que  $rCi + iCf + fCR$ , soit la somme de toutes les différences des mouvemens angulaires , l'angle  $bCr$  égalera cette somme.

Maintenant si on mène la ligne infinie  $CZ$ , & que sur les points  $m, n, p, q$ , &c. où cette ligne coupera les couches  $b, d, g, R$ , &c. on élève des perpendiculaires  $ms, nt, pu, qy$ , &c. qui soient entr'elles comme les différences angulaires, l'aire  $msoZ$  exprimera la somme de tous ces mouvemens pris depuis la couche  $b$ , jusqu'à l'extrémité du tourbillon. Or soit  $Cm = r$ , l'indéterminée  $Cp = x$ , la perpendiculaire  $pu = x^{-3} K^{-1}$ , on aura l'aire  $upqy = \frac{dx}{x^3 K^{-1}}$  ; & si on suppose que la densité  $K$  soit proportionnelle à une puissance quelconque  $n$  du rayon  $x$ ,  $\frac{dx}{x^3 K^{-1}}$  deviendra  $\frac{dx}{x^{3+n}}$  dont l'intégrale sera  $\frac{1}{2+n} \times x^{-2-n} + A$  ; que  $x$  devint  $r$ , la



quantité  $= \frac{1}{2+n} \times r^{-2-n} + A$  deviendrait 0 ; d'où

il suit que  $A = -\frac{1}{2+n} \times r^{-2-n}$  ; donc on aura  $\frac{1}{2+n}$

$\times \frac{1}{r^{2+n}} - \frac{1}{x^{2+n}} =$  l'aire  $smqy$  ; mais comme pour

avoir tout le mouvement angulaire de  $r$ , il faudra que  $x$  devienne infinie , ce mouvement qui sera proportion-

nel à l'aire entière  $smZO$  le sera aussi à  $\frac{1}{r^{2+n}}$ , parce que

$\frac{1}{2+n}$  exprimera une quantité constante.

Cela posé, puisque les tems périodiques des révolutions sont en raison renversée des mouvemens angulaires, nommant  $\tau$  le tems de la révolution de la couche terminée par le rayon  $r$ , on aura  $\tau$  proportionnel à  $r^{-2-n} = r^{-2} K^{-1}$  ; mais si on suppose que la densité soit par-tout la même , la valeur de  $K$  deviendra constante , & alors  $\tau$  sera proportionnel à  $r^{-2}$ , ainsi les tems des révolutions seront comme les quarrés des distances ; donc les couches supérieures auront un mouvement plus lent que celui que demande la loi de Kepler.

Que deviennent donc les tourbillons de M. Descartes s'ils ne peuvent subsister sans démentir les observations , sans renverser une loi que tout confirme dans la Nature ? essayons cependant de les sauver , nous le pouvons faire aisément en accommodant le calcul des frottemens à celui qui se tire des principes que fournissent les premiers Memoires de l'Academie.

#### ARTICLE LXXIII.

M. Amontons a fait voir par des expériences réité-



rées , que la résistance qu'éprouvent deux corps qui frottent l'un contre l'autre , répond , non à l'étendue de leurs surfaces , mais au poids du plus foible ; ce que justifient les expériences de cet Academicien , est encore appuyé sur un raisonnement démonstratif que l'illustre M. de Fontenelle nous donne comme de la part de M. de la Hire ; voici comment il le fait raisonner.

„ La résistance que deux corps qui frottent ensemble  
 „ éprouvent l'un de l'autre , vient de ce que les parties  
 „ qui hérissent leurs surfaces doivent , si elles sont flexi-  
 „ bles se plier & se coucher , ou , si elles sont dures , se  
 „ dégager & se désengrener les unes de dedans les autres.

„ Dans le premier cas , ce sont des ressorts qu'il faut  
 „ courber , & toute la difficulté du mouvement se réduit  
 „ là , qu'un même poids doive être porté par un seul ,  
 „ ou par deux ressorts égaux chacun au premier , ce sera  
 „ la même chose ; car s'il en a deux à vaincre , il les  
 „ courbera chacun une fois moins. Ainsi supposé que  
 „ dans des parties égales de la surface d'un corps , il y  
 „ ait un nombre égal de parties flexibles à ressort , une  
 „ autre surface qui coulera dessus , & dont le poids fera  
 „ toujours le même , n'éprouvera que la même résistance ,  
 „ soit qu'elle ait plus ou moins d'étendue ; parce que si  
 „ elle a à plier un plus grand nombre de ressorts , aussi  
 „ les pliera-t'elle moins ; mais si son poids étoit plus  
 „ grand , il faudroit qu'elle les pliât davantage , & par  
 „ conséquent elle trouveroit plus de difficulté.

„ Dans le second cas où il s'agit de désengrener des  
 „ parties dures , engagées les unes dans les autres , si ces  
 „ parties dures le sont à tel point qu'elles ne puissent se  
 „ briser , ni s'user du moins par leurs extrémités , il est  
 „ clair que pour dégager les deux surfaces , il en faut élever



„ une, & que ce qui s'oppose à cette action, ce n'est  
 „ que le poids & non la grandeur de la surface.

„ Mais si ces parties dures peuvent s'user par leurs  
 „ pointes, & se rompre en coulant les unes sur les autres,  
 „ alors leur nombre fait la difficulté ; & comme on sup-  
 „ pose qu'il y en a davantage dans de plus grandes sur-  
 „ faces, les frottemens suivront la proportion des sur-  
 „ faces.

Ce n'est donc que relativement à ce cas & à ceux qui peuvent s'y rapporter, qu'on doit avoir égard aux surfaces dans le calcul des frottemens ; mais quand une couche sphérique glisse sur une autre, le cas est différent, rien ne se brise, les petits tourbillons de la matière étherée restent dans leur entier, ils ne font que s'engrener & se désengrener successivement comme feroient les globules de M. Descartes ; d'ailleurs supposant qu'ils dussent s'enfoncer par leurs frottemens, les résistances mutuelles qu'ils se feroient à cause de leur élasticité, produiroient le même effet que les engrenemens.

Cela posé, figurons-nous que les particules de la surface *hi* du corps A (Fig. 31.) soient engrenées dans celles de la surface *fg* d'un corps immobile Z, & qu'on tire horizontalement le corps A pour le faire mouvoir sur Z avec une vitesse quelconque exprimée par AC ; on voit qu'il faudra que ce corps s'élève pour se désengrener, mais on voit aussi qu'il ne pourra s'élever sans acquérir un mouvement dont la direction sera contraire à celle de sa chute, en sorte que si sa pesanteur venoit à être supprimée, il s'élèveroit sans cesse au-dessus du plan horizontal *fg* avec une vitesse proportionnelle à la force AC ; car que le petit plan oblique *aK* (Fig. 32.) représente une des éminences de la surface *fg*, & que le



le corps A réduit au corpuscule  $a$ , soit tiré avec la force  $ca$ , ou plutôt poussé avec la force  $ba$ , égale à  $ca$ , il est clair que si on décompose le mouvement  $ba$  en deux autres mouvemens  $bM$  &  $Ma$ , le premier perpendiculaire sur le Plan  $Ka$ , l'autre parallèle à ce plan, le corpuscule acquerra le mouvement  $Ma$  qui sera composé du mouvement perpendiculaire  $MN$  & du mouvement horifontal  $Na$ ; ainsi ce corpuscule s'élèvera au-dessus du Plan  $bc$  avec la vitesse  $MN$ ; mais que l'impression horifontale n'eut d'abord valu que  $Na$ , & qu'on menât  $Nm$  &  $mn$  perpendiculaires sur  $Km$  & sur  $Na$ ,  $mn$  marqueroit la vitesse qu'acquerreroit le corpuscule pour s'élever au-dessus du plan  $bc$ ; or  $mn$  feroit à  $MN$  comme  $Na$  à  $ba$ ; donc en remettant A (Fig. 31.) à la place de  $a$  (Fig. 32.) les vitesses avec lesquelles ce corps s'élèveroit sans cesse dans la supposition qu'il perdit sa pesanteur, seroient toujours entr'elles comme les vitesses horifontales.

Mais faisons peser le corps A, la force qu'il aura pour s'élever, s'affoiblira continuellement jusqu'à ce qu'elle s'anéantisse; ainsi ce corps ne s'élèvera qu'à une hauteur déterminée pour retomber ensuite dans un tems égal à celui qu'il aura employé à s'élever.

Or suivant la loi de Galilée, ce tems sera proportionnel aux forces  $MN$  &  $mn$ , & par conséquent aux vitesses translatives  $ba$  &  $Na$  (les pesanteurs supposées les mêmes) & si les pesanteurs sont différentes, les tems seront en raison directe des vitesses, & en raison renversée de ces pesanteurs; ainsi en nommant les tems  $T$  &  $\tau$ , les vitesses  $v$  &  $u$ , & les pesanteurs  $X$  &  $x$ , on aura  $T, \tau :: \frac{v}{X}, \frac{u}{x}$ .

Mais la quantité de fois qu'un corps retombera & se rengrenera dans un tems déterminé, sera en raison ren-



versée du tems des chûtes, donc dans les frottemens cette quantité suivra toujours la proportion des chûtes initiales divisées par les vitesses respectives des deux surfaces.

Ces principes posés, si on partage un tourbillon en une infinité de Pyramides unies par leurs sommets au centre C (*Fig. 33.*), & qu'on prenne dans une de ces Pyramides deux tranches quelconques infiniment proches l'une de l'autre telles que BH & DI, on concevra que l'impression du frottement sera proportionnel, 1°. à l'excès de la vitesse de la tranche BH, sur la vitesse de la tranche DI; 2°. au poids de la Pyramide BCH; 3°. à la quantité successive des engrenemens; 4°. à l'action du levier; car c'est une attention qu'on est obligé de faire, comme l'a remarqué M. Bernoulli: „ Puisqu'il est visible que la même „ force appliquée suivant la tangente de la circonférence „ d'une grande rouë, a plus d'efficace pour la faire tourner, qu'elle n'en a lorsqu'on l'applique à la circonférence d'un rayon plus petit “. Nommant donc  $f$  l'impression du frottement,  $u$  la vitesse relative des deux couches,  $p$  le poids,  $r$  la longueur du levier CB &  $K$  la quantité successive des engrenemens, on aura par-tout  $f = uprK$ ; mais  $p$  égalera la masse multipliée par sa chute initiale ou par la force centrifuge du point B, toujours proportionnelle au quarré de la vitesse absolue divisé par le rayon, ainsi nommant  $V$  cette vitesse &  $r$  la masse,  $p$  sera proportionnel à  $VVrr$ , & puisque la quantité des engrenemens sera comme les chûtes initiales divisées par les vitesses respectives, on aura  $K$  proportionnel à  $\frac{VV}{ur}$ . Mettant donc ces valeurs dans  $uprK$ ,  $f$  égalera  $V^+r^2$ ; or par la supposition, l'impression des frottemens sera par-tout la même, donc on aura par-tout  $V^+ = \frac{1}{rr}$  &



$V = \frac{1}{\sqrt{r}}$ , mais le tems de la révolution est proportionnel

au rayon divisé par la vitesse absolue ou par  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ , donc

si  $T$  exprime ce tems, on aura  $T = r^{\frac{3}{2}}$  conformément à la loi de Kepler; donc afin que les tourbillons subsistent, il faut que les tems des révolutions soient comme les racines quarrées des cubes des distances.

Au reste quoique la couche la plus proche du centre commun des circulations n'éprouve par sa surface concave aucun frottement capable de lui rendre ce qu'elle perd de vitesse par le frottement de sa surface convexe, il ne s'ensuit pas que son mouvement translatif doive se ralentir. On a vû (*Art. 59.*) que la réaction vive de l'éther une fois admise, il faut que les mouvemens des différentes couches sphériques d'un tourbillon, se combinent de maniere que l'équilibre s'y conserve, ou qu'il s'y rétablisse s'il vient à se rompre.

#### ARTICLE LXXXIV.

M. Bulfinger fait une autre objection, non contre l'existence des tourbillons, mais contre leur mécanisme. On a vû que c'est uniquement de la forme des tourbillons que dépend la direction de la pesanteur. Qu'un tourbillon par exemple fut forcé de prendre une forme cylindrique, alors suivant la loi de la décomposition des mouvemens, les pesanteurs seroient dirigées vers l'axe du Cilindre, en supposant que ce fût autour de cet axe que se fissent les circulations; mais les tourbillons de M. Descartes sont supposés arondis en conséquence de l'égalité des forces qui les compriment de toutes parts; ainsi leurs différentes couches sphériques ne pouvant agir les unes sur les autres

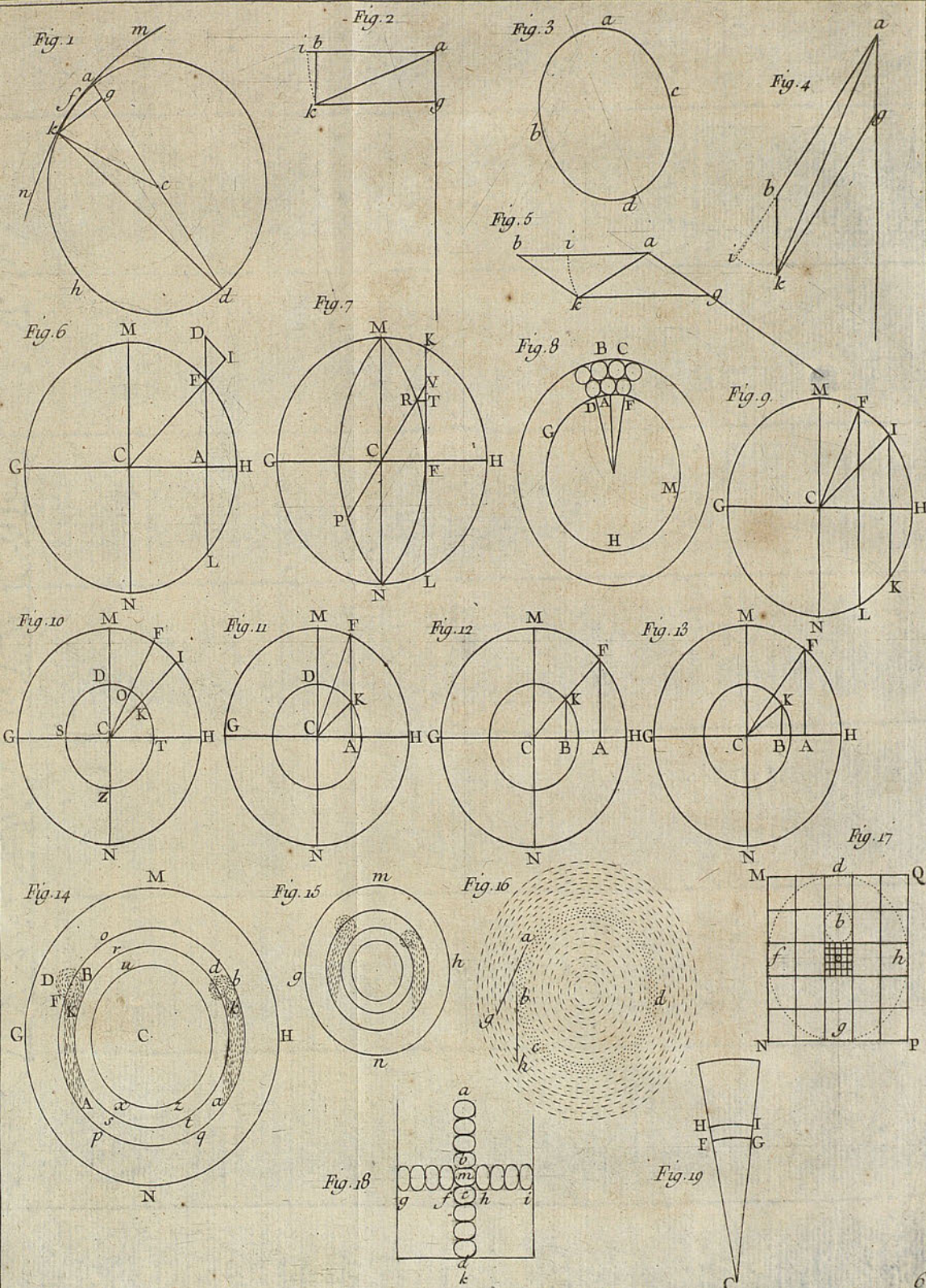


que suivant des directions perpendiculaires sur leurs surfaces (*Art. 7.*) c'est toujours vers le centre du tourbillon que leurs réactions sont dirigées.

A ce raisonnement démonstratif M. Bulfinger oppose une expérience qui, selon lui, semble prouver que si toutes les parties d'un tourbillon sphériques tournent autour d'un diamètre unique, comme le suppose M. Descartes, c'est vers ce diamètre que les pesanteurs sont dirigées; car qu'on fasse circuler autour d'un axe horizontal une sphère creuse & transparente remplie d'eau mêlée d'un peu d'air, on verra qu'alors, l'air moins propre que l'eau à recevoir l'impression du mouvement circulaire, & cedant à la force réactive des couches sphériques du fluide, sera rabattu, non vers le centre de la sphère, mais vers son axe autour duquel il formera un noyau Cilindrique; voilà l'expérience que M. Bulfinger dit avoir faite; mais cette expérience que prouve-t'elle? rien autre chose, sinon que les particules qui forment les différentes couches sphériques de la masse totale du fluide, conservant toujours leur propre poids, ne se compriment pas simplement suivant la direction des rayons de la sphère, mais qu'elles se compriment encore suivant une direction perpendiculaire sur le Plan horizontal auquel l'axe de la sphère est parallèle.

On aura beau faire, la pesanteur des particules qui composent les fluides sensibles, empêchera toujours qu'aucune expérience puisse représenter l'état des tourbillons.







THEORY OF THE

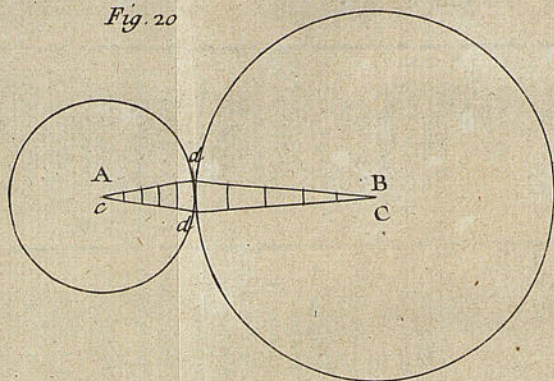
OF THE

OF THE

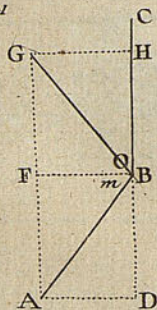




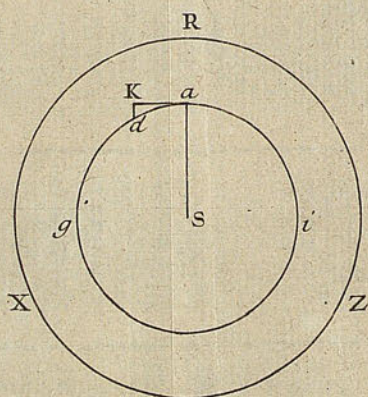
*Fig. 20*



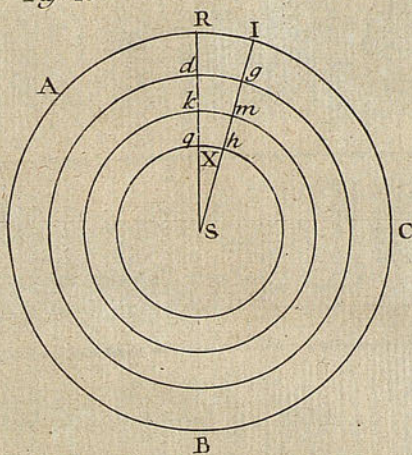
*Fig. 21*



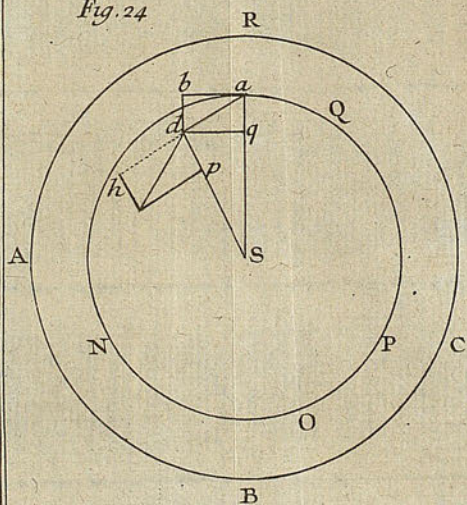
*Fig. 22*



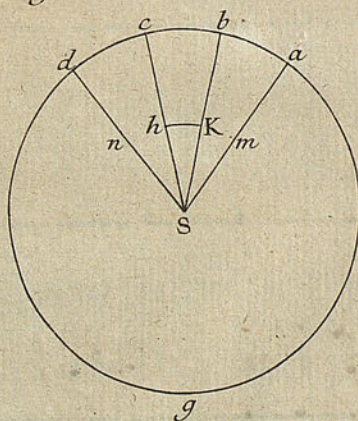
*Fig. 23*



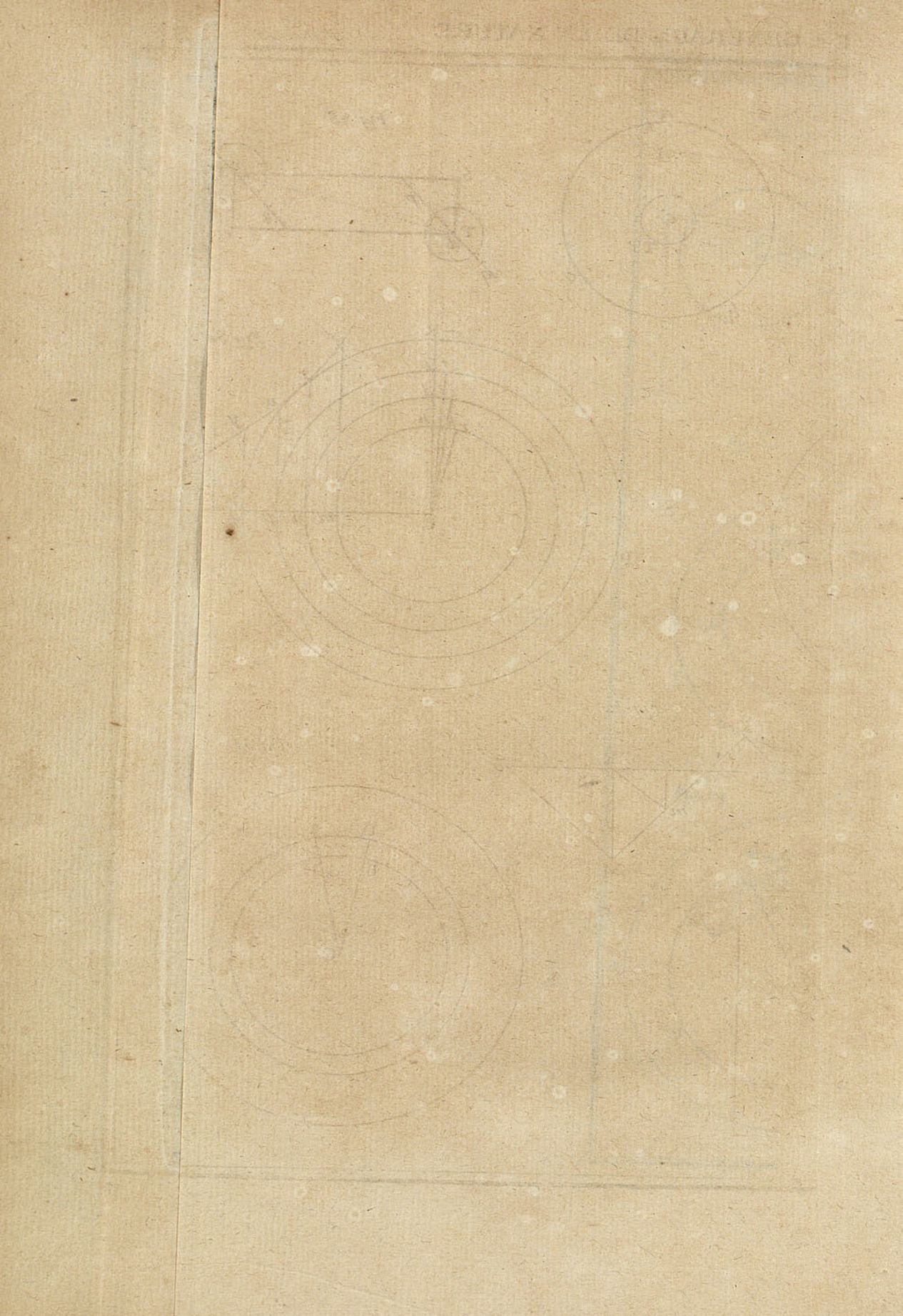
*Fig. 24*



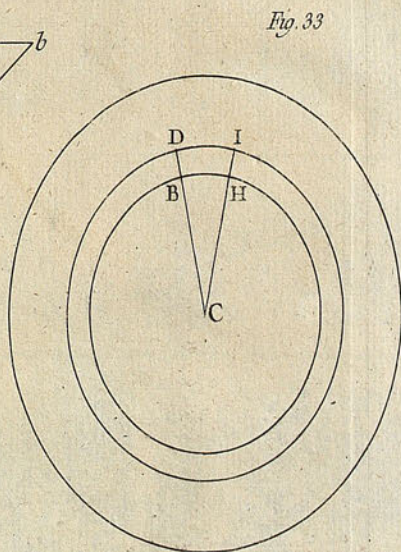
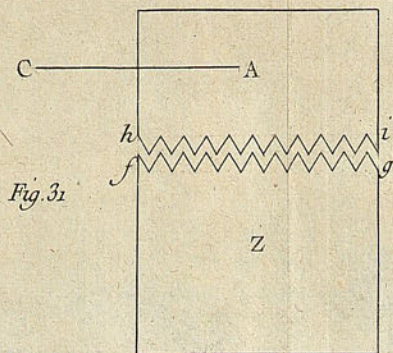
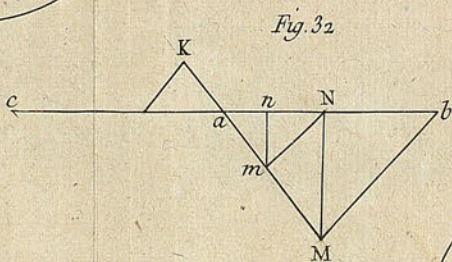
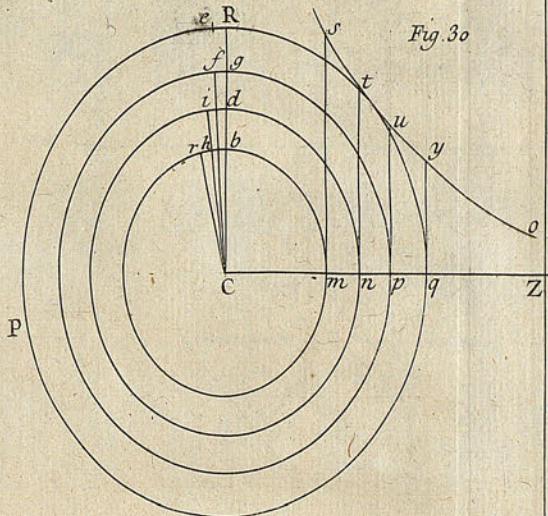
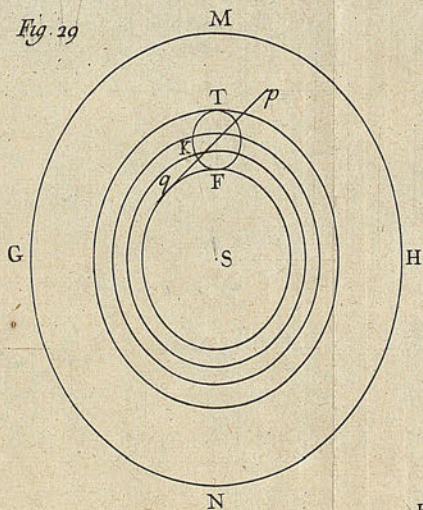
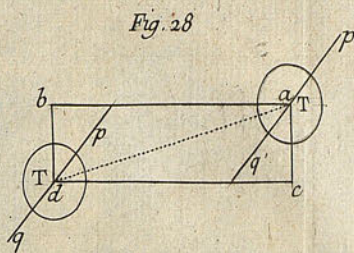
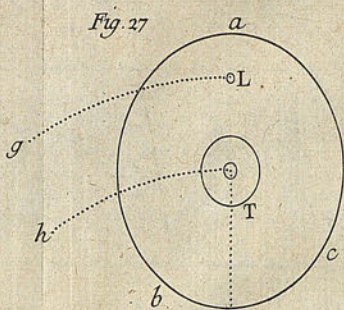
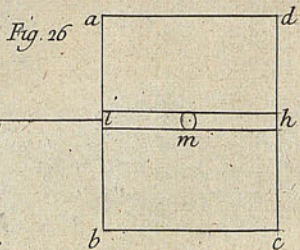
*Fig. 25*







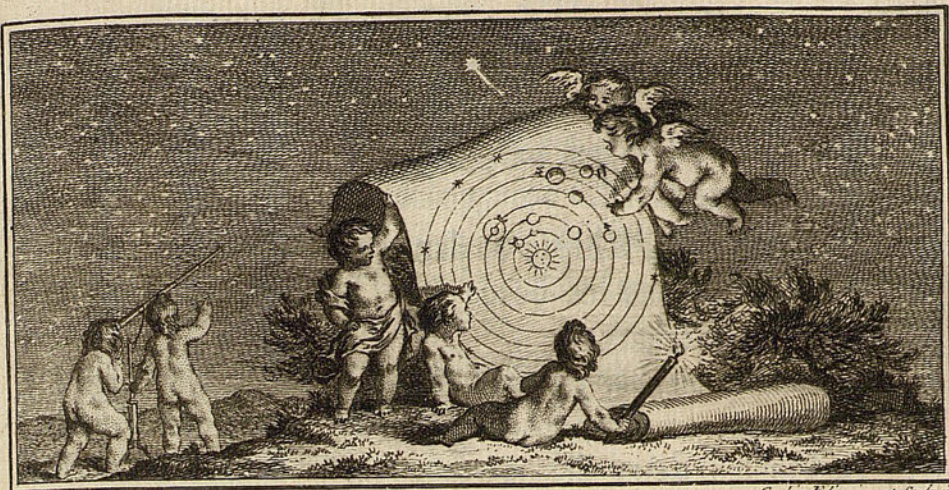










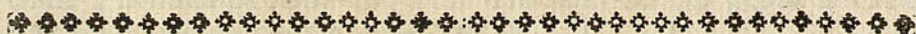


*Cochin Fils aîné inv. et Sculpsit.*

# PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA NATURE,

APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE;

ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



SEPTIÈME DISSERTATION.

*Théorie Générale des Planetes.*

ARTICLE I.



PRE's avoir justifié les principes particuliers que suppose la loi de Kepler, je crois qu'il est nécessaire de donner la Théorie générale d'où se tire cette loi.

On supposera dans cette Dissertation plusieurs propriétés des Sections Coniques, les moins



familieres feront démontrées dans les Lemmes suivants.

## ARTICLE II.

*Lemme.* Dans l'Ellipse & dans l'Hiperbole les Parallelogrames faits sous les côtés des Diametres conjugués, sont égaux entr'eux.

*Démonstration pour l'Ellipse.* Soient  $Mm$  &  $Nn$  (Fig. 1.) deux Diametres conjugués pris dans le cercle  $MmnN$ ,  $Rg$  &  $Hh$  les deux diametres correspondans pris dans l'Ellipse inscrite  $AbaB$ ; si on abaisse sur le grand axe  $Aa$ , les perpendiculaires  $MRE$ ,  $NHD$ , & qu'on joigne les points  $M$  &  $N$ ,  $R$  &  $H$ , par les lignes droites  $MN$  &  $RH$ , les Trapezes  $MEDN$ ,  $REDH$ , feront entr'eux comme les axes  $Aa$ ,  $Bb$ , ou comme leurs moitiés  $AC$ ,  $BC$ ; or que du grand Trapeze  $MEDN$ , on ôte les triangles  $MCE$  &  $NCD$ , & que du petit Trapeze  $REDH$ , on ôte les triangles proportionnels  $RCE$  &  $HCD$ , les triangles  $MCN$  &  $RCH$  feront encore entr'eux comme  $AC$  à  $BC$ , & ce rapport fera par-tout le même; mais tous les triangles tels que  $MCN$  huitième partie des Parallelogrames faits sous les diametres conjugués dans le cercle sont égaux, donc tous les triangles proportionnels tels que  $RCH$  huitième partie des Parallelogrames faits sous les diametres conjugués dans l'Ellipse, sont pareillement égaux.

*Démonstration pour l'Hiperbole.* Soit un Hiperbole  $XAZ$  (Fig. 2.) qui ait  $Aa$  &  $Bb$  pour axes,  $CM$  &  $Cm$  pour asymptotes; si on mene un diametre quelconque  $RCg$  & son diametre conjugué  $HCh$ , & que les lignes  $AL$  &  $AK$  soient respectivement paralleles aux asymptotes  $CM$  &  $Cm$ , je dis que le triangle  $CRG$  huitième partie du Pa-



rallelograme fait sous les diametres conjugués  $Rg$  &  $Hh$ , fera égal au Parallelograme  $ALCK$  huitième partie du Parallelograme fait sous les axes  $Aa$  &  $Bb$ ; car menant l'ordonnée  $RS$ , le Parallelograme  $CSRO$  égal au triangle  $CRG$ , égalera  $ALCK$  ( *propr. de l'Hiperb.*); donc les Parallelogrames faits sous les diametres conjugués sont égaux entr'eux.

## ARTICLE III.

*Corollaire.* Nommant  $2a$  l'axe  $Aa$  de l'Ellipse (*Fig. 1.*) ou de l'Hiperbole (*Fig. 2.*)  $2b$  l'axe conjugué  $Bb$ ,  $2h$  le diametre conjugué  $Hh$  &  $q$ , la perpendiculaire  $Rq$  abaissée du point  $R$  sur  $Hh$ , on aura le rectangle  $qh$ , égal au rectangle  $ab$ , ce qui est évident, puisque  $qh$  vaudra l'aire du Parallelograme fait sous les côtés  $RC$  &  $CH$ .

## ARTICLE IV.

*Lemme.* Soit  $ABab$  (*Fig. 3.*) une Ellipse qui ait  $F$  &  $f$  pour foyers, &  $C$  pour centre, je dis que  $Hh$  diametre conjugué de  $Rg$ , coupe le rayon  $FR$  en un point  $D$  tel que  $DR$  est toujours égal à  $CA$ .

*Démonstration.* Si on mène  $fE$  parallele à la tangente  $tRT$  & au diametre conjugué  $hH$ , le triangle  $ERf$  sera isocèle; car les angles  $ERT$  &  $fRt$  étant égaux ( *propr. de l'Ell.*) leurs alternes  $REf$  &  $RfE$  seront pareillement égaux; d'où il suit que  $ER$  égalera  $fR$ ; mais  $FC = Cf$ ; donc  $FD = DE$ ; donc  $DE$  sera la moitié de la difference de  $FR$  & de  $fR$ ; donc  $DE + ER$  égalera la moitié de la somme des rayons  $FR$  &  $fR$ , ou la moitié du grand axe  $Aa$ .

## ARTICLE V.

*Lemme.* Soit  $XAZ$  (*Fig. 4.*) une hiperbole qui ait  $F$



&  $f$  pour foyers &  $C$  pour centre, je dis que  $Hh$  diamètre conjugué de  $Rg$ , coupe le rayon  $fR$  en un point  $D$ , tel que  $DR$  est toujours égale à  $AC$ , moitié de l'axe  $Aa$ .

*Démonstration.* Du second foyer  $f$  menant  $fE$  parallèle à la tangente  $tRT$  & au diamètre conjugué  $Hh$ , on aura  $RE$ , prolongement du rayon  $FR$  égal à  $Rf$ ; car ( *propr. de l'Hiperb.*) les angles  $FRT$   $fRT$  sont égaux, & à cause des parallèles  $fE$  &  $TR$ , l'angle  $REf = FRT$ , & l'angle  $RfE = FRT$ , donc  $RfE = REf$ ; donc  $RE = Rf$ : de même  $RI = RD$ , parce que le triangle  $IRD$  est semblable au triangle isocèle  $ERf$ , & à cause des parallèles  $Ch$  &  $fE$ , & de l'égalité des lignes  $FC$  &  $Cf$ ,  $FI = IE$ ; donc  $RI$  ou  $RD$  est la moitié de la différence de  $FR$  & de  $RE$ , ou de  $FR$  & de  $Rf$ ; mais la différence de  $FR$  & de  $Rf$ , est égale à  $Aa$ , donc  $RD = \frac{Aa}{2}$ .

## ARTICLE VI.

*Lemme.* Nommant

$a$ , la moitié du grand axe de l'Ellipse  $ABab$  (Fig. 3.).

$b$ , la moitié du petit axe  $Bb$ .

$x$ , la coupée  $CO$ .

$e$ , la demi-excentricité  $CF$ .

$r$ , le rayon  $FR$  mené du foyer  $F$  à un point quelconque  $R$  de la courbe  $ABab$ .

On aura  $r = \frac{aa \pm cx}{a}$ , quantité dont le second terme sera affecté du signe  $+$  ou du signe  $-$ , suivant que l'extrémité  $R$  du rayon  $FR$  se trouvera au-dessus ou au-dessous du petit axe  $Bb$ .

*Démonstration.*



Démonstration.  $\overline{RO}^2 = \frac{aabb - bbxx}{aa}$  (propr. de l'Ellipse.)

&  $\overline{FO}^2 = cc \pm 2cx + xx$  ; donc  $\overline{FR}^2 = \frac{aabb - bbxx}{aa}$

$+ cc \pm 2cx + xx$  ; mais  $bb = aa - cc$  ; donc cette valeur substituée dans l'expression du quarré de FR , on aura

$$rr = \frac{a^4 \pm 2aacx + ccxx}{aa}, \text{ ou } r = \frac{aa \pm cx}{a}.$$

## ARTICLE VII.

Corollaire.  $\pm x = \frac{ar - aa}{c}$  &  $xx = \frac{a^2 r^2 - 2a^3 r + a^4}{cc}$ .

## ARTICLE VIII.

Lemme. Nommant

$a$  la moitié de l'axe Aa de l'hiperbole XAZ (Fig. 4.)

$b$  la moitié de l'axe conjugué Bb.

$x$  la coupée CO.

$c$  la demi-excentricité CF.

$r$  le rayon FR mené du foyer F à un point quelconque de la courbe XAZ.

On aura  $r = \frac{cx - aa}{a}$ .

Démonstration.  $\overline{RO}^2 = \frac{bbxx - aabb}{aa}$  (propr. de l'Hiperb.)

$\overline{FO}^2 = xx - 2cx + cc$  ; donc  $\overline{FR}^2 = \frac{bbxx - aabb}{aa}$

$+ aaxx - 2aacx + aacc$  ; mais  $bb = cc - aa$  ; donc cette

valeur substituée à la place de  $bb$  dans l'expression du quarré de FR , on aura  $rr = \frac{a^4 - 2aacx + ccxx}{aa}$ , ou

B b



$r = \frac{cx - aa}{a}$ , parce que dans l'hyperbole,  $x$  aussi-bien que  $c$ , sont plus grands que  $a$ .

## ARTICLE IX.

Corollaire.  $x = \frac{ar + aa}{c}$  &  $xx = \frac{a^2 r^2 + 2a^3 r + a^4}{cc}$ .

## ARTICLE X.

*Lemme.* Nommant encore

$a$ , la moitié du grand axe de l'Ellipse  $AB ab$  (Fig. 5.).

$b$ , la moitié du petit axe  $Bb$ .

$r$ , le rayon  $FR$  mené du foyer  $F$  au point  $R$ .

$x$ , la coupée  $CO$ .

$g$ , la moitié du diamètre  $Rg$ .

$h$ , la moitié du diamètre conjugué  $Hh$ .

$q$ , la perpendiculaire  $Rq$  abaissée du point  $R$  sur  $Hh$ .

$t$ , la perpendiculaire menée du point  $F$  sur la tangente au point  $R$ .

On aura  $t = \frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{2a-r}}$ .

Démonstration.  $\overline{RO}^2 = \frac{aabb - bbxx}{aa}$  (prop. de l'Ellipse.)

donc  $\overline{RC}^2$  ou  $\overline{RO}^2 + xx = \frac{aabb + aaxx - bbxx}{aa}$  ; mais

$aa - bb = cc$  ; donc  $\overline{RC}^2 = \frac{aabb + ccxx}{aa}$  : d'un autre côté

$\overline{RC}^2 + \overline{CH}^2$  ou  $gg + hh = aa + bb$  (prop. de l'Ellipse.)

donc  $hh = \frac{a^4 - ccxx}{aa}$ , &  $h = \frac{\sqrt{a^4 - ccxx}}{\sqrt{aa}}$  ; mais  $qh$ , ou

$q \frac{\sqrt{a^4 - ccxx}}{\sqrt{aa}} = ab$  (Art. 3.) ; donc  $q = \frac{aab}{\sqrt{a^4 - ccxx}}$  ; or



à cause des triangles semblables DRq & RFT, on aura cette proportion DR, ou  $a$ , (Art. 4.)  $Rq :: FR, FT$ ,

ou  $a$ ,  $\frac{aab}{\sqrt{a^+ - ccxx}} :: r, \frac{rab}{\sqrt{a^+ - ccxx}} = t$ ; & si à la place

de  $xx$  (Art. 7.) on met sa valeur  $\frac{aarr - 2a^3r + a^4}{cc}$ , on

aura  $t = \frac{rb}{\sqrt{2ar - rr}} = \frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{2a - r}} = \frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{f}}$  en nommant  $f$  le rayon  $fR$ .

# ARTICLE XI.

*Lemme.* Donnant les mêmes dénominations aux lignes correspondantes qui appartiendront à l'hiperbole XAZ

(Fig. 4.) on aura  $t = \frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{2a+r}}$ .

*Démonstration.*  $\overline{RO}^2 = \frac{bbxx - aabb}{aa}$  ( propr. de l'Hiperb.)

donc  $\overline{RC}^2$  ou  $\overline{RO}^2 + xx = \frac{bbxx - aabb + aaxx}{aa}$ ; mais

$aa + bb = cc$  (propr. de l'Hip.); donc  $\overline{RC}^2 = \frac{ccxx - aabb}{aa}$  :

d'un autre côté  $\overline{RC}^2 - \overline{CH}^2$  ou  $gg - hh = aa - bb$

(propr. de l'Hiperb.) ; donc  $\overline{CH}^2$  ou  $hh = \frac{ccxx - a^4}{aa}$ , &

$h = \frac{\sqrt{ccxx - a^4}}{\sqrt{aa}}$ ; mais  $qh$  ou  $q \frac{\sqrt{ccxx - a^4}}{\sqrt{aa}} = ab$  (Art. 3.);

donc  $q = \frac{aab}{\sqrt{ccxx - a^4}}$ ; or à cause des triangles semblables

DRq & RFT, on aura cette proportion DR, ou  $a$ ,

(Art. 5.)  $Rq :: FR, FT$ , ou  $a$ ,  $\frac{aab}{\sqrt{ccxx - a^4}} :: r, \frac{rab}{\sqrt{ccxx - a^4}}$

$= t$ ; & si à la place de  $xx$  (Art. 9.) on met sa valeur

Bb ij



$\frac{aarr + 2a^3r + a^4}{cc}$ , on aura  $t = \frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{2a + r}} = \frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{f}}$  en nommant  $f$  le rayon  $fR$ .

## ARTICLE XII.

*Lemme.* Soit

$a$ , la distance du foyer  $F$  au sommet  $A$  de la Parabole  $ARZ$  (Fig. 6.)

$r$ , le rayon  $FR$ .

$t$ , la perpendiculaire  $FT$  menée du point  $F$  sur la tangente  $RTG$ .

On aura  $t = \sqrt{ra}$ .

*Démonstration.*  $FR = FG$  (prop. de la Parab.); ainsi le triangle  $GFR$  est isocèle, & la perpendiculaire  $FT$  coupe la Base  $GR$  en deux parties égales.

Maintenant si du point  $R$  on abaisse la perpendiculaire  $RO$  sur l'axe  $AFO$ , & qu'on mène la tangente  $AK$  au sommet  $A$ , cette tangente coupera aussi  $RG$  au point  $T$ , puisque  $AO = AG$  (prop. de la Parab.); mais le triangle  $GFT$  fera semblable au triangle  $TFA$ , donc on aura cette proportion  $FG$  ou  $r$ ,  $t :: t$ ,  $a$ , ce qui donnera  $t = \sqrt{ra}$ .

## ARTICLE XIII.

*Corollaire general tiré de ce qui est démontré dans les trois Articles précédens.*

Si  $m$ , exprime une quantité plus grande que l'unité, & que la perpendiculaire  $t$  devienne  $\tau$ , quand  $R$  deviendra  $mr$ , on aura

Pour la Parabole  $t$ ,  $\tau :: \sqrt{r}$ ,  $\sqrt{mr}$ .



Pour l'Ellipse  $t, \tau :: \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2a-r}}, \frac{\sqrt{mr}}{\sqrt{2a-mr}} :: \frac{\sqrt{2a-mr}}{\sqrt{m}},$   
 $\sqrt{2a-r} :: \sqrt{r}, \sqrt{mr} \times \frac{\sqrt{2a-r}}{\sqrt{2a-mr}}.$

Et pour l'Hiperbole  $t, \tau :: \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2a+r}}, \frac{\sqrt{mr}}{\sqrt{2a+mr}}$   
 $:: \frac{\sqrt{2a+mr}}{\sqrt{m}}, \sqrt{2a+r} :: \sqrt{r}, \sqrt{mr} \times \frac{\sqrt{2a+r}}{\sqrt{2a+mr}}.$

Ainsi 1°. dans les trois Sections la perpendiculaire croît quand le rayon s'allonge ; mais 2°. dans la Parabole, les perpendiculaires croissent suivant la proportion des racines des rayons ; dans les Ellipses, elles croissent davantage, & dans l'Hiperbole, elles croissent moins.

#### ARTICLE XIV.

*Lemme.* Les mêmes choses supposées que dans les articles 10 & 11, on aura (Fig. 4. & 5.)  $FR, FT :: DR, Rq,$   
 ou  $r, t :: a, q, \& q = \frac{ta}{r}$  ; & si à la place de  $t$ , on met sa valeur  $\frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{f}}$  (Art. 10. & 11.), on aura  $q = \frac{ab}{\sqrt{rf}}.$

#### ARTICLE XV.

*Lemme.* Soit  $Aa$  le grand axe d'un Ellipse, ou d'une Hiperbole (Fig. 5. & 7.) - - - - - =  $2a$   
 $Bb$ , le petit axe - - - - - =  $2b$   
 Le rayon  $FR$  mené du foyer  $F$  - - - =  $r$   
 Le Diametre  $Rg$  - - - - - =  $2g$   
 Le Diametre conjugué  $Hh$  - - - - - =  $2h$   
 Le rayon  $RN$  de la développée - - - =  $n$   
 La ligne  $Rq$  - - - - - =  $q$



La perpendiculaire abaissée du foyer F sur  
 la tangente RT - - - - - =  $t$   
 L'ordonnée infiniment petite Lu, ou Lx,  
 ou Lz - - - - - =  $y$   
 La ligne Ru - - - - - =  $u$   
 L'abscisse Rx - - - - - =  $x$   
 Et la ligne Rz sinus versé de l'arc LR - - - =  $z = \frac{yy}{2n}$

Je dis que  $n$ , le rayon de la développée, égalera  $\frac{aabb}{q^3}$ , ou  $\frac{bbr^3}{at^3}$ , & qu'ainsi ce rayon fera proportionnel à  $\frac{1}{q^3}$  ou à  $\frac{r^3}{t^3}$ ; car à cause des triangles semblables Rxz, RCq, on aura  $x, \frac{yy}{2n} :: g, q$ , d'où on tirera  $n = \frac{gyy}{2qx}$ ; mais  $yy, 2gx :: hh, gg$ , donc  $yy = \frac{2hhx}{g}$ ; donc  $n$  égalera  $\frac{hh}{q}$ ; or  $hq = ab$  (Art. 3.) donc  $h = \frac{ab}{q}$ ; donc  $n$  égalera  $\frac{aabb}{q^3}$ , & fera proportionnelle à  $\frac{1}{q^3}$ : de plus à cause des triangles semblables FRT, RDq, on aura (Art. 4. & 5.)  $q = \frac{at}{r}$  &  $\frac{1}{q^3} = \frac{r^3}{a^3t^3}$ , donc  $n$  ou  $\frac{aabb}{q^3}$  fera égal à  $\frac{bbr^3}{at^3}$ , & proportionnelle à  $\frac{r^3}{t^3}$ .

## ARTICLE XVI.

*Lemme.* Soit dans la Parabole ARS (Fig. 8.) la ligne FA menée du foyer au sommet A - - - =  $a$   
 Le rayon FR - - - - - =  $r$   
 La perpendiculaire FT sur la tangente RT - - - =  $t$



Le rayon RN de la développée - - - =  $n$

L'ordonnée infiniment petite  $Lx$ , ou  $Lz$ ,

ou  $Lu$  - - - - - =  $y$

L'abscisse  $Rx$  - - - - - =  $x$

La ligne  $Rz$  sinus versé de l'arc  $LR$  - =  $z$  =  $\frac{yy}{2n}$

La ligne  $Ru$  - - - - - =  $u$

Je dis que  $n$ , le rayon de la développée sera égal à  $\frac{2rr}{t}$ , & par conséquent proportionnel à  $\frac{rr}{t}$  aussi-bien qu'à  $\frac{r^3}{t^3}$ ; car 1°.  $u = x$ ; or à cause des triangles semblables  $Rzu$ ,  $TFR$ , on aura  $x, \frac{yy}{2n} :: r, t$ ; donc  $n = \frac{ryy}{2tx}$ ; mais (prop. de la Parab.)  $yy = 4rx$ ; donc  $n$  égalera  $\frac{2rr}{t}$ ; or (Art. 12.)  $t = \sqrt{ar}$  &  $tt = ar$ ; donc  $n = \frac{2rr}{t} \times \frac{ar}{tt} = \frac{2ar^3}{t^3}$ , & fera par conséquent proportionnelle à  $\frac{r^3}{t^3}$ .

# ARTICLE XVII.

*Lemme.* Le rayon  $FR$  d'une Section conique (*Fig. 9.*), l'angle  $FRT$  que fait la tangente  $RT$  avec ce rayon, & le Parametre de la Section étant donnés, on pourra décrire la Section à laquelle appartiendra ce Parametre.

On voit d'abord qu'ayant l'angle  $FRT$ , on a aussi l'angle  $tRf$  que doit former la tangente  $tR$  avec le rayon  $fR$  qui partira du second foyer de la Section cherchée; il ne s'agira donc plus que de déterminer la longueur de ce rayon, ce qui sera facile; car supposons que la



Section fut une Ellipse, si on nomme

$2a$ , son grand axe

$2b$ , son petit axe

$r$ , le rayon FR

$f$ , le rayon fR

$t$ , la perpendiculaire sur la tangente RT

$p$ , le Parametre de la Section.

On aura  $r + f = 2a$ , ou  $f = 2a - r$ ; on aura aussi (Art.

10.)  $t = \frac{b\sqrt{r}}{\sqrt{f}}$ , &  $tt = \frac{bbr}{f}$ ; donc  $2a - r$  ou  $f$  égalera

$\frac{bbr}{tt}$ , d'où on tirera  $2att - rtt = bbr = \frac{par}{2}$ ; on aura

donc  $a = \frac{2rtt}{4tt - pr}$ , &  $f$  ou  $2a - r = \frac{4rtt}{4tt - pr} - r = \frac{pr}{4tt - pr}$ ,

& alors

1°. Si  $4tt$  est plus grand que  $pr$ , le Parametre donné  $p$ , appartiendra à l'Ellipse. 2°. Si  $4tt$  est égal à  $pr$ , le rayon  $f$  sera infini & partira du second foyer de la Parabole.

3°. Si  $4tt$  est plus petit que  $pr$ , la valeur du rayon  $f$  sera négative, & ce rayon appartiendra à l'Hiperbole, & par conséquent sera pris au-dessus de la tangente  $Tt$  par rapport au foyer F; or on voit que dans chacun de ces cas, il sera facile de décrire la section que tracera le mobile.

### ARTICLE XVIII.

*Principe.* Quand un corps en mouvement est continuellement détourné de son chemin par l'impression, soit uniforme, soit variable d'une force qui le fait tendre vers un point fixe, il décrit une courbe, & les aires des triangles mixtilignes qui ont ce même point pour sommet commun, & les traces du mouvement pour bases, sont  
toûjours



toujours proportionnelles aux tems dans lesquels ces bases sont parcouruës.

*Démonstration.* Qu'on partage en une infinité d'instans égaux le tems pendant lequel se meut un corps, & qu'il tende à parcourir dans le premier instant la ligne  $Bc$  (Fig. 10.) & une autre ligne  $BG$  dirigée vers le point  $S$ , le mobile en obéissant à l'une & à l'autre impression à la fois, décrira la diagonale  $BC$ ; or supposons que dans le second instant rien ne l'obligeât à se détourner de son chemin, il parcourroit la ligne  $Cd$  égale à la ligne  $BC$  dont elle seroit le prolongement, & le triangle  $CScd$  égaleroit le triangle  $BSC$ ; mais que pendant que le mobile tendra à décrire  $Cd$ , une force étrangere  $CH$  le rabate encore vers  $S$ , la trace de son mouvement formera la diagonale  $CD$  du Parallelograme  $CHDd$ ; donc le triangle  $CSD$  qui égalera le triangle  $CScd$ , égalera pareillement le triangle  $BSC$ ; or ce qu'on dit ici de  $BSC$  & de  $CSD$ , on le dira de tous les autres triangles qui seront décrits de même dans la suite des momens égaux qui partageront le tems de la circulation; donc en regardant les lignes  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ , comme les élémens d'une courbe, les sommes des aires décrites autour du point  $S$ , seront proportionnelles à celles des momens qu'employera le mobile à les décrire.

#### ARTICLE XIX.

*Corollaire.* On a déjà vû (Diff. 3. Art. 3.) qu'à cause des triangles égaux  $BSC$   $CSD$ , les vitesses qui répondront à la longueur des bases  $BC$   $CD$ , seront réciproquement comme les perpendiculaires menées du point  $S$  sur  $BC$  & sur  $CD$  prolongées s'il est nécessaire.



On a vu aussi que si des points  $C$  &  $D$ , on abaisse sur  $SB$  & sur  $SC$  les perpendiculaires  $CG$  &  $DH$ , & qu'on regarde les mouvemens  $BC$  &  $CD$  comme composés des mouvemens paracentriques  $BG$  &  $CH$ , & des mouvemens translatifs  $GC$  &  $HD$ , ceux-ci seront en raison renversée des distances  $SB$  &  $SC$ , ce qui fuit de l'égalité des triangles  $BSC$  &  $CSD$ .

## ARTICLE XX.

Mais j'ajoute que les angles  $BSC$  &  $CSD$  proportionnels aux vitesses translatives divisées par les rayons  $SB$  &  $SC$ , seront en raison inverse des quarrés de ces rayons.

## ARTICLE XXI.

Si on suppose qu'un espace terminé par une courbe  $ABCDE$  (*Fig. 10.*) soit partagé en une infinité de triangles égaux dont les sommets aboutissent à un point quelconque  $S$ , & que les bases  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ , soient prolongées jusqu'aux points  $c$ ,  $d$ ,  $e$ , en sorte que les lignes  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ , soient respectivement égales aux lignes  $Bc$ ,  $Cd$ ,  $De$ , il est clair que les rapports qu'auront entr'elles les petites lignes  $Cc$ ,  $Dd$ ,  $Ee$ , seront déterminés par la nature de la courbe  $ABCDE$  & par la position du point  $S$ .

## ARTICLE XXII.

*Problème.* Trouver l'expression générale des différentes pesanteurs d'un corps qui parcourt une courbe  $ARL$ , en pesant toujours vers un point déterminé  $S$ .

Soit (*Fig. 11.*) le rayon vecteur  $SR = r$ , le rayon de la développée  $RN = n$ , la perpendiculaire  $ST$  sur la



tangente  $RT = t$ , on aura la vitesse  $RL$  proportionnelle à  $\frac{1}{t}$  (*Diff. 3. Art. 3.*); donc (*Diff. 6. Art. 1.*) la force centripete par rapport au point  $N$ , fera  $\frac{1}{2ttn}$ ; or si cette force est exprimée par  $Rz$  & qu'on mene  $zL$  parallele à  $RT$ , cette ligne coupera  $SR$  au point  $u$ ; ainsi à cause des triangles semblables  $uRz$ ,  $RST$ , on aura  $Rz$ ,  $Ru :: t$ ,  $r$ ; donc  $Ru$ , la force centripete par rapport au point  $S$ , fera toujours proportionnelle à  $\frac{r}{t^3n}$ .

## ARTICLE XXIII.

Si on suppose que les lignes  $r$ ,  $t$ , &  $n$ , aient par-tout les mêmes rapports entr'elles, comme dans la Logarithmique spirale, les forces centripetes qui seront proportionnelles à  $\frac{r}{t^3n}$ , le feront pareillement à  $\frac{1}{r^3}$ .

## ARTICLE XXIV.

Si le point  $S$  où tendent les forces centripetes, se trouve au centre  $C$  d'une Ellipse  $ABab$  (*Fig. 12.*), ces forces seront entr'elles comme les distances.

*Démonstration.* Nommant  $r$  le rayon  $CR$ ,  $t$  la perpendiculaire  $CT$  menée du centre  $C$  sur la tangente  $RT$ ,  $n$  le rayon  $Rn$  de la développée,  $q$  la partie  $Rq$  interceptée entre la tangente & le diamètre  $Hh$  conjugué de  $Rg$ ; comme dans l'Ellipse (*Art. 15.*)  $n$ , le rayon de la développée est proportionnel à  $\frac{1}{q^3}$ , & que  $CT$  ou  $t$  fera égal à  $q$ ,  $\frac{r}{t^3n}$  deviendra proportionnel à  $r$ .



## ARTICLE XXV.

Si le point S est au foyer de l'une des trois sections coniques, les forces centripètes seront en raison renversée des quarrés des distances, c'est qu'alors (*Art.* 15. & 16.) on aura  $n$  proportionnelle à  $\frac{r^3}{t^3}$ ; donc  $\frac{r}{t^3 n}$  deviendra  $\frac{1}{rr}$ .

## ARTICLE XXVI.

Les mêmes choses supposées que dans les articles 15 & 16, il est aisé de déterminer quelles sont les différentes pesanteurs absolues d'un corps qui en décrivant une Ellipse, ou une Parabole, ou une Hiperbole, est continuellement poussé vers un des foyers de la section.

Du point L (*Fig.* 5. 7. 8.) soit abaissée la perpendiculaire LK sur le rayon FR; nommant K cette perpendiculaire, les triangles semblables  $uRz$  &  $uLK$ , donneront  $u, \frac{yy}{2n} :: y, K$ ; donc  $u = \frac{y^3}{2Kn}$ ; mais si la section est une Ellipse ou une Hiperbole,  $n$  (*Art.* 15.) égalera  $\frac{bbr^3}{ar^3} = \frac{bby^3}{aK^3}$ , parce que les triangles  $RFT$  &  $LuK$  seront semblables; donc mettant cette dernière valeur de  $n$  dans  $\frac{y^3}{2Kn}$ , on aura  $u = \frac{aKK}{2bb}$ ; ainsi nommant  $\pi$  le Parametre de la section égal  $\frac{2bb}{a}$ , on aura  $u = \frac{KK}{\pi}$ ; & si la section est une Parabole, comme  $n$  (*Art.* 16.) égalera  $\frac{2rr}{t}$ ,  $\frac{y^3}{2Kn}$  devien-



dra  $\frac{ty^3}{4Krr}$  ; or puisque  $y, K :: r, t$ , on aura  $y^3 = \frac{K^3 r^3}{t^3}$ ,

ce qui donnera  $\frac{ty^3}{4Krr} = \frac{KKr}{4tt}$  ; mais (*Art. 12.*)  $tt = ar$  ;

donc  $u$  égalera  $\frac{KK}{4a}$  ou  $\frac{KK}{\pi}$ .

## ARTICLE XXVII.

Supposons maintenant que la force centrale soit donnée, & qu'il faille trouver la courbe que décrira le mobile avec cette force, on se servira encore de la formule générale  $\frac{r}{t^3 n}$  (*Art. 22.*). Qu'on veuille, par exemple, que la force exprimée par cette formule, soit proportionnelle au rayon  $r$ , le rapport de  $\frac{r}{t^3 n}$  à  $r$  sera déterminé ;

donc en divisant  $\frac{r}{t^3 n}$  par  $r$ , on aura  $\frac{1}{t^3 n}$  égal à une gran-

deur constante, d'où on tirera  $n$  proportionnelle à  $\frac{1}{t^3}$  ;

ce qui fera voir (*Art. 24.*) que si les pesanteurs sont partout comme les distances, la courbe que décrira le mobile, sera une Ellipse dont le centre deviendra celui des tendances.

Si on supposoit que les pesanteurs fussent proportionnelles à  $\frac{1}{rr}$ ,  $\frac{r}{t^3 n}$  divisé par  $\frac{1}{rr}$  donneroit  $n$  proportionnelle à  $\frac{r^3}{t^3}$ , & par-là, (*Art. 15. & 16.*), on auroit

l'équation générale des trois sections coniques par rapport à leur foyer qui alors deviendrait le centre des tendances.



## ARTICLE XXVIII.

Qu'on se renferme dans cette dernière supposition, si on nomme  $p$  &  $\pi$  les Paramètres de deux différentes sections  $ARQ$  *arq* (Fig. 13.), & que les triangles  $RLF$   $r/f$  soient décrits en tems égaux, nommant la perpendiculaire  $LK$ ,  $K$ , & la perpendiculaire  $lk$ ,  $k$ , les rayons  $FR$  &  $Fr$ ,  $R$  &  $r$ , on aura  $\frac{RK}{2}$ ,  $\frac{rk}{2} :: \sqrt{p}$ ,  $\sqrt{\pi}$ , c'est-à-dire, que les aires décrites en tems égaux, seront entr'elles comme les racines des Paramètres des deux sections.

*Démonstration.* Menant les parallèles  $LU$  &  $lu$  aux tangentes  $RT$  &  $rt$ , & nommant  $RU$ ,  $U$ , &  $ru$ ,  $u$ , comme  $pU$  égalera  $KK$  (Art. 26.), & que  $\pi u$  égalera  $kk$ , on aura  $\frac{KK}{U}$ ,  $\frac{kk}{u} :: p$ ,  $\pi$ ; mais  $U$ ,  $u :: \frac{1}{RR}$   $\frac{1}{rr}$  (Art. 25); donc mettant  $\frac{1}{RR}$  &  $\frac{1}{rr}$  à la place de  $U$  & de  $u$  on aura  $RRKK$ ,  $rrkk :: p$ ,  $\pi$ , &  $\frac{RK}{2}$ ,  $\frac{rk}{2} :: \sqrt{p}$ ,  $\sqrt{\pi}$ .

## ARTICLE XXIX.

Quand deux ou plusieurs Planetes décrivent des Ellipses autour d'un foyer commun, les quarrés des tems de leurs révolutions sont entr'eux comme les cubes des grands diamètres des Ellipses décrites, ou comme les cubes des distances moyennes moitié de ces grands diamètres.

*Démonstration.* Les mêmes choses supposées que dans la proposition précédente, & nommant  $S$  la somme des instans de la révolution d'une Planete autour du foyer  $F$ , &  $s$  celle des instans de la révolution d'une autre Pla-



nete autour du même foyer,  $S\sqrt{p}$  fera à  $s\sqrt{\pi}$  comme  $\frac{S \times R \times K}{2}$  à  $\frac{s \times r \times K}{2}$  (*Art. 28.*), quantités qui exprime-

ront les aires des Ellipses décrites ; mais si on nomme  $2A$  &  $2a$  les grands diametres de ces Ellipses,  $2B$  &  $2b$  leurs petits diametres, on aura  $S \times R \times K$ ,  $s \times r \times K :: A \times B$ ,  $a \times b$ , ( *propr. de l'Ellipse.*) ce qui donnera  $S\sqrt{p}$ ,  $s\sqrt{\pi} :: A \times B$ ,  $a \times b$ , d'où on tirera  $S$ ,  $s :: \frac{A \times B}{\sqrt{p}}$ ,  $\frac{a \times b}{\sqrt{\pi}}$  ; or ( *propr. de l'Ell.*)  $\sqrt{p} = \frac{B\sqrt{2}}{\sqrt{A}}$ , &  $\sqrt{\pi} = \frac{b\sqrt{2}}{\sqrt{a}}$ , donc  $S$ ,  $s$ , ::  $A\sqrt{A}$ ,  $a\sqrt{a}$ , &  $SS$ ,  $ss :: A^3$ ,  $a^3$ .

## ARTICLE XXX.

*Corollaire.* Que dans le plan de l'équateur d'un tourbillon la matiere décrive un cercle, qui ait pour rayon la moyenne distance d'une Planete qu'on suppose parcourir son orbite elliptique en pesant vers le centre du tourbillon, ce fera en tems égaux que se feront les circulations.

## ARTICLE XXXI.

Si on supposoit que les pesanteurs fussent par-tout proportionnelles aux distances, ce seroit en tems égaux que les Planetes feroient leurs révolutions en pesant vers le centre commun des Ellipses qu'elles décriroient.

*Démonstration.* Soient  $QP$  &  $BG$ ,  $qp$  &  $bg$  (*Fig. 14.*) les grands & les petits axes de deux sections  $QBPG$  &  $qbpg$ ,  $C$  leur centre commun ; si on nomme  $A$  &  $B$ ,  $a$  &  $b$ , les rayons  $CQ$  &  $CB$ ,  $Cq$  &  $Cb$ , ceux des développées aux points  $Q$  &  $q$  égaleront (*Art. 15.*)  $\frac{BB}{A}$



&  $\frac{bb}{a}$ , parce que les perpendiculaires abaissées des points Q & q sur les petits diamètres BG & bg, égaleront A & a; ainsi en exprimant par V & U les vitesses aux points Q & q, on aura A, a ::  $\frac{VVA}{2BB}$ ,  $\frac{UUa}{2bb}$  ::  $\frac{VVA}{BB}$ ,  $\frac{UUa}{bb}$ , ce qui est évident, puisque par la supposition les forces centripètes seront proportionnelles aux distances, & qu'aux points Q & q (*Diff. 6. Art. 1.*) elles égaleront les quarrés des vitesses divisés par les Parametres; mais cette proportion donnera  $\frac{VVAa}{BB} = \frac{UUa}{bb}$ ; ainsi on aura V, U :: B, b. Maintenant nommant T &  $\tau$  les tems des révolutions, si on mene CZ & Cz infiniment proches de CQ & Cq, & qu'on suppose que les triangles QCZ & qCz soient décrits en tems égaux, ces triangles proportionnels aux rayons multipliés par les vitesses ou par les bases QZ & qz, seront entr'eux comme A×B & a×b; ainsi T×B×A &  $\tau \times b \times a$  exprimeront les aires des deux Ellipses; or T×B×A,  $\tau \times b \times a$  :: A×B, a×b (*propr. de l'Ell.*), donc on aura T =  $\tau$ ; donc si les pesanteurs étoient proportionnelles aux distances, ce seroit en tems égaux que circuleroient les Planetes, mais parce que le mécanisme de la Nature nous oblige de supposer que les pesanteurs sont par-tout en raison inverse des quarrés des distances, ce sera à cette supposition que nous nous en tiendrons dans la suite.

## ARTICLE XXXII.

Les différentes vitesses de deux Planetes qui circulent dans un même tourbillon sont entr'elles comme les racines des Parametres des Sections qu'elles décrivent divisées



visées par les perpendiculaires menées du foyer sur les tangentes aux différens points par où passent successivement ces Planetes.

*Démonstration.* Si on suppose que dans les sections ARA, ara, (Fig. 13.) les triangles infiniment petits RFL, rFl, soient décrits en tems égaux par deux Planetes, nommant

$p$  &  $\pi$  les Parametres de ces sections.

$R$  &  $r$  les rayons FR & Fr.

$L$  &  $l$  les petits arcs RL & rl

$K$  &  $k$  les perpendiculaires LK & lk sur les rayons FR & Fr.

$T$  &  $t$  les perpendiculaires FT & Ft sur les tangentes aux points R & r.

A cause des triangles semblables RLK, RFT, & rlk, rFt, on aura  $R, T :: L, K, \& r, t :: l, k$ ; donc  $L = \frac{RK}{T}$ , &  $l = \frac{rk}{t}$ ; mais  $RK, rk :: \sqrt{p}, \sqrt{\pi}$  (Art. 28.)

donc  $L, l :: \frac{\sqrt{p}}{T}, \frac{\sqrt{\pi}}{t}$ . C. Q. F. D.

#### ARTICLE XXXIII.

*Corollaire.* Les vitesses aux extremités des grands axes de deux sections quelconques, sont comme les racines des Parametres de ces sections divisées par les distances; c'est qu'alors les distances sont mesurées par les perpendiculaires  $T$  &  $t$ .

#### ARTICLE XXXIV.

*Corollaire.* Les vitesses dans deux sections qui ont des Parametres égaux, sont en raison renversée des perpendiculaires sur les tangentes; que  $\pi$  soit égal à  $p$ , on aura

$$\frac{\sqrt{p}}{T}, \frac{\sqrt{\pi}}{t} :: t, T.$$



## ARTICLE XXXV.

*Corollaire.* Soit (Fig. 15.) F le foyer d'une section conique quelconque, A son sommet & p son Parametre; la vitesse au point A pris dans la section, fera à la vitesse dans le cercle qui aura FA pour rayon, comme la racine du Parametre de la section, à la racine du Parametre du cercle (Art. 32.), c'est-à-dire, comme  $\sqrt{p}$  à  $\sqrt{2FA}$ .

## ARTICLE XXXVI.

*Problème.* Si dans un tourbillon & à l'extrémité du rayon FA (Fig. 15.), une Planete commence à parcourir la perpendiculaire AT, & que suivant la loi commune, elle soit obligée à chaque instant de s'approcher du point F avec une vitesse toujours proportionnelle à l'unité divisée par le quarré de son rayon vecteur, cette Planete pourra décrire toute section conique qui aura A pour sommet, & F pour foyer; mais on demande quelle section particulière elle décrira avec une vitesse déterminée relativement à celle qui la feroit circuler autour du cercle qui auroit FA pour rayon.

*Résolution.* Supposant que 1 fut le Parametre du cercle ADA, on auroit ( *propr. des Sect. Coniq.*)  $x$  plus petit que 2 & plus grand que 1 pour celui de l'Ellipse, 2 pour celui de la Parabole, &  $y$  plus grand que 2 pour celui de l'Hiperbole; donc les différentes vitesses qui feroient décrire à une Planete ces différentes sections prises dans le même ordre qu'elles sont ici marquées, feroient proportionnelles à  $\sqrt{1}$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{y}$ .

## ARTICLE XXXVII.

*Remarque.* On peut remarquer que plus  $\sqrt{x}$  approche



roit de  $\sqrt{2}$ , plus le grand diametre de l'Ellipse s'allongeroit, & que si  $\sqrt{x}$  venoit à ne différer de  $\sqrt{2}$  que d'un infiniment petit, l'Ellipse deviendrait une Parabole, puisque la Parabole est une Ellipse dont les foyers sont infiniment éloignés l'un de l'autre.

## ARTICLE XXXVIII.

On peut remarquer encore qu'en supposant que  $\sqrt{x}$  fut plus petit que  $\sqrt{1}$ , on ne se trouveroit plus dans le cas du Problème, le point A ne seroit plus le sommet de l'Ellipse, il deviendrait le point opposé à ce sommet, & se trouveroit par conséquent à la plus grande distance du centre des tendances.

Enfin, si on supposoit que la vitesse  $\sqrt{x}$  fut infiniment petite, l'Ellipse deviendrait infiniment étroite, & ne différerait plus de la ligne AF, aux extremités de laquelle se trouveroient alors les foyers; ainsi qu'un corps tombât du point A au point F, centre de l'action des forces réactives, le corps arrivé à ce point remonteroit vers A, pour retomber encore vers F, & ainsi successivement.

## ARTICLE XXXIX.

Supposons maintenant que dans le tourbillon du Soleil, un corps à un point quelconque A, pris pour son Aphelie, eut moins de vitesse que la matiere étherée, on démontreroit suivant les principes qu'on vient d'établir, que ce corps décriroit une Ellipse plus ou moins étroite: selon qu'au point A, il iroit ou plus ou moins lentement: on démontreroit aussi qu'il pourroit s'approcher infiniment du foyer de l'Ellipse qu'il décriroit, & que depuis l'angle droit, il n'y auroit point d'angle qui ne put faire avec l'Equateur du tourbillon.



que le mouvement de ce corps eut rien d'opposé aux principes sur lesquels la théorie des Planetes est fondée ; on voit même que s'il prenoit son cours contre l'ordre des signes , rien ne l'obligeroit à changer de direction ; c'est qu'il continueroit de se mouvoir comme s'il étoit dans le vuide , & qu'il n'obéît qu'à l'impression generale de la pesanteur.

Sur ce pied-là les Cometes ne gâteront plus rien dans l'œconomie des tourbillons , elles feront , si l'on veut , des Planetes dont les orbites auront des excentricités considérables , mais des Planetes ou des corps qui pour s'approcher trop près du Soleil au point de leur Perihelie , s'embrâseront de maniere que leurs masses fourniront avec abondance dans tout leur cours , & pousseront au loin des parties fuligineuses qui seront dirigées & éclairées par les rayons du Soleil. Mais revenons aux vitesses comparées dans les différentes sections que peut décrire un mobile.

#### ARTICLE XL.

La vitesse à la moyenne distance dans l'Ellipse , est égale à la vitesse dans le cercle à la même distance ; car (Fig. 16.) nommant  $2a$  le grand axe &  $2b$  le petit axe ,  $\frac{2bb}{a}$  sera le Parametre de l'Ellipse , &  $b$  égalera la perpendiculaire  $FT$  abaissée du point  $F$  sur la tangente au point  $B$  ; ainsi la vitesse à ce point (Art. 32.) sera  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}$  , & la vitesse dans le cercle au même point sera  $\frac{\sqrt{2a}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}$  ;

donc &



## ARTICLE XLI.

On voit qu'afin qu'une Planete fupposée à fa moyenne diftance , put décrire la circonférence d'un cercle , il faudroit que la direction de fon mouvement devint la même que celle du mouvement de la matiere étherée.

## ARTICLE XLII.

Il feroit aifé maintenant de déterminer les différentes vitesses abfoluës des couches fphériques d'un tourbillon ; car comme les masses des colonnes qui pefent fur les tourbillons particuliers des Planetes , font fupposées indéfiniment plus grandes que les masses de ces tourbillons , il eft clair que la loi commune de la percuffion demande que la chute initiale des Planetes foit par-tout égale aux vitesses réactives de la matiere étherée ; or on vient de voir qu'une Planete à fa moyenne diftance , a relativement à fa pefanteur le degré de vitesse qui lui feroit décrire la circonférence d'un cercle , en fupposant qu'elle fe mût fuivant une direction perpendiculaire fur fon rayon vecteur ; donc puiſqu'à chaque instant le finus verſé de l'arc qu'elle décriroit , feroit égal au finus verſé de l'arc que décriroit la matiere à la même diftance , les vitesses translatives feroient les mêmes de part & d'autre ; ainſi comme on auroit la vitesse abſoluë de la matiere à une diftance déterminée , on auroit auffi (*Diff. 6. Art. 17.*) ſes différentes vitesses dans toute l'étendue du tourbillon.

## ARTICLE XLIII.

Dans la Parabole , la vitesse à une diftance quelconque , eft à la vitesse dans le cercle à la même diftance , comme  $\sqrt{2}$  à  $\sqrt{1}$  ; car dans la Parabole (*Art. 12.*) , les perpen-



diculaires menées du foyer sur les tangentes, sont comme les racines des distances; donc (*Art. 19*) les vitesses sont partout en raison renversée de ces racines; mais cette proportion est aussi gardée entre les vitesses prises dans les cercles à différentes distances du centre commun des circulations (*Diff. 6. Art. 17.*), donc aux mêmes distances, dans la Parabole & dans le cercle, le rapport des vitesses sera toujours le même; or au point A (*Fig. 15.*)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1}}$  exprime ce rapport (*Art. 36.*); donc par-tout où les distances seront supposées égales, la vitesse dans la Parabole sera à la vitesse dans le cercle, comme  $\sqrt{2}$  à  $\sqrt{1}$ .

## ARTICLE XLIV.

Le rapport des vitesses dans l'Ellipse aux vitesses dans les cercles concentriques à des distances égales, varie continuellement, & cela parce que les perpendiculaires menées du foyer sur les tangentes aux points qui s'éloignent du sommet A, croissent dans un plus grand rapport que les racines des distances ou des rayons qui partent du même foyer (*Art. 13.*), d'où il suit que les vitesses dans l'Ellipse aux différens points qui s'éloignent du sommet A, décroissent dans une raison continuellement plus grande que celle suivant laquelle décroissent les vitesses dans les cercles qui atteignent ces différens points; donc si on suppose qu'au point A, la vitesse dans le cercle soit  $\sqrt{1}$ , & que la vitesse dans l'Ellipse soit  $\sqrt{x}$  plus grande que  $\sqrt{1}$ , mais plus petite que  $\sqrt{2}$ , ce rapport ne sera celui des vitesses qu'au seul point A, depuis ce point, il décroîtra continuellement jusqu'au point a, le plus éloigné de F; c'est-à-dire que les vitesses dans l'Ellipse décroîtront dans une plus grande raison que les



vitesse dans les cercles aux mêmes distances ; ainsi elles arriveront au rapport d'égalité , & ce fera à la moyenne distance comme on l'a déjà vû (*Art. 40.*) , après quoi les vitesses dans les cercles l'emporteront, & toujours de plus en plus sur les vitesses dans l'Ellipse, pendant que le mobile avancera vers le point *a*, terme de la plus grande distance.

## ARTICLE XLV.

Le rapport des vitesses dans l'hyperbole aux vitesses dans les cercles concentriques, à des distances égales, varie continuellement, & cela parce que les perpendiculaires sur les tangentes aux points qui s'éloignent du sommet A, croissent dans un moindre rapport que les racines des distances ou des rayons (*Art. 13.*) ; donc les vitesses dans l'hyperbole aux différens points qui s'éloignent du sommet A, décroissent dans une raison continuellement plus petite que celle suivant laquelle décroissent les vitesses dans les cercles qui atteignent ces différens points ; donc si on suppose qu'au point A, la vitesse dans le cercle soit  $\sqrt{1}$ , & que la vitesse dans l'hyperbole soit  $\sqrt{y}$  plus grande que  $\sqrt{2}$ , ce rapport ne fera celui des vitesses qu'au seul point A, depuis ce point il croîtra continuellement ; c'est-à-dire que les vitesses dans l'hyperbole décroîtront dans un moindre rapport que les vitesses dans les cercles aux mêmes distances.

## ARTICLE XLVI.

*Corollaire.* La vitesse dans la Parabole est plus grande que la vitesse dans l'Ellipse, & plus petite que la vitesse dans l'hyperbole, les distances supposées égales.



## ARTICLE XLVII.

Prenant le point R à une distance quelconque du foyer F, si ce point appartient à la Parabole, la vitesse à la distance FR, égalera celle qu'aura la matiere à la distance  $\frac{FR}{2}$ ; car soit  $\sqrt{2}$  la vitesse dans la Parabole au point R, la vitesse au même point dans le cercle sera  $\sqrt{1}$  (*Art. 43.*); mais dans les cercles les quarrés des vitesses sont réciproquement comme les distances (*Diff. 6. Art. 17.*), donc si  $\sqrt{1}$  exprime la vitesse dans le cercle à la distance FR,  $\sqrt{2}$  exprimera la vitesse qu'aura la matiere à la distance  $\frac{FR}{2}$ ; c'est qu'on aura cette proportion  $2, 1 :: FR, \frac{FR}{2}$ .

## ARTICLE XLVIII.

Supposant comme dans la proposition précédente, une distance FR, si le point R appartient à l'Ellipse, la vitesse à ce point égalera la vitesse de la matiere à une distance plus grande que  $\frac{FR}{2}$ ; car si  $\sqrt{x}$  plus petit que  $\sqrt{2}$  exprime la vitesse au point R pris dans l'Ellipse, & que  $\sqrt{1}$  marque la vitesse dans le cercle à la distance FR, on aura (*Diff. 6. Art. 17.*) la distance ou la matiere circulera avec la vitesse  $\sqrt{x}$  en faisant cette proportion  $x, 1 :: FR, \frac{FR}{x}$ , dans laquelle  $\frac{FR}{x}$  surpassera  $\frac{FR}{2}$ .

## ARTICLE XLIX.

Si le point R appartient à l'hyperbole, la vitesse à ce point,



point, égalera celle qu'aura la matiere à une distance plus petite que  $\frac{FR}{2}$  ; car si  $\sqrt{y}$  plus grand que  $\sqrt{2}$ , marque la vitesse au point R pris dans l'hiperbole, & que  $\sqrt{1}$  exprime la vitesse dans le cercle à la distance FR, on aura (*Diff. 6. Art. 17.*) la distance ou la matiere circulera avec la vitesse  $\sqrt{y}$  en faisant cette proportion,  $y, 1 :: FR, \frac{FR}{y}$ , dans laquelle  $\frac{FR}{y}$  fera plus petit que  $\frac{FR}{2}$ .

## ARTICLE L.

Connoissant la vitesse translativè de la matiere à une distance quelconque, celle d'une Planete à cette distance, & la direction de son mouvement, les sections coniques en fourniront toujours une particuliere que pourra décrire la Planete.

*Démonstration.* Supposant le foyer au point F (*Fig. 9.*), la Planete au point R, & prenant RT pour la direction de son mouvement, la perpendiculaire FT sera donnée; presentement si on nomme FR,  $r$ , & FT,  $t$ ,  $U$  la vitesse de la matiere au point R,  $u$ , la vitesse de la Planete au même point, &  $p$ , le Parametre de la section, on aura la valeur de  $p$ ; car (*Art. 32.*) la racine du Parametre du cercle divisée par le rayon, sera à la racine du Parametre de la section divisée par la perpendiculaire FT, comme la vitesse de la matiere au point R, à la vitesse de la Planete au même point; ce qui donnera  $\frac{\sqrt{2r}}{r}, \frac{\sqrt{p}}{t} :: U, u$ ,

d'où on tirera  $p = \frac{2tuu}{rUU}$ ; ce Parametre connu, on aura la section en se servant de la formule tirée de ce qu'on a démontré dans le 17<sup>e</sup> Article de cette Dissertation.



## ARTICLE LI.

*Corollaire.* Puisque la distance d'une Planete, sa vitesse & la direction de son mouvement étant données, on peut toujours lui faire décrire une section conique, en supposant que les chûtes initiales vers un point déterminé, soient par-tout en raison renversée des quarrés de ses distances à ce point, il est évident que dans cette supposition, la Planete ne pourra jamais décrire que quelque une des sections coniques; car comme les mêmes causes, dans les mêmes circonstances, ne peuvent produire des effets différens, la trace du mouvement d'un corps est nécessairement déterminée par l'action des forces qui l'obligent à se mouvoir.

## ARTICLE LII.

*Corollaire.* On voit présentement que si on connoît la vitesse d'une Planete à une distance quelconque FR, (*Fig. 9.*) & celle de la matiere à la même distance, on aura la nature de la section que tracera cette Planete; car supposant que la vitesse de la matiere au point R soit  $\sqrt{1}$ , & que celle de la Planete soit  $\sqrt{2}$ , cette Planete décrira une Parabole (*Art. 43.*); si sa vitesse est plus grande que  $\sqrt{2}$ , elle décrira une hiperbole (*Art. 45.*), si elle est moindre elle décrira une Ellipse (*Art. 44.*), & alors si sa vitesse moindre que  $\sqrt{2}$ , égaloit  $\sqrt{1}$ , & que la direction de son mouvement fut perpendiculaire sur FR, la circulation se feroit autour d'un cercle qui auroit FR pour rayon; si cette direction étoit oblique, la section qui seroit décrite seroit une Ellipse qui auroit le double de FR pour grand diametre, & le point R se trouveroit à une des extremités du petit axe (*Art. 40.*); mais supposé que



la direction du mouvement de la Planete restât perpendiculaire sur le rayon, & que sa vitesse fut plus grande que  $\sqrt{1}$  & moindre que  $\sqrt{2}$ , le lieu où elle se trouveroit feroit le sommet de l'Ellipse par rapport au foyer F (*Art.* 36.); enfin si sa vitesse étoit moindre que  $\sqrt{1}$ , son lieu feroit au point le plus éloigné du foyer F (*Art.* 38.).

## ARTICLE LIII.

Si on supposoit que l'Ellipse que décriroit un corps devint infiniment étroite (*Fig.* 17.), les vitesses qu'auroit ce corps en tombant vers le centre des tendances, feroient entr'elles comme les racines des espaces qu'il auroit déjà parcourus divisées par les racines de ceux qu'il auroit encore à parcourir.

Supposons que HF fut la ligne suivant la direction de laquelle le corps feroit poussé vers le foyer F avec une force variable, mais toujours réglée sur le rapport renversé des quarrés des distances à ce foyer; nommant  $2a$  le grand axe FH,  $2b$  le petit axe,  $r$ , la distance variable FR, &  $t$  la perpendiculaire menée du point F sur la tangente à l'extrémité du rayon FR, la vitesse feroit partout proportionnelle à  $\frac{\sqrt{2a-r}}{b\sqrt{r}}$  (*Art.* 10. & 19.), & par

conséquent à  $\frac{\sqrt{2a-r}}{\sqrt{r}}$ , parce que  $b$  exprimeroit une grandeur constante; cette vitesse feroit donc comme la racine de l'espace parcouru HR, divisée par la racine de l'espace RF, que le mobile auroit encore à parcourir.

Au point H, la vitesse feroit infiniment petite, parce qu'à ce point  $\frac{\sqrt{2a-r}}{\sqrt{r}}$  deviendrait  $\frac{0}{\sqrt{2a}}$ .



Au point F, la vitesse feroit infiniment grande, parce qu'à ce point  $\frac{\sqrt{2a-r}}{\sqrt{r}}$  deviendrait  $\frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{0}}$ .

Comme le mobile qui décrirait l'Ellipse HF, aurait la même vitesse aux mêmes distances, soit en s'approchant, soit en s'éloignant du centre des tendances, il est évident que dans la supposition qu'il remontât de F vers H, sa vitesse feroit toujours proportionnelle à la racine de l'espace qu'il aurait encore à parcourir divisée par la racine de celui qu'il aurait déjà parcouru.

#### ARTICLE LIV.

Supposons qu'un mobile M (Fig. 18.) tombe encore le long de la ligne HrF, & qu'un autre mobile N parcourt la courbe *stu* en conséquence d'une première projection, & de sa pesanteur qu'on suppose dirigée vers le point F, je dis que si les deux mobiles ont la même vitesse à deux points quelconques *r* & *s* également éloignés du centre commun des tendances, ils auront aussi les mêmes vitesses à tous les autres points *x* & *u* également éloignés de F.

Du centre F soit décrit l'arc *sr*, & au-dessous un autre arc *ux* infiniment proche de *sr*; comme par la supposition les vitesses aux points *s* & *r* seront égales, les tems dans lesquels les espaces *rx* & *su*, seront parcourus, répondront à ces espaces; or que du centre F on décrive encore l'arc *yg* au-dessous de *sr*, & qu'on regarde la distance de ces deux arcs comme un infiniment petit du second genre, il est clair qu'en prenant *rq* pour la force acceleratrice qui agira sur le mobile M pendant que ce mobile décrira l'espace infiniment petit *rx*, la ligne *sy* égale à *rq*, exprimera aussi la force qui poussera le mobile N vers F, pen-



dant que ce mobile décrira la ligne  $su$  ; mais en menant  $yt$  perpendiculaire sur  $su$  , on concevra que la force  $sy$  sera composée de deux autres forces , l'une qui agira suivant la direction de la perpendiculaire  $ty$  , l'autre suivant la direction de la tangente  $st$  ; or comme la force  $ty$  sera dirigée perpendiculairement sur la courbe , il est clair qu'elle ne servira qu'à empêcher le mobile de s'en écarter , & qu'il n'y aura que la force  $st$  qui alterera son mouvement , mais en l'accélérant ; ainsi comme dans chaque instant l'accélération de la vitesse sera proportionnelle à la force accélératrice multipliée par le tems pendant lequel agira cette force , il est évident que comme  $su$  &  $rx$  exprimeront les tems aussi-bien que les espaces parcourus , on aura  $su \times st$  pour l'accélération de la vitesse du mobile N au point  $u$  , &  $rx \times rq$  pour l'accélération de celle du mobile M au point  $x$  ; mais parce que les triangles  $sty$  ,  $szu$  seront semblables , & que les lignes  $rq$  &  $rx$  égaleront les lignes  $sy$  &  $sz$  , on aura  $su, rx :: rq, st$  ; donc les accélérations  $su \times st$  &  $rx \times rq$  seront égales ; donc les mobiles M & N auront les mêmes vitesses aux points  $x$  &  $u$  , & généralement à tous les autres points également éloignés du centre commun des tendances.

La même démonstration subsisteroit toujours en supposant que les deux mobiles s'éloignassent de ce centre ; c'est qu'aux mêmes distances les vitesses retardées suivroient la proportion des vitesses accélérées.

#### ARTICLE LV.

Comme les vitesses aux points  $s$  &  $r$  ,  $u$  &  $x$  feroient égales , on voit que si Hr marquoit la hauteur dont il faudroit que tombât le mobile M , pour acquérir la vitesse qu'il auroit au point  $r$  , la circonférence H , H , H ,



décrite du point F & de l'intervale FH, renfermeroit tous les points d'où il faudroit que le mobile N fut tombé pour avoir acquis les vitesses qu'il auroit aux différens points  $s$ ,  $u$ , &c. de la courbe  $tu$ .

## ARTICLE LVI.

Si on suppose que F &  $f$  (Fig. 19.) soient les foyers de l'Ellipse  $ABab$ , & qu'on nomme  $R$  &  $r$  deux rayons quelconques  $FR$  &  $Fr$ ,  $2a$  le grand axe,  $2b$  le petit axe, les vitesses aux points  $R$  &  $r$ , seront entr'elles comme  $\frac{\sqrt{2a-R}}{b\sqrt{R}}$  à  $\frac{\sqrt{2a-r}}{b\sqrt{r}}$  (Art. 10.) ; si on suppose de plus que les points  $H$  &  $H$  pris sur la circonférence du cercle  $H, H, H$ , & sur les prolongemens de  $FR$  & de  $Fr$ , soient les hauteurs d'où devoit être tombé un corps, pour avoir aux points  $R$  &  $r$  les vitesses exprimées par  $\frac{\sqrt{2a-R}}{b\sqrt{R}}$  & par  $\frac{\sqrt{2a-r}}{b\sqrt{r}}$ , il est clair qu'en regardant la ligne  $FAH$  comme une Ellipse infiniment étroite, & nommant  $2x$  le grand axe  $FAH$ ,  $2\beta$ , le petit axe, & prenant sur  $FAH$  deux rayons  $Fu$  &  $Fz$  respectivement égaux aux rayons  $FR$  &  $Fr$ , les vitesses aux points  $u$  &  $z$  égales aux vitesses  $\frac{\sqrt{2a-R}}{b\sqrt{R}}$  &  $\frac{\sqrt{2a-r}}{b\sqrt{r}}$  seront proportionnelles aux quantités  $\frac{\sqrt{2x-R}}{\beta\sqrt{R}}$  &  $\frac{\sqrt{2x-r}}{\beta\sqrt{r}}$ , ainsi on aura  $\frac{\sqrt{2a-R}}{b\sqrt{R}}, \frac{\sqrt{2a-r}}{b\sqrt{r}} :: \frac{\sqrt{2x-R}}{\beta\sqrt{R}}, \frac{\sqrt{2x-r}}{\beta\sqrt{r}}$  ; d'où on tirera  $2x = 2a$  ; donc quand un corps décrit une ellipse en pesant vers un des foyers de la courbe, il faut que sa vitesse soit par-tout la même que celle qu'il auroit



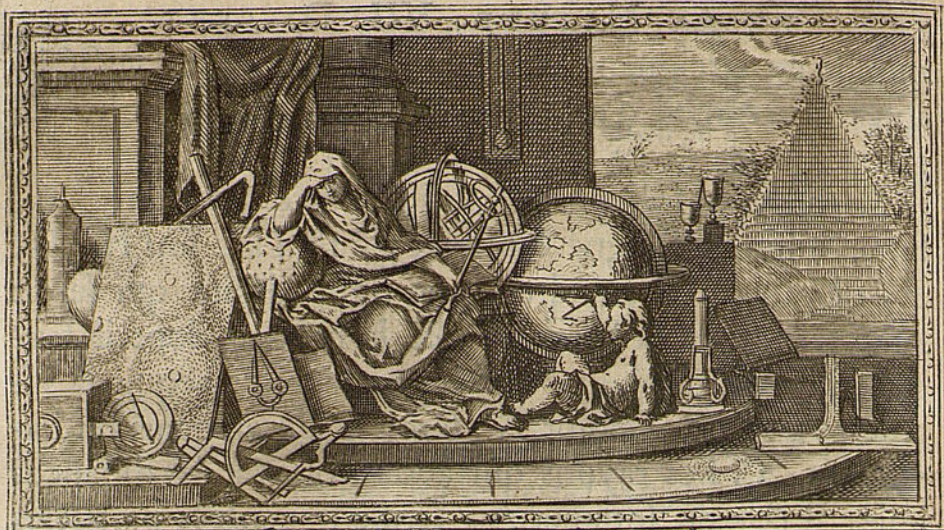
acquise en atteignant l'extrémité de son rayon vecteur, après être tombé d'une hauteur égale à la différence du grand axe & de ce rayon.

Si on supposoit que le foyer F centre des tendances, fut infiniment éloigné du foyer  $f$ , 1°. l'arc fini H, H, H, (*Fig. 20.*) deviendrait une ligne droite qui seroit la directrice de la Parabole, & la hauteur dont il faudroit que fut tombé un mobile pour avoir acquis la vitesse qu'il auroit au point A, seroit égale au quart du Parametre. 2°. Les rayons qui aboutiroient à des distances finies R &  $r$  du sommet A, seroient censées parallèles au grand axe. 3°. Les vitesses exprimées par  $\frac{\sqrt{2a-R}}{b\sqrt{R}}$

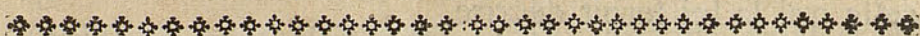
ou par  $\frac{\sqrt{2a-r}}{b\sqrt{r}}$  deviendroient proportionnelles à  $\sqrt{2a-R}$  & à  $\sqrt{2a-r}$ ; c'est que dans ce cas les diviseurs  $b\sqrt{R}$  &  $b\sqrt{r}$  seroient censés égaux; ainsi à des distances finies du point A, les vitesses seroient comme les racines des hauteurs dont il faudroit qu'un corps fut tombé pour avoir à chaque point de la courbe une vitesse égale à celle qui la lui feroit décrire.







PRINCIPES GÉNÉRAUX  
DE LA NATURE,  
APPLIQUÉS  
AU MECANISME ASTRONOMIQUE,  
ET COMPARÉS  
AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE  
DE M. NEWTON.



HUITIÈME DISSERTATION.

*Figure des Planetes.*

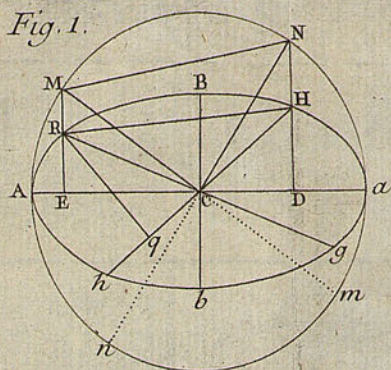
ARTICLE I.



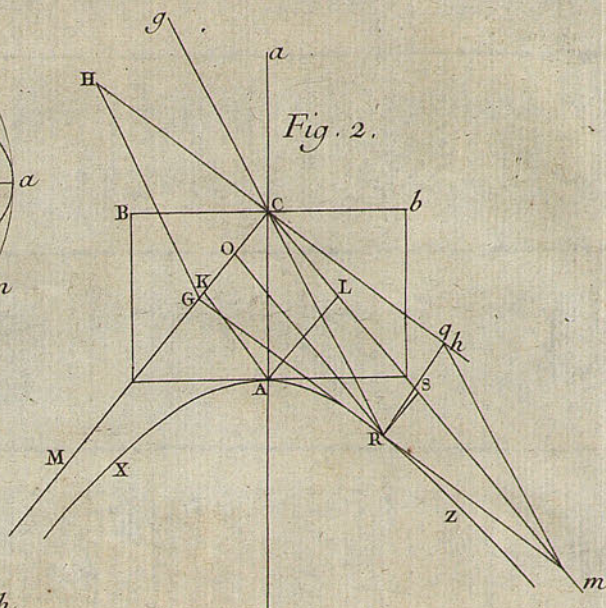
N a vû (*Diff. 6. Art. 10.*) que tout corps qui circule dans un tourbillon, tend à décrire la circonférence d'un grand cercle ou celle d'une Ellipse, qui a le centre du tourbillon pour l'un de ses foyers ; c'est-à-dire que si on suppose, par exemple, qu'au point F,  
(*Fig. 1.*)



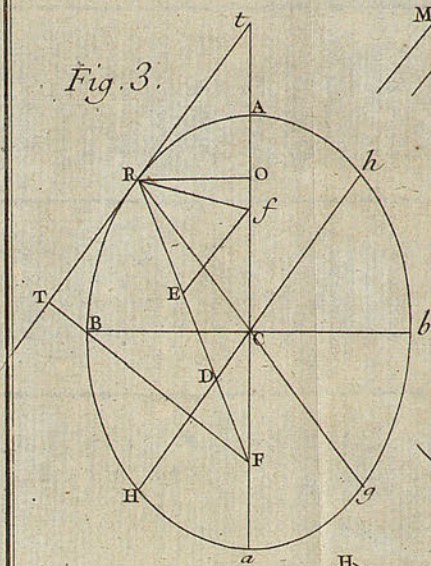
*Fig. 1.*



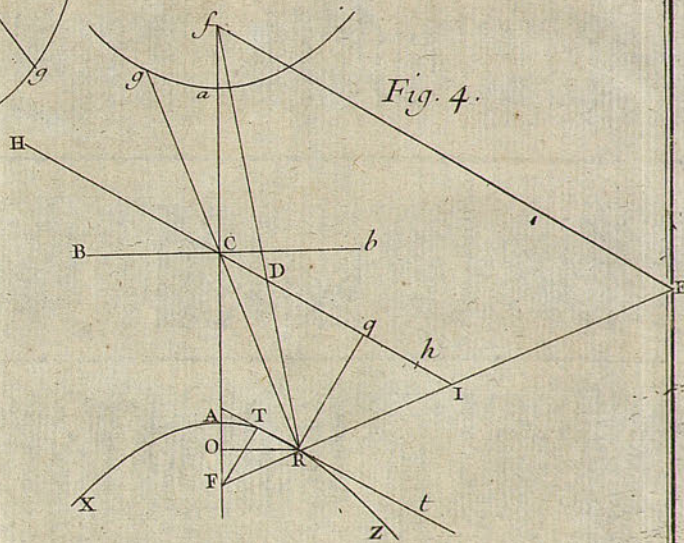
*Fig. 2.*



*Fig. 3.*



*Fig. 4.*







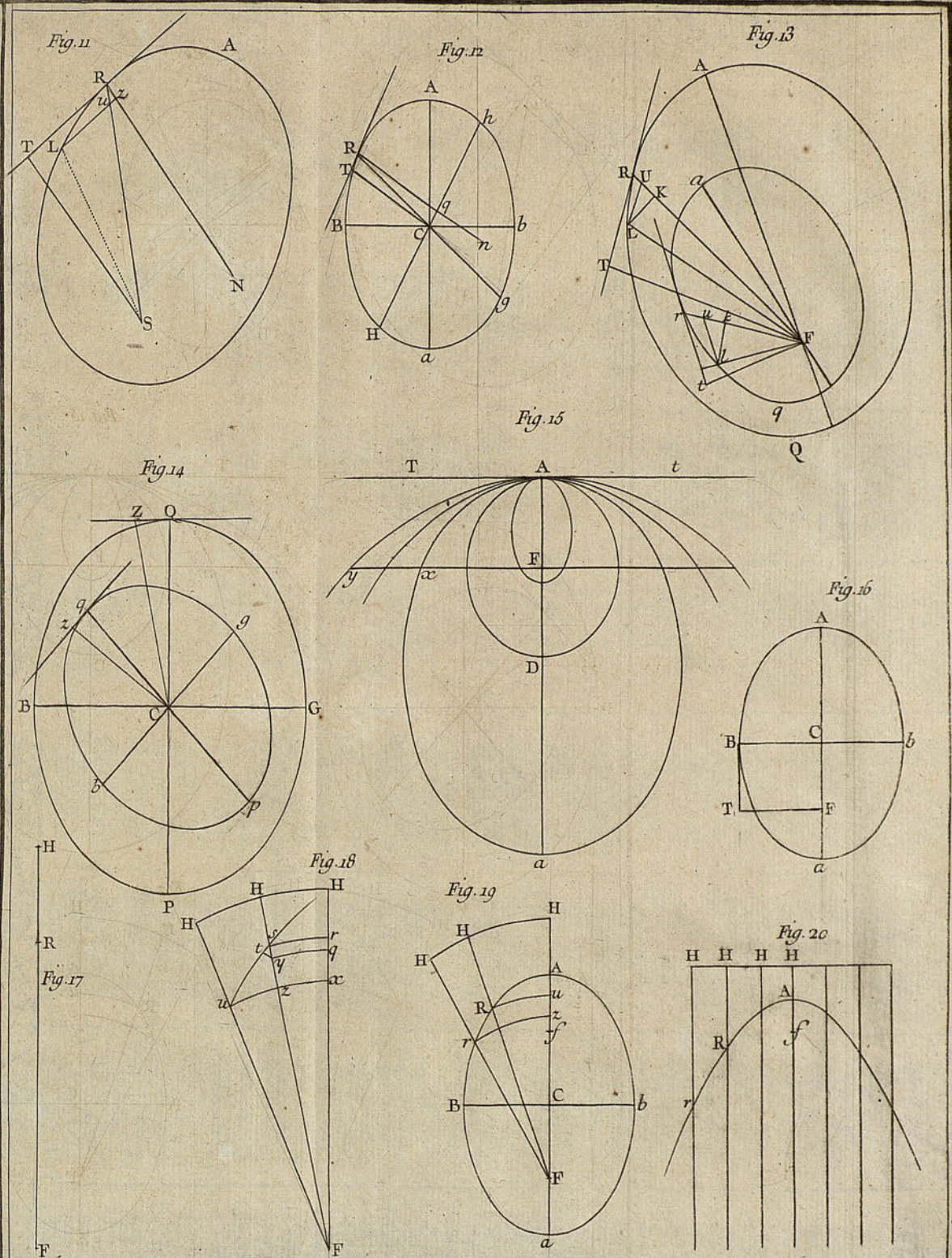




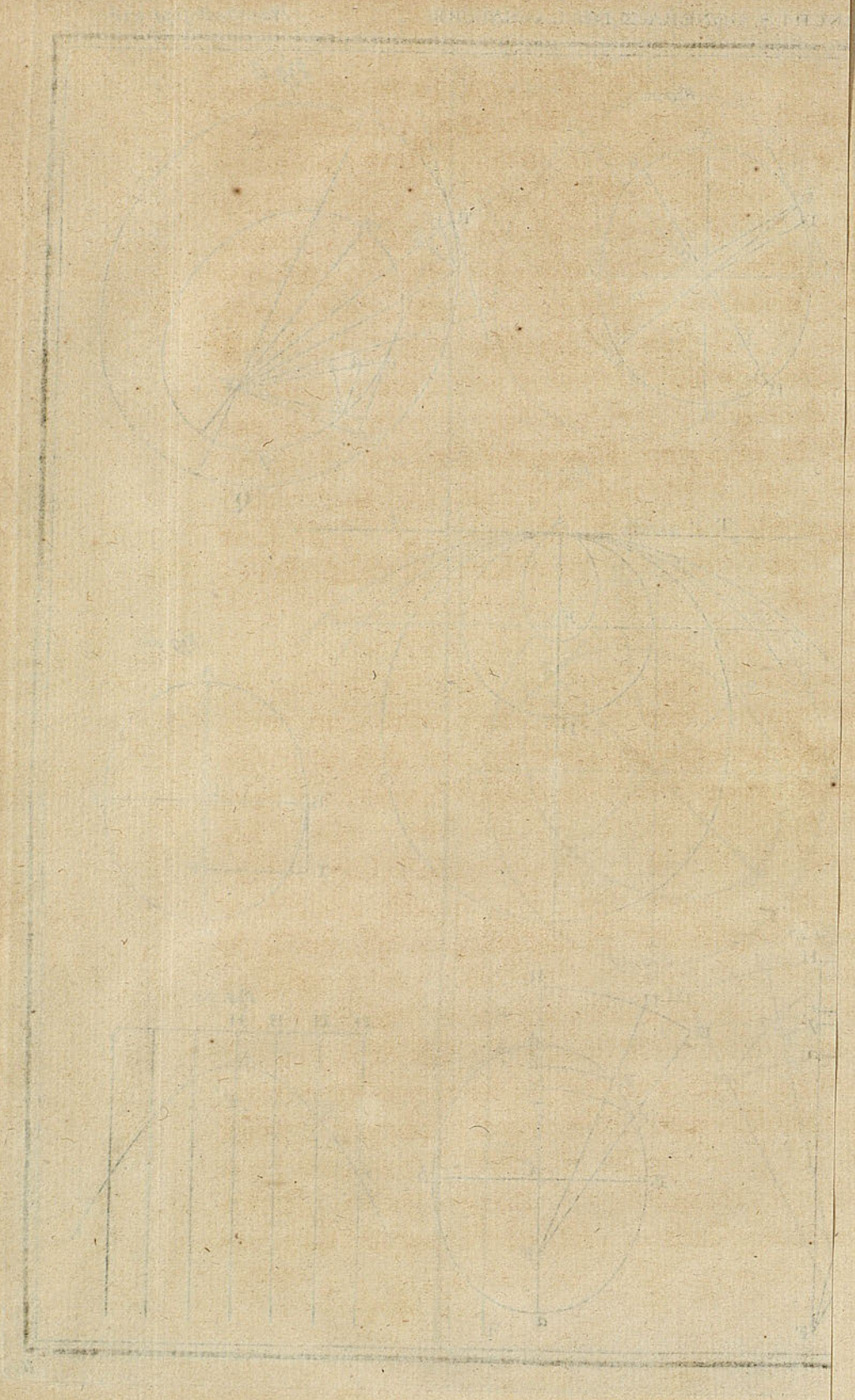














(Fig. 1.) un corps soit poussé suivant une direction & avec une force, exprimée par la ligne FV, tangente commune au petit cercle KFL & au grand cercle FMN, ce corps qui sera détourné de la ligne FV avec une force quelconque VR, mais (*Diff. 6. Art. 10.*) nécessairement dirigée vers le centre du tourbillon, le même que celui du plan FMN, décrira l'élément FR de la circonférence FMN. Si les petits tourbillons de la matière étherée qui circulent dans le plan FKL parallèle à MCN pris pour l'équateur du tourbillon, ne s'approchent point du plan MCN, c'est (*Diff. 6. Art. 10.*) qu'ils ne peuvent vaincre la résistance que leur font les plans interposés entre le plan KFL & celui de l'équateur.

## ARTICLE II.

On doit supposer que la matière propre d'un tourbillon, est toujours mêlée d'une infinité de particules heterogenes, plus ou moins grossieres; or qu'une molécule en partant du point R, pris dans le parallèle RS (Fig. 2.) tende à décrire le grand cercle RCP, il faudra, suivant ce qui vient d'être dit, qu'elle le décrive en effet, si la matière interposée entre les plans RS & MN ne lui fait point d'obstacle; mais que le passage d'un plan à l'autre lui soit entièrement fermé, elle décrira la circonférence du Parallèle RS; & si la matière interposée entre les deux plans, ne lui résiste qu'en partie, l'obstacle qu'elle aura à surmonter l'obligera d'abord à parcourir RT, ensuite Ty & puis yZ; c'est-à-dire, qu'après quelques révolutions, cette molécule sera enfin assujettie à circuler dans le plan de l'équateur du tourbillon.



Qu'on fasse tourner sur un axe quelconque, une sphere creuse & transparente, remplie d'eau mêlée d'un peu de limaille de fer, on verra que conformément à ce qui vient d'être dit, presque toute la limaille gagnera le plan de l'équateur du petit tourbillon que formera le fluide. Cette expérience revient à celle dont parle M. Bulfinger dans son Ouvrage intitulé *De causa gravitatis*. La lumière réfléchie à laquelle on donne le nom de lumière zodiacale, prouve sensiblement que l'équateur du tourbillon du Soleil, est chargé de particules hétérogenes.

### ARTICLE III.

Mais revenons aux molécules qu'on suppose circuler librement, comme font les Planètes, & qui par conséquent décrivent des orbites régulières autour du centre commun vers lequel leurs pesanteurs sont dirigées; on a vu (*Diff. 7. Art. 39.*) qu'il n'y a point d'angle que le plan de l'orbite d'une Planète ne puisse faire avec celui de l'équateur du tourbillon dans lequel elle circule; or je dis qu'il en est de même des orbites que tracent les molécules auxquelles la matière étherée ouvre un libre passage; ainsi en supposant que MGNH (*Fig. 3.*) soit la projection de l'hémisphère du tourbillon, & que la matière circule dans l'équateur MN suivant la direction MCN, les molécules qui partiront des points B, D, G, circuleront suivant les directions BCO, DCP, GCH, & celles qui partiront des points K, R, H, circuleront suivant les directions KCS, RCQ, HCG.

### ARTICLE IV.

On peut remarquer en passant, que le mouvement



des molécules qui partiront du point G, pour aller vers H, ayant une direction contraire à celle des molécules qui partiront du point H pour aller vers le point G, on aura le double cours de matiere que suppose la vertu directrice de l'aimant, il n'étoit question que de trouver dans le mécanisme des tourbillons, la cause naturelle de ce double cours dont on sçait que M. Descartes a donné la premiere idée.

## ARTICLE V.

On peut remarquer encore que ce double cours de particules grossieres, qui suivent à peu près la direction des méridiens, doit occasionner de fréquentes rencontres vers les Pôles où se rétrécit l'espace qu'occupent ces particules; peut-être que de leur assemblage & de la contrariété de leurs mouvemens, naissent dans l'Atmosphere de la terre des embrâsemens Aeriens, semblables à ceux auxquels on donne le nom d'Aurores Boreales.

## ARTICLE VI.

Les mêmes choses supposées que dans les Articles précédens, on voit que les courbes suivant lesquelles se meuvent les corpuscules qui décrivent des orbites régulières, se croisent par-tout; & qu'ainsi, ceux qui sont à des distances égales du centre commun des circulations, & qui se rencontrent en même-tems aux points où leurs orbites se coupent, perdent une partie de leur mouvement primitif, & par-là, se sollicitent mutuellement à s'approcher du centre du tourbillon; car qu'à l'extrémité du rayon FR (*Fig. 4.*) un corpuscule n'eût plus que la vitesse Rt, pendant que la matiere auroit la vitesse RT, si on supposoit que Rt fût oblique au rayon



FR, mené du centre des tendances au point R, il est clair qu'en transportant le corpuscule au point A, à sa plus grande distance du foyer F de l'Ellipse ARq, la différence des deux vitesses augmenteroit encore, parce que celle de la matiere ne décroîtroit (*Diff. 6. Art. 17.*) qu'en raison renversée des racines des distances, au lieu que celle du corpuscule (*Diff. 7. Art. 19.*) décroîtroit en raison renversée des perpendiculaires menées du centre F sur les tangentes aux différens points où aboutiroient les rayons FR & FA, & que ces perpendiculaires (*Diff. 7. Art. 13.*) croîtroient dans un plus grand rapport que les racines des distances; ainsi en supposant que An perpendiculaire sur FA, marquât la vitesse du corpuscule, & que Am fût celle de la matiere, le rapport de An à Am seroit plus petit que celui de Rt à RT; mais si AK exprimoit la pesanteur, & qu'on achevât les Parallelogrames AKDn & AKGm, on auroit l'élément AD=An=DK, & l'élément AG=Am=GK; ainsi en nommant κ & K les vitesses DK & GK, u la pesanteur AK, 2p le Parametre de l'Ellipse ARq, 2a celui du cercle qui auroit FA pour rayon, & dont AG seroit l'élément, on auroit (*Diff. 7. Art. 26.*)  $2pu = \kappa\kappa$  &  $2au = KK$ , ou  $\frac{\kappa\kappa}{2p} = \frac{KK}{2a}$ ; donc les Parametres 2p & 2a seroient entr'eux comme κκ à KK, c'est-à-dire, comme les quarrés des vitesses.

Il suit delà que plus le rapport de ces vitesses s'éloigneroit du rapport d'égalité, plus la différence de FA & de Fq augmenteroit; ainsi l'apside inférieur de l'orbite que décriroit le corpuscule, pourroit s'approcher de plus en plus du centre des tendances.



## ARTICLE VII.

Comme les apsides inférieures des orbites que décrivent les corpuscules dont les mouvemens sont ralentis, se trouvent renfermés dans des bornes étroites, il est clair que ces corpuscules en se ramassant, doivent bientôt s'entrelasser de manière qu'il ne leur soit plus possible de suivre leur cours; ils formeront donc alors une espèce de croute plus ou moins épaisse autour de cet espace central que nous avons dit (*Diff. 6. Art. 36.*) ne pouvoir être rempli que de matière subtile.

On conçoit que quand les molécules qui viennent de toutes parts se rendre vers le centre commun des tendances, commencent à s'y ramasser & à faire corps entr'elles, celles qui sont les plus solides pénètrent plus avant que les autres dans l'intérieur de la masse qu'elles forment en se réunissant, & qu'ainsi les couches sphériques de cette masse, ont plus ou moins de densité suivant qu'elles sont ou plus proches ou plus éloignées du centre du tourbillon.

On conçoit aussi que les couches les plus denses font un noyau solide, au-dessus duquel s'élèvent les particules les plus déliées & les plus propres à céder aux impressions du mouvement. Tel est l'état des Planètes qu'environnent leurs atmosphères, non qu'elles se forment de cette manière, mais c'est ainsi qu'elles se conservent, & que les pertes continuelles qu'elles font par l'évaporation de leurs parties, se trouvent incessamment réparées; c'est que les ouvrages de la Nature doivent se conserver par les principes mêmes qui auroient servi à les produire.



## ARTICLE VIII.

Comme les particules qui composent le corps d'une Planete sont adherentes les unes aux autres, & que celles qui composent son atmosphere, se trouvent réunies dans une même masse où elles s'entrelacent à cause de l'irrégularité de leurs figures, il est clair que si on suppose qu'elles circulent, elles doivent toutes circuler dans le même sens & comme de compagnie.

## ARTICLE IX.

Figurons-nous maintenant qu'au centre du tourbillon MGNH (*Fig. 3.*) soit une Planete T envelopée de son atmosphere A, si on prend encore GH pour l'axe de ce tourbillon, & le plan MCN pour son équateur, les corpuscules qui s'approcheront continuellement de la masse TA en circulant dans le plan MCN, feront effort pour faire tourner cette Planete dans le même sens que circulera la matiere propre du tourbillon, & l'effort qu'ils feront sera soutenu par l'action de la matiere étherée qui circulera dans toute l'étendue de la masse TA. A l'égard des corpuscules qui iront de G vers H, & de H vers G, comme ils auront des directions contraires, ils ne pourront nuire à l'action des corpuscules qui circuleront dans le plan de l'Equateur.

## ARTICLE X.

Or parce que le mouvement circulaire de toute la matiere renfermée dans la masse TA, résultera de la composition d'une infinité de mouvemens compliqués, la circulation des parties de cette masse sera nécessairement plus lente que celle que demandera la loi de Ke-



pler, eu égard à la vitesse avec laquelle circuleront les autres parties du tourbillon : il est vrai que les corpuscules dont les mouvemens auront été d'abord ralentis, acquerront ensuite de nouvelles vitesses (*Diff. 7. Art. 19.*) à mesure qu'ils s'approcheront du centre du tourbillon, & qu'ainsi ceux qui auront leurs orbites dans le plan de l'Equateur de la masse centrale, feroient circuler promptement cette masse, si elle-même n'affoiblissoit leurs mouvemens par son inertie, & que les autres corpuscules ne fissent pas effort pour la faire circuler sur différens axes.

## ARTICLE XI.

Au reste, puisque les particules heterogenes qui viennent se rendre autour du centre de chaque tourbillon, suivent des routes différentes, on conçoit aisément que la contrariété de leurs mouvemens, & la force avec laquelle elles se choquent, peuvent causer une fermentation capable d'embrâser les masses qui les rassemblent; aussi suppose-t'on communément que les masses centrales des grands tourbillons, celles où les chocs ont dû être les plus violens, sont autant de Volcans enflammés.

Que les chocs des particules hétérogenes qui se rencontrent vers le centre d'un grand tourbillon soient beaucoup plus forts que ceux des particules qui se rassemblent autour du centre d'un tourbillon subalterne, c'est un fait dont il est aisé de s'assurer.

On a démontré (*Diff. 7. Art. 33.*) que la vitesse d'un mobile qui parcourt librement son orbite elliptique *mpn* (*Fig. 5.*) *MPN* (*Fig. 6.*) est à celle qu'a la matiere aux apsides *m* & *n*, *M* & *N*, comme la racine du Parametre de l'Ellipse à la racine de deux fois la distance du mo-



bile au centre  $c$  vers lequel ses pesanteurs sont dirigées (*Diff. 7. Art. 32.*) : or si les Ellipses  $mpn$  &  $MPN$  sont inégales, mais semblables, & que les apsides inférieurs  $n$  &  $N$  touchent les surfaces des deux masses centrales  $tn$  &  $SN$ , dont on suppose les diametres  $tn$  &  $SN$  proportionnels aux Parametres  $pq$  &  $PQ$ , nommant  $p$  &  $P$  ces Parametres,  $r$  &  $R$  les rayons  $cn$  &  $CN$ , la vitesse d'un mobile  $a$  au point  $n$ , sera à la vitesse de la matiere au même point, comme  $\sqrt{p}$  à  $\sqrt{2r}$ , & la vitesse d'un mobile  $A$  au point  $N$ , sera à celle de la matiere à la distance  $CN$ , comme  $\sqrt{P}$  à  $\sqrt{2R}$ ; mais par la supposition on aura  $\sqrt{p}, \sqrt{P} :: \sqrt{2r}, \sqrt{2R}$ ; donc les vitesses des mobiles  $a$  &  $A$  aux points  $n$  &  $N$  suivront la proportion des vitesses de la matiere aux mêmes points.

Cela posé, il sera facile de comparer la force du choc des particules qui, par leurs rencontres, ont formé les masses de Saturne, de Jupiter, & de la terre, avec la force du choc des particules qu'a ramassé le Soleil.

On sçait 1°. que dans les mouvemens uniformes la vitesse est proportionnelle à l'espace parcouru divisé par le tems employé à le parcourir, & suivant ce qu'on a démontré (*Diff. 7. Art. 40.*). 2°. La vitesse de la matiere à la moyenne distance d'une Planete, est égale à celle qu'a la Planete à la même distance. 3°. (*Diff. 6. Art. 17.*) Dans un tourbillon spherique les vitesses de la matiere sont en raison inverse des racines des distances. Ces trois principes posés, soit

$r$ , ou  $1$  le rayon de la Terre,

$xr$ , ou  $x$  la moyenne distance d'un Satellite au centre vers lequel ses pesanteurs sont dirigées.

$t$  . . . . . le tems de sa révolution autour de la masse centrale qu'embrasse son orbite.

En



En conséquence des deux premiers principes  $\frac{x}{t}$  exprimera la vitesse du Satellite à sa moyenne distance, ou celle de la matiere ; & par le troisiéme principe, on aura  $\frac{\sqrt{x^3}}{t\sqrt{n}}$  pour la vitesse de la matiere sur la surface de la masse centrale qu'embrassera l'orbite du Satellite.

Maintenant soit le rayon de la masse de Saturne  
 $= - - - - - = nr = 10$   
 la moyenne distance de son 4<sup>e</sup> Satellite  $= xr = 180$   
 le tems de la révolution de ce Satellite  $= t = 22961'$   
 $\frac{\sqrt{x^3}}{t\sqrt{n}}$ , ou la vitesse de la matiere sur la surface de la  
 Planete, égalera  $- - - - - = \frac{2415}{72609}$  ou  $\frac{33}{1000}$ .

Soit le rayon de Jupiter  $- - - - - = nr = 10$   
 la moyenne distance de son 4<sup>e</sup> Satellite  $= xr = 230$   
 le tems de la révolution de ce Satellite  $= t = 24032'$   
 on aura  $\frac{\sqrt{x^3}}{t\sqrt{n}} - - - - - = \frac{3488}{75996} = \frac{46}{1000}$ .

Soit le rayon de la Terre  $- - - - - = 1$   
 la moyenne distance de la Lune  $- - - - - = xr = 60$   
 le tems de sa révolution périodique  $= t = 39343'$   
 $\frac{\sqrt{x^3}}{t\sqrt{n}}$  égalera  $- - - - - = \frac{465}{39343} = \frac{12}{1000}$ .

Soit enfin le rayon du Soleil  $- - - - - = nr = 100$   
 la moitié du grand axe de l'orbite de la Terre  $= 22000$   
 le tems qu'employe la Terre à décrire son orbite  $= t$   
 $= - - - - - = 525949'$   
 la quantité  $\frac{\sqrt{x^3}}{t\sqrt{n}}$  proportionnelle à la vitesse de la matiere sur la surface du Soleil égalera  $\frac{3263118}{5252490} = \frac{620}{1000}$



Donc les vitesses de la matière sur les surfaces de Saturne, de Jupiter, de la Terre & du Soleil, sont entr'elles comme 33, 46, 12, 620. Donc, toutes proportions gardées, le choc des particules qui en se rencontrant ont formé le Soleil, a dû être bien plus violent que celui des particules qui ont concouru à la formation des Planètes.

## ARTICLE XII.

Ce qui vient d'être démontré donne moyen de répondre à une objection qu'on a coutume de faire contre le système de Copernic. On dit, dès qu'on suppose que la Terre tourne autour du Soleil, il faut supposer en même-tems que le Diamètre de son orbite n'est pas une mesure suffisante pour donner la parallaxe des étoiles fixes, puisque cette parallaxe est insensible; quel doit donc être l'espace qui les sépare de Saturne? cet espace doit être immense, cependant il devient inutile, la Nature ne l'a point mis à profit. Cette objection tourne encore contre le système de M. Descartes; car il est manifeste qu'un tourbillon beaucoup plus petit que n'est celui du Soleil, eût été suffisant pour renfermer les Planètes qui y sont contenues; mais pourquoi Dieu a-t'il prodigué la matière sans nécessité? C'est une maxime reçue, nulle superfluité ne doit se trouver dans son Ouvrage.

Voilà l'objection, elle est spécieuse, cependant elle tombe d'elle-même; car comme le Soleil n'est ni trop ardent ni trop lumineux par rapport aux fonctions auxquelles il est destiné, je dis qu'il étoit nécessaire que son tourbillon eût toute l'étendue que lui a donné l'Auteur de la Nature; & je le prouve.



Supposons que DGH (*Fig. 7.*) représente un grand tourbillon qui ait le point C pour centre & rgh pour masse centrale ; nommant les rayons CD, D, Cd, d, & Cr, r, les vitesses aux points D, d, & r, seront entr'elles (*Diff. 6. Art. 17.*) comme  $\frac{1}{\sqrt{D}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{d}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{r}}$  ;

or que le tourbillon DGH, pris pour celui du Soleil, fut réduit à n'avoir que l'étendue diK, & qu'on le mit encore en équilibre avec les tourbillons qui lui seroient contigus, & qui par conséquent s'opposeroient à sa dilatation, la vitesse du point d ne vaudroit plus que  $\frac{1}{\sqrt{D}}$  ;

car on a vû (*Diff. 6. Art. 43.*) que celles des dernières couches spheriques des tourbillons qui se touchent & qui se compriment mutuellement avec des efforts égaux, sont pareillement égales ; mais parce que celles des couches du tourbillon réduit diK, suivroient encore la proportion inverse des racines des distances au centre C, la vitesse de la matiere à l'extrémité du rayon Cr, deviendrait  $\frac{\sqrt{d}}{\sqrt{Dr}}$ , & seroit par conséquent à la vitesse  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ ,

comme  $\sqrt{d}$  à  $\sqrt{D}$  ; donc en supposant que le tourbillon du Soleil eut moins d'étendue que ne lui en a donné l'Auteur de la Nature, le choc des corpuscules qui auroient concouru autour de son centre, auroit été moins violent que celui qui a donné au Soleil le degré de lumiere & de chaleur qui lui convenoit relativement aux besoins des Planetes.

On peut observer que cette chaleur & cette lumiere toujours conservées, supposent la même force impulsive dans les particules élémentaires qui viennent incessamment remplacer celles qui se dissipent.



## ARTICLE XIII.

Lorsqu'on a la vitesse de la matiere à une distance quelconque du centre d'un tourbillon particulier, le même que celui de sa masse centrale, on a aussi la pesanteur absolue de chacun des corps dont cette masse est composée, pesanteur toujours égale au quarré de la vitesse de la matiere divisé par le Diametre de la couche spherique dans laquelle se fait la circulation.

## ARTICLE XIV.

Que de la force centripete d'un corps, on retranche sa force centrifuge, on aura sa pesanteur réelle.

## ARTICLE XV.

Dans un petit espace la pesanteur de quelqu'espece qu'elle soit, peut être regardée comme uniforme.

## ARTICLE XVI.

Qu'on assujettisse un corps à circuler autour d'un point fixe, on pourra toujours comparer sa pesanteur réelle à la force centrifuge qui naîtra de son mouvement circulaire.

On sçait que l'espace que parcourt un mobile qui tombe librement, & qui dans chacun des instans de sa chute, acquiert des degrés égaux de vitesse, est en raison de la force qui lui est continuellement appliquée, & du quarré de la somme des instans pendant lesquels agit cette force; en sorte qu'en nommant  $L$  l'espace parcouru,  $p$  la pesanteur, &  $T$  le tems de la chute, on a toujours  $L$  proportionnelle à  $pTT$ .

On sçait encore que l'espace parcouru suit aussi la



proportion de la moitié du produit du tems par la dernière vitesse acquise, & qu'ainsi nommant  $V$  cette vitesse, on a toujours  $L = \frac{VT}{2}$  ou  $V = \frac{2L}{T}$ ; or que  $R$  soit le rayon d'un cercle décrit avec la vitesse  $V$ , la force centrifuge  $\frac{VV}{2R}$  égalera  $\frac{2LL}{TTR}$  &  $\frac{2Lp}{R}$ , d'où on tirera cette proportion  $R, 2L :: p, \frac{VV}{2R}$ ; ainsi la pesanteur d'un mobile ou sa chute initiale, sera à la force centrifuge qui naîtroit de sa circulation, comme le rayon du cercle qu'il décriroit, à deux fois la hauteur dont il faudroit qu'il tombât pour acquérir une vitesse égale à celle qu'il auroit en circulant.

## ARTICLE XVII.

La vitesse de la réaction d'une couche sphérique étant égale à celle de sa force centrifuge, qui ne doit être regardée pour chaque instant que comme un infiniment petit du second genre, en supposant que les différentes parties de la couche circulent avec une vitesse finie, il est clair que si le mouvement d'un corps pesant ne s'accéléreroit point, ce corps emploieroit un tems infini à parcourir un espace fini.

## ARTICLE XVIII.

L'idée de l'accélération du mouvement des corps pesans, fait naître une difficulté; la voici. Quand un corps pesant a une fois acquis une vitesse égale à la vitesse réactive de la colonne à laquelle il sert d'appui, il semble que la matière étherée devroit cesser de le pousser; car un mobile qui en suit un autre, ne peut accélérer son



mouvement , à moins que celui-ci n'avance plus lentement que le mobile qui le fuit : c'est une difficulté qu'il est aisé de résoudre en se renfermant dans l'hypothèse de la plénitude universelle ; en effet , il est clair que dans cette hypothèse un corps ne peut changer de place , que dans le même instant il ne se trouve remplacé par d'autres corps ; ainsi quelque vitesse qu'un corps ait acquise en tombant , la matière étherée qui le remplace incessamment avec une vitesse égale à celle de sa chute , doit lui être incessamment appliquée ; donc si à cette vitesse qu'acquiert la matière , on ajoute celle de sa réaction , il faut qu'elle comprime le mobile de la même manière qu'elle le comprimerait s'il étoit en repos.

## ARTICLE XIX.

Si deux corps pesans , supposés aux mêmes latitudes , & également élevés dans l'atmosphère de la terre , viennent à tomber , ces corps , quelque inégalité qu'il se trouve entre leurs masses , décriront des espaces respectivement égaux dans des tems égaux ; mais c'est dans la supposition qu'on n'ait point d'égard à la résistance de l'air qu'on sçait être peu considérable.

## ARTICLE XX.

Soit  $l$  , l'espace que parcourt un mobile en tombant ;  $t$  , le tems de sa chute , &  $V$  sa vitesse acquise à la fin du tems  $t$  , on aura  $tV = 2l$  ; mais suivant la loi de Galilée ,  $V$  égalera  $\sqrt{l}$  ; donc on aura  $t = \frac{2l}{\sqrt{l}} = 2\sqrt{l}$ .

## ARTICLE XXI.

Soit  $ASa$  (*Fig. 8.*) la demi-circonférence du cercle générateur de la Cycloïde  $GHa$  qui aura  $AG$  pour base



& le point  $a$  pour sommet ; d'un point quelconque  $C$  pris sur le Diametre  $Aa$ , soit décrit une autre demi-circonférence  $BNa$  qui touche  $ASa$  au point  $a$  ; si du point  $B$  extrémité du rayon  $CB$ , on mene  $BH$  parallèle à  $AG$ , Je dis qu'un mobile qui tombera le long de la Cycloïde en partant, soit du point  $G$ , soit du point  $H$ , emploiera le même tems à parcourir l'arc  $Ga$  ou l'arc  $Ha$ , & que ce tems sera à celui de sa chute verticale le long de  $Aa$ , comme la demi-circonférence du cercle à son Diametre.

Que d'un point quelconque  $P$ , pris au-dessous de  $B$ , on mene l'ordonnée  $PM$  qui coupe  $ASa$  au point  $S$ , &  $BNa$  au point  $N$  ; que d'un point infiniment proche de  $P$ , on mene aussi l'ordonnée  $pm$  qui coupe  $BNa$  au point  $n$ , & que  $Nq$  &  $Km$  soient parallèles à  $Pp$  ; nommant  $2a$  le diametre  $Aa$ ,  $2b$  le diametre  $Ba$ ,  $z$  la coupée  $BP$ ,  $t$  le tems de la chute dans la Cycloïde,  $dz$  l'élément  $Pp = Nq = Km$ , &  $dt$  le tems qu'emploiera le mobile à parcourir  $Mm$  avec la vitesse qu'il aura acquise en tombant du point  $H$ , d'où on suppose qu'il fera parti ; on voit que comme l'espace infiniment petit  $Mm$  sera censé être décrit d'un mouvement uniforme,  $dt$  égalera cet espace divisé par  $\sqrt{z}$  proportionnelle à la vitesse acquise ; or à cause des triangles semblables  $MmK$  &  $aSP$ , on aura  $Mm, dz :: aS, aP :: \sqrt{Aa}, \sqrt{AP} :: \sqrt{2a}, \sqrt{2b-z}$ , d'où on tirera  $Mm = \frac{dz \sqrt{2a}}{\sqrt{2b-z}}$ , &  $dt$ , ou  $\frac{Mm}{\sqrt{z}} = \frac{dz \sqrt{2a}}{\sqrt{2bz-zz}} = \frac{bdz \sqrt{2a}}{b \sqrt{2bz-zz}}$  ; mais les triangles semblables  $Nnq$  &  $CNP$  donneront  $Nn, Nq :: CN, PN$ , ou  $Nn, dz :: b, \sqrt{2bz-zz}$ , & par conséquent  $Nn = \frac{bdz}{\sqrt{2bz-zz}}$  ;



donc  $dt$  qui égalera  $\frac{bdz\sqrt{2a}}{b\sqrt{2bz-zz}}$  égalera pareillement  $\frac{Nn\sqrt{2a}}{b}$ ; & parce que  $dt$  devenant  $t$ , l'élément  $Nn$  deviendra égal à la demi-circonférence  $BNa$ , nommant  $\frac{c}{2}$  cette demi-circonférence, on aura  $t = \frac{c\sqrt{2a}}{2b}$ ; donc

1°.  $\frac{c\sqrt{2a}}{2b}$  étant une grandeur constante, le tems  $t$  fera toujours le même de quelque hauteur que tombe le mobile dans la Cycloïde. 2°. Ce tems fera à  $2\sqrt{2a}$  tems de la chute verticale par  $Aa$  (*Art. 20.*) comme  $\frac{c}{2}$  à  $2b$ , ou comme la moitié de la circonférence  $ASa$  au diamètre  $Aa$ .

## ARTICLE XXII.

La longueur du pendule simple qui fait une demi-oscillation dans un tems égal à celui de la chute d'un corps le long d'une ligne perpendiculaire à l'horison, est à la hauteur de cette chute comme 32 au carré du nombre irrationnel, qui multipliant le rayon du cercle donne sa circonférence.

Soit (*Fig. 9.*)

- K - - le Pendule,  
 T - - le tems qu'il emploie à faire une demi-oscillation,  
 L - - la hauteur  $La$  de la chute verticale d'un corps qui tombe librement, dans le tems  $T$ ,  
 R - - le rayon du cercle générateur de la Cycloïde  $GHa$  parcourue dans un tems égal à celui de la chute verticale.



X - - le tems de la chute le long du diametre Aa du cercle générateur,

Z - - la quantité qui multipliant le rayon du cercle, donne sa circonférence.

Suivant ce qu'on vient de démontrer (*Art. 21.*), le tems de la chute dans la Cycloïde, sera au tems de la chute verticale le long de Aa, comme la demi-circonférence du cercle à son diametre; on aura donc cette proportion  $T, X :: \frac{ZR}{2}, 2R$ . Ainsi X le tems de la

chute le long du diametre Aa égalera  $\frac{4T}{Z}$ ; or le quarré de ce tems sera au quarré du tems de la chute dans la Cycloïde, comme le diametre du cercle générateur à la ligne La, ce qui donnera  $\frac{16TT}{ZZ}, TT :: 2R, L$ , ou  $16, ZZ :: 2R, L$ ; mais le Pendule vaudra 4R; donc on aura  $K, L :: 32, ZZ$ .

#### ARTICLE XXIII.

Les chutes étant comme les pesanteurs (les tems supposés les mêmes) & la longueur du Pendule suivant toujours la proportion des chutes (*Art. 22.*), il est clair que si les pesanteurs deviennent inégales aux différentes latitudes de la Terre, les longueurs du Pendule suivront les mêmes inégalités.

#### ARTICLE XXIV.

Il est constaté par les expériences de M. de Mairan; qu'à la latitude  $48^d 50'$  la longueur du Pendule qui fait une vibration entiere dans une seconde, doit être de  $440^l 57$ , & qu'ainsi les corps qui tombent librement



à notre latitude , & qui sont voisins de la surface de la Terre , parcourent (*Art. 22.*)  $543^1:531\ 451$  dans une demi-seconde.

## ARTICLE XXV.

Soit une masse centrale *ABab* (*Fig. 10.*) qui circule sur l'axe *Bb* , & qui ait le plan *Aa* pour équateur , si du point *R* extrémité d'un rayon quelconque *CR* , on abaisse la perpendiculaire *Ry* sur *Bb* , nommant le rayon *AC* , *a* , le rayon *Ry* , *y* , & *f* la force centrifuge du point *A* , celle du point *R* prise par rapport au centre *y* , égalera  $\frac{fy}{a}$  , ce qui est évident , puisque les sinus versés des arcs égaux , sont proportionnels aux rayons qui les décrivent.

## ARTICLE XXVI.

Les mêmes choses supposées que dans l'article précédent , & nommant *r* le rayon *CR* , la force centrifuge du point *R* prise par rapport au centre *C* , sera à la force  $\frac{fy}{a}$  (*Diff. 6. Art. 8.*) comme *y* à *r* ; donc elle égalera  $\frac{fyy}{ar}$ .

## ARTICLE XXVII.

Les forces centrifuges des différens points d'un même rayon , décroissant comme les distances , on aura  $\frac{fyy}{ar} \times \frac{r}{2}$  ou  $\frac{fyy}{2a}$  pour la somme des forces centrifuges de tout le rayon *CR* , &  $\frac{fy}{a} \times \frac{y}{2}$  ou  $\frac{fyy}{2a}$  pour celle des forces centrifuges du rayon *yR* ; donc ces forces seront égales.



## ARTICLE XXVIII.

On voit bien que dans une masse centrale, les forces centrifuges n'alterent pas simplement les pesanteurs, il faut qu'elles changent encore leurs directions.

Que le point R fasse effort pour s'éloigner du centre  $y$ , & que cet effort soit à celui de la pesanteur absolue, comme  $Rd$  à  $RL$  pris sur le prolongement de  $CR$ , il est clair que la ligne  $RF$  parallèle à  $Ld$ , marquera alors la direction suivant laquelle pesera le point R.

## ARTICLE XXIX.

Si on suppose que le tems de la révolution de la masse  $ABab$  (Fig. 10.) soit donné, & qu'on ait la longueur du rayon  $Ry$ , on aura la force centrifuge  $Rd$ . De plus, si par le Pendule on a la chute réelle  $Ld$ , & qu'on connoisse la vraie latitude  $ACR$  du point R, ou la latitude apparente  $AFR$ , on connoitra tout le triangle  $RLd$ ; on aura donc, & la pesanteur absolue  $LR$  & l'angle de divergence  $RLd$ .

## ARTICLE XXX.

On voit qu'en supposant que la Terre fut sphérique, les corps ne tomberoient perpendiculairement sur sa surface qu'aux pôles & à l'équateur, & que par-tout ailleurs la direction de leurs chutes seroit oblique à l'horison; or je dis que ce seroit au  $45^{\circ}$  degré de la latitude que cette direction auroit sa plus grande divergence.

Qu'on abaissât  $ds$  (Fig. 10.) perpendiculaire sur  $LR$ ; & que  $f$  exprimât la force centrifuge à l'équateur, nommant  $CA$  ou  $CR$ ,  $r$ , la coupée  $Cy$ ,  $x$ , & l'ordonnée

H h ij



Ry, y, on auroit (Art. 25.)  $Rd = \frac{fy}{r}$ ; & à cause des triangles semblables Rds RCy, le sinus ds de l'angle dLR égaleroit  $\frac{fxy}{rr}$  qui feroit un plus grand; ainsi en prenant la différentielle de cette quantité, on auroit  $\frac{fydx}{rr} + \frac{fxydy}{rr} = 0$ ; or  $rr - xx = yy$  &  $dx = -\frac{ydy}{x}$ ; mettant donc cette valeur de dx dans l'équation  $\frac{fydx + fxydy}{rr} = 0$ , on auroit  $\frac{fxydy}{rr} = \frac{fyydy}{rrx}$  & par conséquent  $x = y$ ; donc les angles RCy & yRC vaudroient chacun 45 degrés.

## ARTICLE XXXI.

Il est clair que si la masse ABab perdoit sa sphéricité, & qu'elle prit la forme d'un sphéroïde allongé vers les pôles B & b (Fig. 11.) l'obliquité des chutes sur les tangentes aux différens points de la masse, augmenteroit encore.

## ARTICLE XXXII.

Ce qui suit delà, c'est qu'en supposant toujours que les pesanteurs absolues soient dirigées vers le centre d'une masse centrale qui tourne sur son axe, cette masse ne peut présenter directement ses différentes surfaces à l'action de la pesanteur réduite, à moins qu'elle ne prenne la forme d'un sphéroïde applati vers les pôles (Fig. 12.).

## ARTICLE XXXIII.

Si ABab (Fig. 13.) représente un des méridiens de la



masse applatie, qu'on suppose tourner sur son axe  $Bb$ , & que les pesanteurs absolües soient dirigées vers le centre  $C$  de cette masse, je dis qu'afin que les directions des pesanteurs réduites, soient par-tout perpendiculaires sur la courbe  $ABab$ , il faut qu'à chaque point la pesanteur absolüe, soit à la force centrifuge, comme la différence de l'ordonnée sur  $Bb$ , à la différence du rayon mené du centre  $C$ .

Soit  $CR$  un rayon quelconque de la courbe  $ABab$   $CK$ , un autre rayon infiniment proche de  $CR$ ,  $yR$ , &  $ZK$  les ordonnées que termineront les points  $R$  &  $K$ ; si du point  $C$  on décrit l'arc  $KS$ , & qu'on mene  $KT$  parallèle à l'axe  $Bb$ ,  $TR$  fera la différence de l'ordonnée, &  $SR$  la différence du rayon; ainsi en supposant que  $RC$  marque la pesanteur absolüe du point  $R$ , & que  $CF$  réponde à sa force centrifuge, il faut démontrer qu'afin que la direction  $RF$  de la pesanteur réduite soit perpendiculaire sur l'élément  $RK$ , il faudra que  $TR$  soit à  $SR$ , comme  $RC$  à  $CF$ .

On voit d'abord que la ligne  $RK$  servant de base aux angles droits  $RTK$  &  $RSK$ , cette ligne deviendra le diamètre d'un cercle qui passera par les points  $R$ ,  $K$ ,  $T$ ,  $S$ ; donc l'angle  $TRK$  qui sera appuyé sur  $TK$ , égalera l'angle  $KST$ , qui aura pareillement  $KT$  pour base; mais dans le triangle  $RTS$ , l'angle obtus  $RST$  vaudra l'angle droit  $KSR$ , plus l'angle aigu  $TSK$  égal à l'angle  $TRK$ ; donc les trois angles  $KRT$ ,  $TRS$ , &  $RTS$  vaudront un angle droit; donc afin que la direction  $RF$  soit perpendiculaire sur  $RK$ , il faudra que l'angle  $CRF$  devienne égal à l'angle  $RTS$ , & qu'ainsi, à cause des triangles semblables  $TRS$  &  $RCF$ ,  $TR$  soit à  $SR$ , comme  $RC$  à  $CF$ .



## ARTICLE XXXIV.

Les mêmes choses supposées que dans l'Article précédent, je dis que si la masse *ABab* devenoit entièrement fluide, & que les pesanteurs absolues des rayons égaux fussent égales, la masse centrale ne changeroit point de figure.

Nommant  $p$  &  $F$ , les forces  $RC$  &  $CF$ , & du point  $S$  abaissant  $Sq$  perpendiculaire sur  $TR$ ; 1°. on aura par la supposition le poids absolu de  $CS$  égal au poids absolu de  $CK$ : 2°. parce que la force centrifuge du rayon  $CK$ , égalera (*Art.* 27.) la force centrifuge de  $ZK$  ou de  $yT$ , & que celle de  $CS$  égalera la force centrifuge de  $yq$ , ces forces retranchées des pesanteurs absolues, la colonne  $CK$ , pesera plus que la colonne  $CS$ ; il faudra donc que celle-ci s'éleve jusqu'en  $R$ , où l'on suppose que  $F \times RT$  la différence totale des forces centrifuges des colonnes  $CK$  &  $CR$ , se trouvera égale à  $p \times RS$  augmentation du poids absolu du rayon  $CS$ , c'est qu'alors tout se compensera de part & d'autre; car si le rayon  $CR$  a plus de pesanteur absolue que le rayon  $CK$ , aussi aura-t'il plus de force centrifuge dans la même proportion; la loi de l'équilibre demandera donc que  $RT$  soit à  $RS$ , comme  $p$  à  $F$ , ou comme  $CR$  à  $CF$ ; la masse ne changera donc point de figure.

## ARTICLE XXXV.

Si on supposoit que les densités ne fussent pas par-tout les mêmes, les pesanteurs absolues des rayons égaux ne seroient plus égales; mais alors les directions des pesanteurs réduites, ne se trouveroient plus perpendiculaires sur les surfaces.



Supposons, par exemple, que le rayon CK étant plus dense que le rayon CS, le poids absolu de Cg, égalât le poids absolu de CS, la force centrifuge de *ng* égalerait celle de *yT*, parce que les densités de *ng* & de *yT* feroient supposées les mêmes que celles des rayons Cg & CS; or comme la loi de l'équilibre demanderoit encore que la force centrifuge de TR égalât le poids de RS, & que, par conséquent, TR fut à RC, comme RS à CF, on voit que la direction de la pesanteur réduite RF, feroit un angle aigu avec le nouvel élément gR de la courbe.

On démontreroit de même que si le rayon CK ayant moins de densité que le rayon CS, le poids absolu de CG égaloit le poids de CS, & qu'ainsi la force centrifuge de *mG* ne valut que celle de *yT*, la direction RF feroit un angle obtus avec l'élément GR de la courbe.

#### ARTICLE XXXVI.

Il est clair que la même chose arriveroit, si la matiere étant par-tout également dense, les pesanteurs absolues devenoient inégales dans les différens rayons de la masse ABab, & qu'en conséquence de cette inégalité le poids absolu du rayon CS égalât le poids absolu du rayon Cg ou CG.

#### ARTICLE XXXVII.

Il suit de-là que si les corps par leurs pesanteurs absolues, tendent vers le centre de la Terre, l'expérience justifiant que leurs pesanteurs réduites sont toujours dirigées perpendiculairement au même niveau que celui de la Mer, il faut de nécessité que la forme qu'a la Terre, soit exactement celle qu'elle prendroit, en supposant qu'elle fût entièrement fluide, & que sa densité fût par-



tout la même ; ou bien il faudroit supposer que dans chaque rayon les densités fussent exactement en raison renversée des pesanteurs , ce qui même reviendrait à notre première supposition , puisqu'alors les pesanteurs absolues des rayons égaux , seroient par-tout égales ; la perpendicularité des directions sur les surfaces , est donc une suite nécessaire de l'égalité des pesanteurs absolues des rayons égaux.

## ARTICLE XXXVIII.

Mais voyons quel sera le rapport des axes  $Aa$  &  $Bb$  ; en supposant que les pesanteurs absolues répondent à une puissance quelconque  $n$  de la distance au centre de la masse.

De l'intervalle  $CB$  (*Fig. 14.*) décrivant l'arc  $Bg$  , on voit que puisque les pesanteurs absolues des rayons  $CB$  &  $Cg$  seront égales , il faudra qu'en conséquence de la loi de l'équilibre , le rayon  $CA$  ait autant de force centrifuge que la ligne  $gA$  aura de pesanteur ; or si la perpendiculaire  $Af$  exprime la force centrifuge du point  $A$  , celle de tout le rayon  $CA$  sera exprimée (*Art. 27.*) par le triangle  $ACf$  ; il ne s'agit donc plus que de trouver quelle sera l'expression de la pesanteur absolue de  $gA$  , en supposant que chaque partie infiniment petite du rayon  $CA$  , pèse suivant la puissance  $n$  de sa distance au centre  $C$  de la masse  $ABab$ .

Que sur le rayon  $CA$  on élève une infinité de perpendiculaires telles que  $AP$  ,  $gh$  ,  $xu$  ,  $Cz$  , & que ces perpendiculaires marquent les pesanteurs des points  $A$  ,  $g$  ,  $x$  , &c. la pesanteur totale du rayon  $CA$  , sera à celle d'une partie quelconque  $Ag$  de ce rayon , comme l'aire  $ACZp$  , à l'aire correspondante  $Aghp$ . Cela posé , nommant



- $a$  le rayon CA,  
 $b$  le rayon CB ou Cg,  
 $x$  l'indéterminée Cx prise sur le rayon CA;  
 $p$  la pesanteur Ap,  
 $f$  la force centrifuge Af qu'on suppose ne pouvoir  
 surpasser  $p$ , parce qu'autrement le fluide se dis-  
 siperoit.

Cette proportion  $a^n, x^n, :: p, \frac{px^n}{a^n}$  donnera  $\frac{px^n}{a^n}$  égale à  
 la pesanteur  $xu$ ; donc on aura l'aire  $xCZu = \frac{px^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ ;  
 l'aire  $gCZh = \frac{pb^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ , & l'aire totale  $ACZp = \frac{pa}{n+1}$ ;  
 donc l'aire  $Aghp$  égalera  $\frac{pa}{n+1} - \frac{pb^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ ; mais l'aire  
 $Aghp$  vaudra l'aire du triangle  $ACf$ ; donc on aura  $\frac{pa}{n+1}$   
 $- \frac{pb^{n+1}}{n+1 \times a^n} = \frac{fa}{2}$ , ou  $2pa^{n+1} - 2pb^{n+1} = \overline{n+1} \times fa^{n+1}$ ;  
 d'où on tirera cette proportion  $a^{n+1}, b^{n+1} :: 2p, 2p - \overline{n+1} \times f$ ,  
 ou  $a, b :: 2p^{\frac{1}{n+1}}, \overline{2p - \overline{n+1} \times f}^{\frac{1}{n+1}}$ .

Si les pesanteurs sont comme les distances l'exposant  
 $n$  vaudra 1, & l'on aura  $a, b :: \sqrt{2p}, \sqrt{2p-2f} :: \sqrt{p},$   
 $\sqrt{p-f}$ . Que  $f$  égale  $p$ , on aura  $a, b :: \sqrt{p}, 0$ ; dans ce  
 dernier cas CB sera infiniment petit par rapport au rayon  
 CA.

Si les pesanteurs sont par-tout égales,  $n$  deviendra 0;  
 & l'on aura  $a, b :: 2p, 2p-f$ , &  $a, b :: 2, 1$ ; en sup-  
 posant que  $f$  soit égale à  $p$ .

Si les pesanteurs sont en raison renversée des quarrés  
 des distances, c'est-à-dire, si elles suivent la proportion



que suppose la loi de Kepler, & qui se tire du mécanisme de la Nature,  $n$  deviendra  $-2$ , & l'on aura  $a, b :: 2p + f, 2p$  ou  $a, b :: 3, 2$ , en supposant que  $f$  devienne égale à  $p$ .

## ARTICLE XXXIX.

Les mêmes choses supposées que dans l'article précédent, & prenant la courbe  $ABab$  (Fig. 15.) pour un des méridiens d'une masse centrale formée par la révolution de la demi-ovale  $BAb$  sur l'axe  $Bb$ , on déterminera ainsi la Nature de cette courbe.

Si on nomme  $r$  le rayon  $CR$ , pris entre les deux axes  $Aa$  &  $Bb$ , & que sur l'extrémité  $R$  du rayon  $CR$ , on élève la perpendiculaire  $R\pi$  égale à la pesanteur  $\frac{pr^n}{a^n}$  du point  $R$ ; comme (Art. 38.)  $\frac{pb^{n+1}}{n+1 \times a^n}$  exprimera l'aire  $gCzh$ ; si  $b$  devient  $r$ , on aura  $\frac{pr^{n+1}}{n+1 \times a^n}$  pour l'aire totale  $RCZ\pi$ ; donc l'aire  $Rgh\pi$  vaudra  $\frac{pr^{n+1}}{n+1 \times a^n} - \frac{pb^{n+1}}{n+1 \times a^n}$ ; or qu'on nomme  $y$  la perpendiculaire  $Ry$  abaissée sur l'axe  $Bb$ ,  $\frac{fyy}{2a}$  exprimera (Art. 27.) la force centrifuge du rayon  $r$ ; ainsi on aura  $\frac{pr^{n+1}}{n+1 \times a^n} - \frac{pb^{n+1}}{n+1 \times a^n} = \frac{fyy}{2a}$  ou  $2pr^{n+1} - 2pb^{n+1} = n+1 \times fyya^{n-1}$ ; mais on vient de voir (Art. 38.) que  $2pa^{n+1} - 2pb^{n+1}$  égale pareillement  $n+1 \times fa^{n+1}$ ; donc en divisant le premier membre de l'une & de l'autre équation par  $2p$ , & chaque second membre par  $n+1 \times f$  on aura  $a^{n+1} - b^{n+1}, a^{n+1} :: r^{n+1} - b^{n+1}, yya^{n-1}$ , proportion qui donnera la nature de la courbe, excepté dans le cas où l'exposant  $n$  égaleroit  $-1$ ; aussi dans ce cas la



courbe du méridien *ABab* ne feroit-elle plus algèbrique.

#### ARTICLE XL.

Si la pesanteur a l'impulsion pour principe, il est clair que comme les chutes initiales des Planetes sont par-tout en raison inverse des quarrés de leurs distances au foyer commun des orbites qu'elles décrivent, & que cette proportion est une dépendance nécessaire du mécanisme des tourbillons, il faut que les particules dont les masses centrales sont formées, pesent aussi suivant le rapport renversé des quarrés de leurs distances au centre commun vers lequel leurs pesanteurs primitives sont dirigées.

#### ARTICLE XLI.

Mais si les pesanteurs naissent de l'impression d'une force attractive, & que cette force soit à la fois & en raison directe des différentes molécules dont elle émane, & en raison inverse des quarrés des distances à chacune de ces molécules, il ne sera plus possible que sur la surface ni dans l'intérieur de la masse centrale, les pesanteurs suivent la loi commune; aussi va-t'on voir que la figure des Planetes, telle qu'elle se tire du principe de l'attraction, est différente de celle que donne le principe de l'impulsion.

#### ARTICLE XLII.

Commençons par examiner quelle figure doit avoir la Terre en supposant que les pesanteurs absolues des particules qui la composent, ayent l'impulsion pour principe, & qu'ainsi elles pesent par-tout en raison renver-



fée des quarrés de leurs distances au centre commun des tendances primitives.

Soit encore  $Aa$  (Fig. 15.) le diamètre de l'équateur de la Terre  $= 2a$ ,  $Bb$  son axe  $= 2b$ ,  $CR$  un rayon pris à notre latitude  $= r$ ,  $Ry$  le sinus de l'angle  $RCB$  complement de la latitude  $= y$ , si de l'intervalle  $CB$  on décrit un arc  $Bg$  compris entre le rayon  $CB$  &  $CR$ , comme la loi de la pesanteur demandera que la différence des pesanteurs absolues de  $CR$  & de  $CB$ , soit compensée par la force centrifuge du rayon  $CR$ , il faudra que la pesanteur absolue de la partie  $gR$ , soit égale à la force centrifuge de tout le rayon  $CR$ ; or que pour exprimer les pesanteurs des points  $R, g, x, C$ , on mene sur  $CR$  les perpendiculaires  $R\pi, gh, xt, Cz$ , supposées en raison inverse des quarrés des distances  $CR, Cg, Cx, \&c.$  la courbe qui passera par les extrémités de ces lignes, formera la première hyperbole du second genre, & cette courbe aura le rayon  $CR$  & la perpendiculaire  $Cz$  pour asymptotes; donc l'aire  $R\pi h g$  proportionnelle à la pesanteur absolue de  $Rg$  égalera le Parallelograme  $ghKC$  moins le Parallelograme  $R\pi i C$ ; ainsi nommant  $\pi$  la pesanteur absolue  $R\pi$  du point  $R$ , celle du point  $g$  devenant  $\frac{\pi r r}{b b}$ , on aura  $\frac{\pi r r}{b} - \pi r$  pour la pesanteur absolue de  $gR$ ; & si on nomme  $\phi$  la force centrifuge du point  $R$  par rapport au centre  $C$ , comme celle de tout le rayon deviendra  $\frac{\phi r}{2}$  (Art. 27.) on aura  $\frac{\pi r r}{b} - \pi r = \frac{\phi r}{2}$ , ce qui donnera cette proportion  $r, b :: 2\pi - \phi, 2\pi$ ; c'est-à-dire que le rayon  $r$ , sera au rayon  $b$ , comme deux fois la pesanteur du



point R plus sa force centrifuge suivant la direction CR, a deux fois sa pesanteur, on aura donc  $b = \frac{2\pi r}{2\pi + \phi}$ . Cherchons cette valeur.

Si on suppose que la fraction  $\frac{628 \ 318 \ 530 \ 718}{100 \ 000 \ 000 \ 000}$  représente la quantité irrationnelle qui multipliant le rayon du cercle donne sa circonférence, & que Rd (Fig. 16.) soit égal au sinus versé de l'arc que décrit le point R dans une demi-seconde ou dans la  $172328^e$  partie du tems qu'emploie la Terre à faire sa révolution sur elle-même par rapport aux étoiles fixes, on aura y multiplié par  $\frac{628 \ 318 \ 530 \ 718}{100 \ 000 \ 000 \ 000}$  & divisé par 172328 pour l'espace que parcourra le point R dans une demi-seconde, & le carré de cet espace divisé par le double du rayon y, donnera (Diff. 6. Art. 1.) le sinus versé Rd; or que y soit le rayon du Parallele pris à la latitude apparente de  $48^d \ 50'$ , on trouvera que suivant la mesure de M. Picard, ce rayon aura 12 931 417 pieds de longueur, ce qui donnera  $1' : 237 \ 732$  pour Rd; mais comme la longueur du Pendule déterminée par M. de Mairan, suppose (Art. 24.) qu'à notre latitude les corps tombent de  $543' : 531.451$  dans une demi-seconde, exprimant cette chute par Ld, on aura les deux côtés Rd & Ld du triangle RLd; & parce que l'angle LdR vaudra  $131^d \ 10'$  supplément de la latitude apparente AFR, la résolution du triangle RdL, donnera l'angle dRL de  $48^d \ 44' \ 6'' \ 56'''$ , l'angle de divergence RLd de  $5 \ 53 \ 4$ , & le côté LR de  $544' : 346 \ 992$  égal à la pesanteur absolue  $\pi$ , ou à l'espace que les corps pesans parcoureroient à notre latitude dans une demi-seconde en supposant que leurs



pesanteurs absolues ne fussent point altérées par leurs forces centrifuges.

Maintenant qu'on prolonge LR jusqu'en C, l'angle CRy égal à l'angle dRL sera de  $48^d 44' 6'' 56'''$ ; ainsi on aura tout le triangle rectangle RyC, & comme la longueur du côté Ry sera de 12 931 417 pieds, on trouvera celle du rayon RC de 19 606 745<sup>pds</sup>; or puisque  $\phi$ , ou la force centrifuge du point R prise par rapport au centre C; égalera (*Art.* 26.)  $\frac{Rd \times Ry}{CR}$ , on aura

$\phi = 0^1: 816\ 333$ ; on aura donc les valeurs de  $\pi$ , de  $r$  & de  $\phi$ , & ces valeurs substituées dans la formule  $\frac{2\pi r}{2\pi + \phi}$

donneront  $b = 19\ 592\ 054^{\text{pds}}$ . Ayant la longueur de  $b$  il sera aisé d'avoir celle des autres rayons de la Terre.

Puisque  $\pi$  exprimera la pesanteur absolue des corps au point R, ou leurs chutes dans une demi-seconde, celle des corps à l'extrémité du rayon CB égalant  $\frac{\pi rr}{bb}$  sera de  $545^1: 163\ 380$  Or nommant

- G cette pesanteur,
- $r$  tout rayon qui partira du point C,
- $y$  le sinus de l'angle que fera le rayon CR avec le demi-axe CB,
- $x$  la quantité qui divisant  $r$  l'égalera à  $y$ ,
- $z$  la quantité qui multipliant le rayon du cercle, donnera sa circonférence.
- $m$  la quantité de demi-secondes que renfermera la circonférence du cercle.

On aura  $\frac{Gbb}{rr}$  pour la pesanteur absolue à l'extrémité du rayon  $r$ , & comme  $z \times y$  exprimera la circonférence



du cercle formé par la révolution du rayon  $y$ ,  $\frac{z \times y}{m}$  donnera l'arc décrit dans une demi-seconde, & l'on aura (Diff. 6. Art. 1.)  $\frac{zz \times y}{2mm}$  pour le sinus versé de cet arc ou pour la force centrifuge des corps à l'extrémité du rayon  $y$ ; ainsi cette force réduite par rapport au centre C, deviendra  $\frac{zz}{2mm} \times \frac{yy}{r} = \frac{zz}{2mm} \times \frac{r}{xx}$ ; donc en formant la proportion qui naîtra du principe de l'équilibre & de la loi de la pesanteur, on aura (Art. 34. & 38.)  $r, b :: \frac{2Gbb}{rr} + \frac{zz}{2mm} \times \frac{r}{xx}, \frac{2Gbb}{rr}$ , d'où on tirera cette équation  $r^3 - \frac{4mmxx \times Gbr}{zz} + \frac{4mmxx \times Gbb}{zz} = 0$ ; ainsi à la place de  $x$  & de  $z$  mettant leurs quantités numériques, le rayon  $r$  sera déterminé.

Si c'est la longueur du rayon CA qu'on cherche,  $x$  vaudra 1, & comme on aura  $z = \frac{628\ 318\ 530\ 718}{100\ 000\ 000\ 000}$ , &  $m = 172\ 328$  la chute G au pôle étant de  $545^1:163\ 380$  la longueur CA fera de 19 625 925 pieds, ainsi ce rayon surpassera le rayon CB de  $33871^{pds.}$ , & le rayon CR de  $19180^{pds.}$

Mais justifions que suivant les mesures de M. Picard la longueur du rayon du parallele pris à la latitude apparente  $48^d\ 50'$  doit être de  $12\ 931\ 417^{pds.}$

On voit d'abord que de la longueur de ce rayon dépend celle des côtés Rd & LR du triangle RLd (Fig. 16.) & la proportion des angles R, L & d, donc puisque le triangle RLd déterminé relativement à la longueur de Ry supposée de  $12\ 931\ 417^{pds.}$  donne par proportion



le rayon CR de 19 606 745<sup>pds.</sup> & qu'on trouve l'angle CRq de 5' 53" 4<sup>'''</sup>, & par conséquent l'angle qCR de 89<sup>d</sup> 54' 6" 56<sup>'''</sup>, la perpendiculaire Rq sur le diamètre hCH parallèle à la tangente tRT égalera 19 606 716<sup>pds.</sup> Or nommant q cette perpendiculaire & n le rayon de la développée Rn, comme la courbure des méridiens différera peu de celle de l'ellipse; on aura (*Diff. 7. Art. 15.*)  $n = \frac{aabb}{q^3} = 19\ 615\ 783$ , &  $\frac{2 \times n}{360} = 342\ 360^{\text{pds.}}$  ou 57060<sup>tois.</sup> égal au degré qu'a mesuré M. Picard.

Au Pôle on aura (*Ibid.*)  $n = \frac{aa}{b} = 19\ 659\ 855^{\text{pds.}}$  ce qui donnera 343 129<sup>pds.</sup> pour le degré.

A l'Equateur on aura  $n = \frac{bb}{a} = 19\ 558\ 241^{\text{pds.}}$  ce qui donnera 341 356<sup>pds.</sup> pour le degré.

## ARTICLE XLIII.

Voyons maintenant quelle figure il faudroit donner à la Terre en supposant que la pesanteur eut l'attraction pour principe.

On a vû (*Diff. 4. Art. 21.*) que si le diamètre Aa étoit à l'axe Bb, comme 101 à 100, la pesanteur au point A seroit à la pesanteur au point B comme 500 à 501; mais parce que dans un même rayon les pesanteurs (*Diff. 4. Art. 12.*) seroient comme les distances, il est clair qu'en supposant que les rayons CA & CB fussent partagés en une infinité de parties proportionnelles, les grandeurs de celles qui se répondroient étant entr'elles comme 101 à 100, & leurs tendances vers C comme 500 à 501, leurs poids respectifs seroient comme 101 × 500 à 100 × 501, ou comme 505 à 501; donc si à chacune des parties du

rayon



rayon CA, on donnoit une force centrifuge qui fut à son poids comme 4 à 505, on mettroit les deux rayons en équilibre. Cela posé, nommant  $f$  la force centrifuge à l'équateur d'une Planete quelconque,  $p$  la pesanteur absolue, on trouvera par la regle de proportion que comme  $\frac{4}{505}$  donneroit  $\frac{1}{100}$  de CB pour l'excès du rayon CA sur CB,  $\frac{f}{p}$  demanderoit que cet excès fut égal à  $\frac{505 \times f}{400 \times p}$ ; or suivant le calcul de M. Newton, la force centrifuge à l'équateur, est à la pesanteur absolue comme 1 à 289; mettant donc  $\frac{1}{289}$  à la place de  $\frac{f}{p}$  dans la formule précédente, on trouveroit que CA surpasseroit le rayon CB de la 229<sup>e</sup> partie de CB; donc dans l'hipotèse de l'attraction mutuelle, le diametre Aa seroit à l'axe Bb comme 230 à 229.

## ARTICLE XLIV.

Qu'on se renferme dans cet hipotèse, on trouvera que les pesanteurs absolues prises sur un même rayon, devant être comme les distances au centre C, de même que les forces centrifuges, il faudra que les pesanteurs réduites suivent aussi la même proportion; or puisque les rayons CA, CB, CR, &c. seront en équilibre aussi-bien que leurs parties correspondantes, il est clair qu'aux points A, B, R, &c. & à tous ceux qui se trouveront proportionnellement éloignés du centre C, les tendances (les forces centrifuges déduites) seront en raison renversée des distances CA, CB, CR, &c.



## ARTICLE XLV.

Il fuit delà qu'il faudra que sur la surface de la Terre, les augmentations des pesanteurs réduites, prises depuis l'Equateur jusqu'aux Pôles, soient à peu près comme les quarrés des sinus des latitudes; car soit le cercle  $APap$  (Fig. 17.) circonscrit à l'Ellipse  $ABab$ , qu'on suppose différer peu du cercle, comme les pesanteurs réduites seront en raison renversée des rayons  $CA$ ,  $Cg$ ,  $CB$ , les différences  $gR$ ,  $Bp$ , &c. des rayons  $Cg$ ,  $CB$ , &c. marqueront les augmentations de ces pesanteurs depuis l'extrémité du rayon  $CA$  jusqu'au Pôle  $B$  extrémité du rayon  $CB$ ; or si du point  $R$  on abaisse sur  $CA$  la perpendiculaire  $RO$ , qui coupe l'Ellipse au point  $d$ , cette Ellipse étant supposée peu différente du cercle, le triangle  $Rgd$  sera censé rectangle en  $g$ , & par conséquent semblable au triangle  $ROC$ ; donc on aura  $Rg$ ,  $Rd :: RO$ ,  $RC$ ; mais ( *propr. de l'Ell.*) on aura aussi  $pB$ ,  $Rd :: pC$  ( $RC$ ),  $RO$ , donc  $Rg$  sera à  $pB$  comme  $\frac{Rd \times RO}{RC}$  à  $\frac{Rd \times RC}{RO}$ , ou comme  $\overline{RO}^2$  à  $\overline{RC}^2$ .

## ARTICLE XLVI.

Le même principe qui détermine la proportion des différens diametres de la Terre, doit aussi déterminer les différentes longueurs du Pendule. Tout se tient dans la Nature, aussi un seul fait constaté suffit-il souvent pour établir la certitude de ceux que nous ne pourrions vérifier qu'avec peine. Cela posé, voyons d'abord ce que nous donne le principe de l'impulsion.

Suivant ce qu'on a démontré (*Art. 42.*) si notre rayon



contient 19 606 745<sup>pds.</sup>, le rayon CA en doit contenir 19 625 925 ; or comme à notre latitude les corps qui dans une demi-seconde ne tombent que de 543<sup>l</sup>: 531 451 tomberoient de 544<sup>l</sup>: 346 992 s'ils obéïssent à l'impression de leur pesanteur absoluë, il faudroit que sous l'équateur (*Ibid.*) leurs chutes totales fussent de 543<sup>l</sup>: 283 516 ; mais parce que le sinus verse de l'arc que décrit l'extrémité du rayon CA dans un tems égal vaut 1<sup>l</sup>: 878 498, cette quantité retranchée de la chute totale, la réduit à 541<sup>l</sup>: 405 018 ; donc puisque les longueurs du Pendule sont comme les chutes réelles, & que sous notre parallele les corps tombent de 543<sup>l</sup>: 531 451 dans une demi-seconde, la longueur du Pendule étant ici de 540<sup>l</sup>: 570 000, elle fera de 438<sup>l</sup>: 846 378 sous l'équateur, ce que l'expérience justifie.

## ARTICLE XLVII.

Cherchons maintenant quelle devroit être cette longueur, en supposant que la pesanteur eut l'attraction pour principe. On vient de voir (*Art. 44.*) que ce principe supposé, il faudroit qu'aux extrémités des rayons CA, CR, CB, &c. les pesanteurs réduites, & par conséquent les longueurs du Pendule fussent en raison renversée de ces rayons ; donc le Pendule pris à l'équateur, seroit au Pendule pris au Pôle, dans le rapport de 229 à 230 ; donc au Pôle le Pendule augmenteroit d'une unité ou de la deux cent vingt-neuvième partie de 229 ; donc puisque les augmentations des pesanteurs seroient (*Art. 45.*) comme les quarrés des sinus des latitudes, on auroit ces augmentations pour tous les degrés pris depuis l'Equateur jusqu'aux Pôles ; or le quarré du sinus de la latitude 48<sup>d</sup> 50' étant au quarré du sinus de la la-



titude  $90^d$ , comme 5667 à 10000, l'augmentation de la longueur du Pendule à notre latitude sur celle du Pendule pris à l'Equateur, vaudroit 5667 dix millième partie de l'unité ; ainsi on trouveroit qu'à l'Equateur, à notre latitude, & au Pôle, les longueurs du Pendule seroient proportionnelles à 2 290 000, 2 295 667, & 2 300 000 ; donc comme à la latitude  $48^d 50'$  le Pendule est constaté de  $440^l : 570$ , on le trouveroit à l'Equateur de  $439^l : 482$ , plus long de plus d'une demi-ligne qu'il ne l'est en effet.

Pour réduire ce Pendule à sa juste longueur, M. Newton suppose qu'encore que dans l'hipotèse où il se renferme, les forces attractives doivent continuellement diminuer depuis la surface de la Terre jusqu'à son centre, il arrive cependant que vers ce centre les densités sont plus grandes que par-tout ailleurs, ce qui doit alterer la longueur du Pendule, & changer la figure de la Terre ; car qu'on épaisse le noyau *mgnh* (Fig. 17.). par une addition réelle de matiere, comme cette matiere aura sa force attractive dont l'action suivra la proportion inverse des quarrés des distances au centre C, le rapport des pesanteurs aux extrémités des rayons CA & CB, deviendra plus grand que le simple rapport renversé de ces rayons ; il faudra donc que le Pendule s'accourcisse, & que l'équateur s'éleve.

#### ARTICLE XLVIII.

Outre la Terre, il y a encore deux masses centrales ; le Soleil & Jupiter dont on peut déterminer phisiquement la figure ; on connoît quel est le rapport des pesanteurs absolües aux forces centrifuges sur leurs surfaces ; car pour commencer par le Soleil, soit  $a$  le demi-



diametre de son équateur,  $t$  le tems de sa révolution sur son axe,  $D$  la distance moyenne d'une Planete quelconque au centre de cet axe,  $V$  la vitesse de la Planete à cette distance, &  $T$  le tems de sa révolution autour

du Soleil,  $\frac{D}{TT}$  égal à  $\frac{VV}{D}$  exprimera la force réactive de

la matiere à l'extrémité du rayon  $D$ ; ainsi les pesanteurs étant en raison inverse des quarrés des distances, cette

proportion  $\frac{1}{DD}$ ,  $\frac{1}{aa} :: \frac{D}{TT}$ ,  $\frac{D^3}{aaTT}$  donnera  $\frac{D^3}{aaTT}$  pour

la pesanteur absolue à l'extrémité du rayon  $a$ ; mais sur l'Equateur du Soleil, la force centrifuge sera propor-

tionnelle à  $\frac{a}{tt}$ ; donc nommant  $f$  cette force, &  $p$  la

pesanteur, on aura  $p, f :: \frac{D^3}{aaTT}$ ,  $\frac{a}{tt} :: \frac{D^3}{a^3}$ ,  $\frac{TT}{tt}$ .

Supposons que  $D$  marque la moyenne distance de la

Terre au Soleil, on aura  $D=22000$ ,  $a=100$  &  $\frac{D^3}{a^3}$

$=10648000$ ; & parce que la Terre parcourt son or-

bite en  $525949'$ , & que le Soleil tourne sur son axe

en  $36720'$  par rapport aux étoiles fixes, on aura  $TT$  à

$tt$ , comme  $205$  à  $1$ ; ainsi la pesanteur  $p$  sera à la force

centrifuge  $f$  comme  $51902$  à  $1$ . Supposant donc que la

pesanteur ait l'impulsion pour principe, cette propor-

tion  $a, b :: 2p+f, 2p$ , donnera (*Art. 38.*)  $Aa$  à  $Bb$

comme  $103805$  à  $103804$ . Mais puisque  $\frac{f}{p}$  égalera

$\frac{1}{51902}$ , on auroit par le principe de l'attraction  $\frac{505}{20760800}$

pour  $\frac{505f}{400p}$  excès (*Art. 43.*) du rayon  $CA$  sur le demi-



axe CB ; donc le diametre Aa feroit à l'axe Bb , comme 20760800 à 20760295.

Que la différence qui résulteroit de chacun de ces rapports fut sensible, il est clair que celle que verifioient les observations, serviroit à faire connoître si c'est du principe de l'attraction, ou de celui de l'impulsion que naît la pesanteur.

Mais ce qu'on ne peut tirer de la figure du Soleil, se tire aisément de celle de Jupiter ; l'inégalité des rayons de cette Planete est très-sensible : selon M. Cassini , le diametre de son Equateur est à son axe à peu près comme 15 à 14 ; c'est aussi ce qu'a observé M. de la Hire ; or cela posé, nommant  $a$  le demi-diametre de l'Equateur de Jupiter,  $D$  la distance de son quatrième Satellite,  $D$ , suivant les observations de M. Cassini, égalera  $23a$ , & l'on aura  $\frac{D^3}{a^3} = \frac{12167}{1}$  ; mais on sçait d'ailleurs que ce Satellite fait sa révolution en 24032', & que Jupiter tourne sur son axe en 596' ; donc  $\frac{TT}{tt}$  égalera 1626, ce qui donnera sur l'Equateur de cette Planete  $p$  à  $f$ , comme 12167 à 1626 ; ainsi, puisqu'en supposant que la pesanteur naisse de l'impulsion, on aura ( Art. 38. )  $a, b :: 2p + f, 2p$  ; on aura aussi  $a, b :: 2 \times 12167 + 1626, 2 \times 12167 :: 25960, 24334 :: 15 ; 14 : 06$ . Le rapport de  $a$  à  $b$  s'accordera donc avec celui que donnent les observations.

Mais que la pesanteur eut l'attraction pour principe, on voit que  $\frac{f}{p}$  égalant  $\frac{1626}{12167}$ , cette quantité mise à la place de  $\frac{f}{p}$  dans la formule  $\frac{505 \times f}{400 \times p}$  donneroit  $\frac{82113}{486680}$



pour l'excès du rayon  $CA$  sur le demi-axe  $CB$  ; donc le diametre  $Aa$  seroit à l'axe  $Bb$  comme 7 à 6, proportion bien différente de celle qui se tire des observations.

Ajoutons à cela qu'en supposant que la densité fût plus grande autour du centre de Jupiter que par-tout ailleurs, comme M. Newton le suppose par rapport à la Terre, pour faire quadrer sa figure avec ce que l'expérience nous apprend sur la longueur du Pendule, il est clair que l'excès du rayon  $CA$  sur le rayon  $CB$ , augmenteroit encore ; aussi M. Newton veut-il que la masse de Jupiter soit autrement formée que celle de la Terre ; selon lui, ce n'est point le noyau de cette Planete qu'il faut épaisir par une addition de matiere, c'est le plan de son Equateur ; c'est que plus ce plan aura de densité, moins faudra-t'il l'élever pour le mettre en équilibre avec la colonne qui servira d'axe à la Planete. Mais puisque le principe de l'attraction ou de la tendance de toutes les parties de la matiere les unes vers les autres, demande autant de nouvelles ressources qu'on en fait d'applications différentes, & que loin de s'accorder avec les Phénomènes, il ne sert au contraire qu'à les défigurer, pourquoi ne s'en pas tenir au principe simple de l'impulsion avec lequel tout quadre dans la Nature.

#### ARTICLE XLIX.

Il reste à voir dans quel cas une masse centrale doit être surmontée d'un anneau. On a déjà vu (*Art. 6.*) qu'entre les corpuscules qui circulent librement dans un tourbillon, ceux qui se rencontrent aux points où leurs orbites se coupent, perdent une partie de leur mouvement, ce qui les oblige de décrire des Ellipses plus étroites que celles qu'ils tendoient à décrire ; or j'ajoute



que pendant qu'une partie de ces corpuscules se réunissent autour du centre commun des tendances, les autres dont les orbites sont moins alongées, s'approchent simplement des premières sans les atteindre, & qu'ainsi rien ne leur faisant obstacle, ils continuent de suivre leur cours : cependant comme ils se ramassent & qu'ils se resserrent vers les extrémités inférieures de leurs orbites, il est clair qu'il peut arriver qu'en se croisant dans le plan de l'Equateur déjà (*Art. 2.*) chargé de particules étrangères, ils s'y embarrassent & s'y arrêtent, & que par-là ils s'associent en quelque sorte à la masse centrale, en formant autour d'elle un anneau sensible plus ou moins éloigné de sa surface.

## ARTICLE L.

Ce que j'ai dit de la figure des masses centrales dont les mouvemens sont connus & soumis à nos calculs, doit pareillement se dire de celles dont les apparitions ne sont point encore déterminées, & auxquelles on donne le nom de Cometes.

Les Cometes occupent les centres de ces tourbillons particuliers, qui, de la maniere qu'ils se sont formés (*Diff. 6. Art. 28. & 29.*) ont dû commencer à décrire leurs orbites avec des mouvemens, ou moins prompts, ou autrement dirigés que ceux des couches spheriques entre lesquelles ils ont pris naissance.

Si les masses centrales de ces tourbillons subalternes paroissent mal terminées, & que souvent même on les voye changer de figure, c'est que pour l'ordinaire nous ne les voyons qu'à travers les vapeurs fuligineuses qui les enveloppent ; car comme elles décrivent pour la plupart des orbites extrêmement alongées, il doit sou-

vent



vent arriver qu'en passant dans le voisinage du Soleil , elles s'échauffent de maniere que leurs parties volatiles cedant à l'impression du mouvement qui les agite , s'échappent de toutes parts , & forment une espece de fumée , qui tantôt se raréfiant , tantôt se condensant , fait prendre en apparence mille formes différentes aux masses qu'elles enveloppent. *Capita Cometarum atmosphæris ingentibus cinguntur , & atmosphære infernè densiores esse debent , unde Nubes sunt , non ipsa Cometarum corpora , in quibus mutationes illæ visuntur.* M. Neuton pag. 444.

Je ne suppose rien ici que les observations ne confirment. On sçait , par exemple , que la Comete qui parût en 1680. passa plus de 167 fois plus près du Soleil que n'en est la Terre à sa moyenne distance ; or la chaleur que produit le Soleil étant comme la densité de ses rayons , & leur densité croissant autant que décroissent les quarrés des distances au sommet de l'angle de leurs divergences , la chaleur qu'éprouva la Comete à son Perihelie dût être à peu près vingt-huit mille fois plus grande que n'est celle que nous éprouvons en Eté , c'est-à-dire , que , suivant le calcul des Phisiciens , cette chaleur fût à celle du fer en fusion , comme 100 à 1.

Si plusieurs Cometes ont des queuës , c'est que comme on l'a déjà dit (*Diff. 7. Art. 39.*) les vapeurs qui s'échappent de leurs masses embrâsées , sont chassées au loin & dirigées par les rayons du Soleil , auxquels mille expériences nous obligent de donner de la force.

Les Cometes qui n'ont point de queuës sont apparemment celles qui dans leurs cours ne s'approchent point assez du Soleil pour prendre feu , ou qui en s'éloignant de leur Perihelie , ont eu le tems de se refroidir.

Les Cometes qui conservent leur chaleur pendant tout



le tems qu'elles employent à faire leurs révolutions ; reviennent de leurs aphelies vers le Soleil avec des queuës beaucoup plus courtes que celles qu'elles offrent à nos regards , après qu'elles ont passé par leur Perihelie , & qu'elles ont acquis de nouveaux degrés de chaleur ; & cela seul justifie tout ce qui vient d'être dit. *Universaliter caudæ omnes maximæ & fulgentissimæ è Cometis oriuntur statim post transitum eorum per regionem Solis ; conducit igitur calefactio Cometæ ad magnitudinem caudæ , & inde colligere videor quod cauda nihil aliud sit quam vapor longè tenuissimus , quem caput seu nucleus Cometæ per calorem suum emittit.* M. Neuton, *Lib. 3. De Mundi sistemate*, p. 467.





Fig. 1

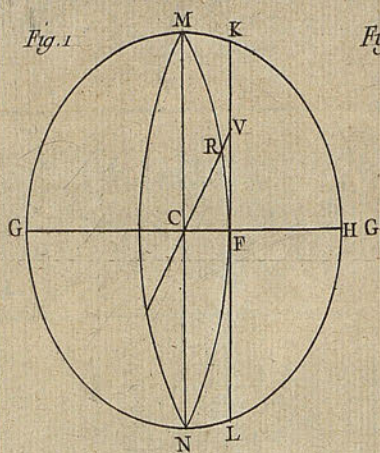


Fig. 2

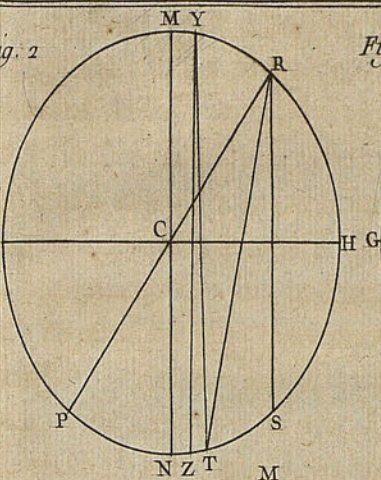


Fig. 3

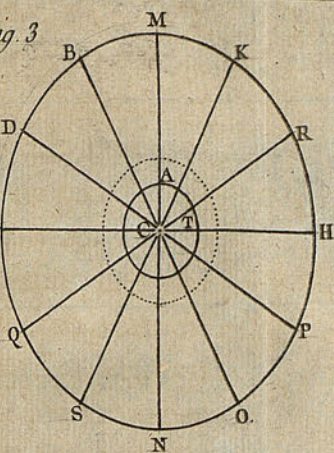


Fig. 4

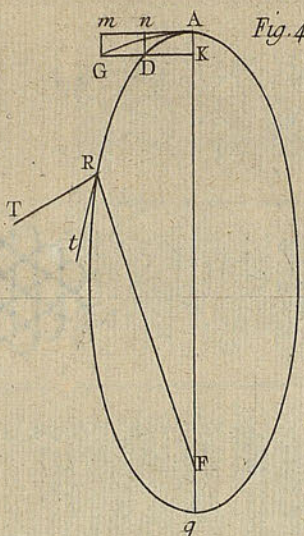


Fig. 6

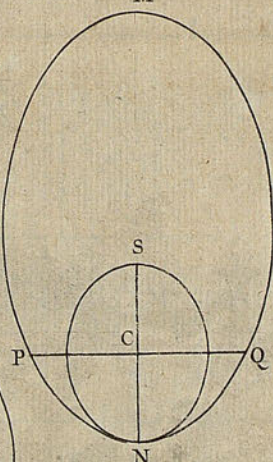


Fig. 5

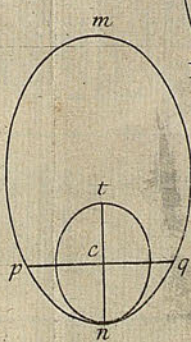


Fig. 7

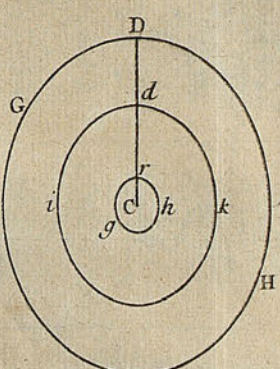


Fig. 9

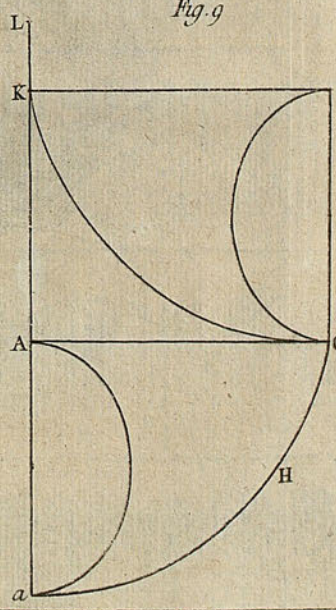
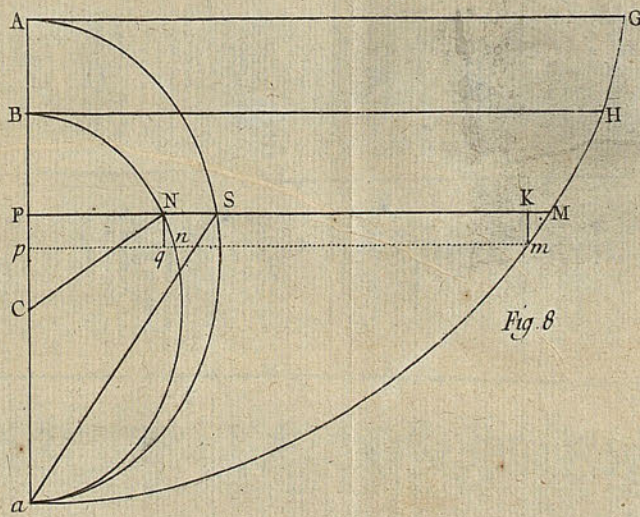
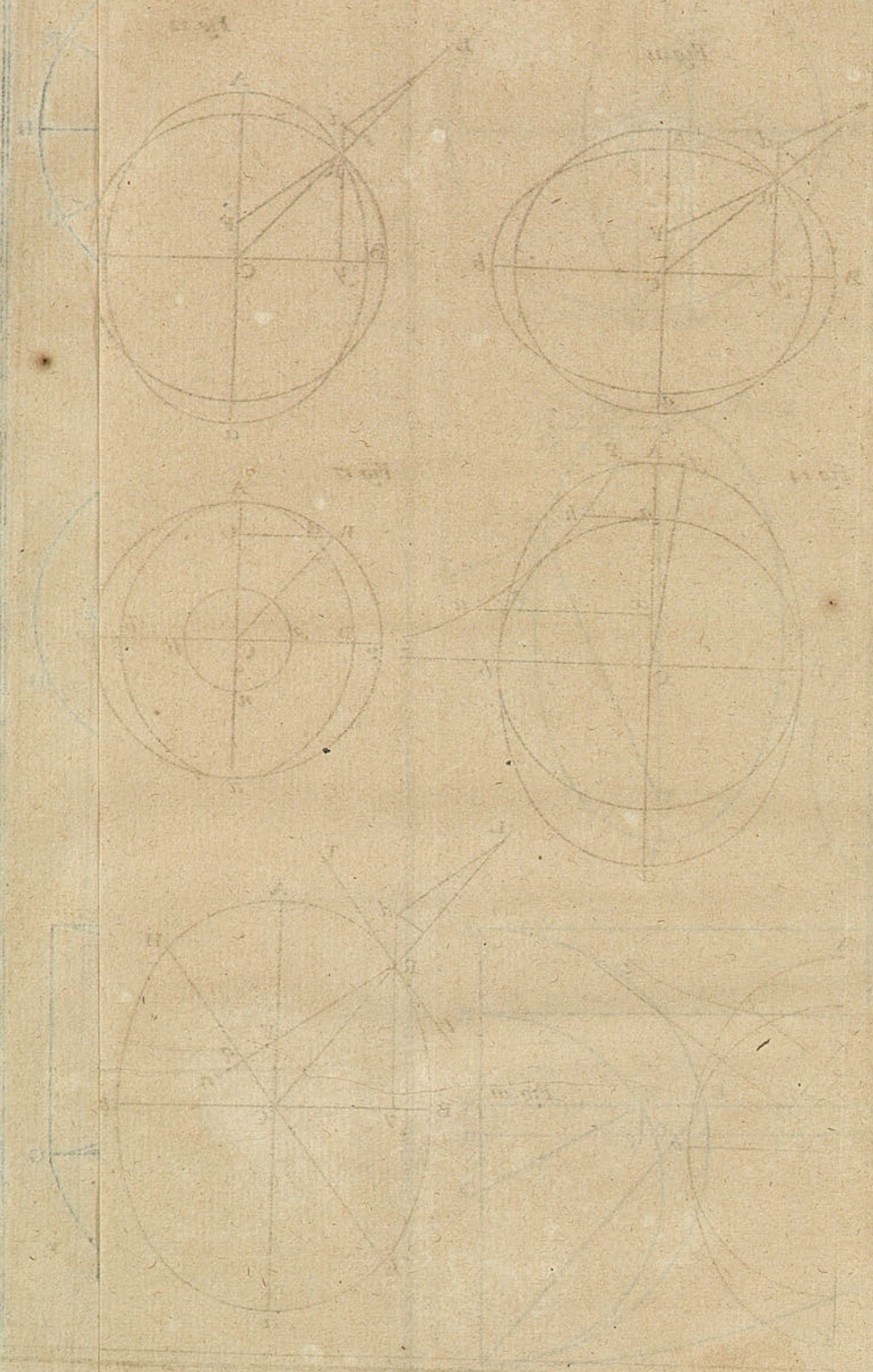


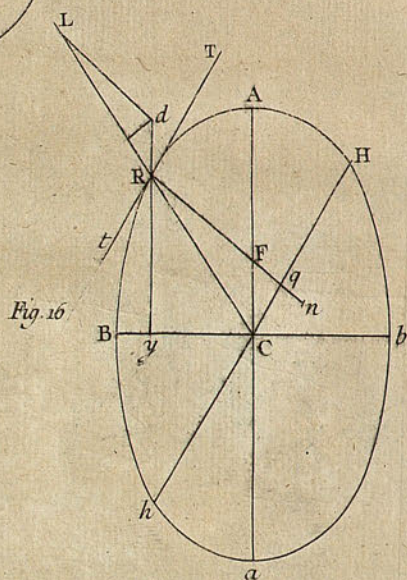
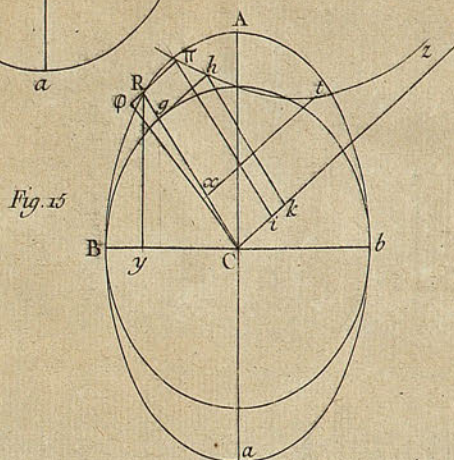
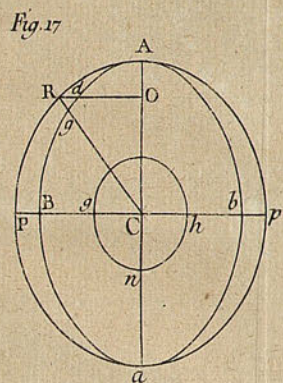
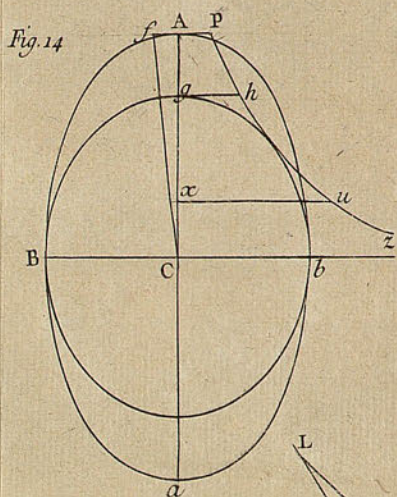
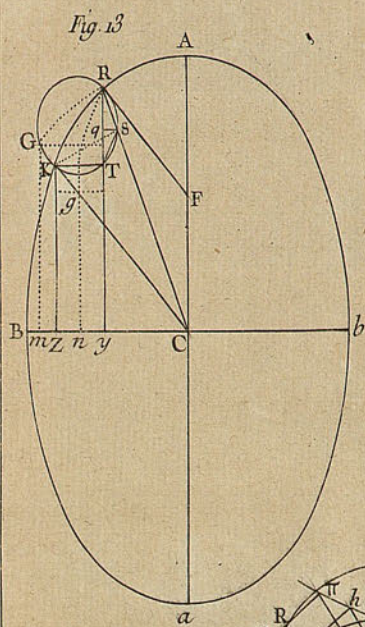
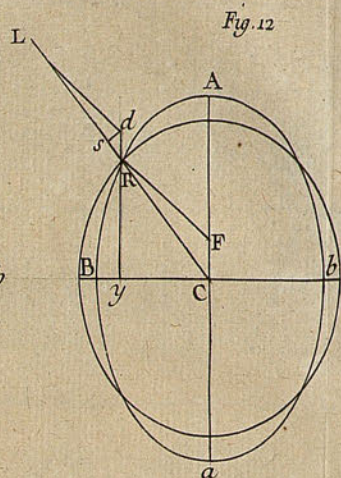
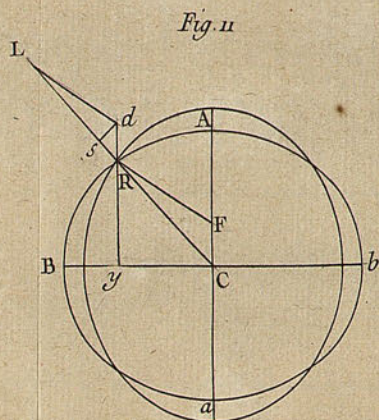
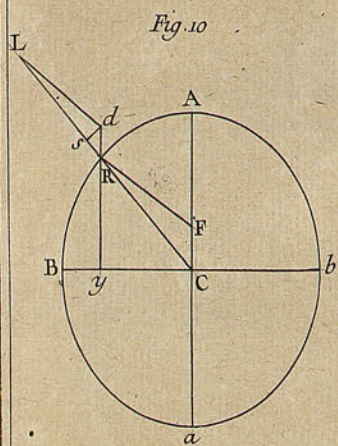
Fig. 8



















*Cochin Pinx. inv. et. Sculp. par.*

# PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA NATURE,

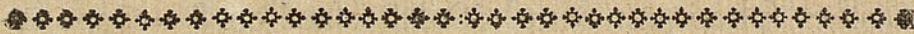
APPLIQUÉS

AU MECANISME ASTRONOMIQUE,

ET COMPARÉS

AUX PRINCIPES DE LA PHILOSOPHIE

DE M. NEWTON.



NEUVIÈME DISSERTATION.

*Limitation des Principes que suppose le Méchanisme arstonomique.*

## ARTICLE I.



N expliquant les Phénomènes que j'ai déjà parcourus, j'ai fait trois suppositions différentes.

La première, que l'Ether est parfaitement fluide.

La seconde, que les tourbillons sont toujours infini-



ment grands, soit par rapport aux tourbillons subalternes, auxquels ils donnent la loi, soit par rapport aux masses sensibles qui se forment autour de leurs centres.

La troisième supposition que j'ai faite, c'est qu'il n'y a point de tourbillons dont la figure ne soit exactement sphérique.

Mais parce que j'ai donné trop d'étendue à chacune de ces suppositions, je les corrige & les limite dans cette Dissertation; & c'est en les limitant que je rends raison du reste des Phénomènes astronomiques, de ceux dont je n'ai pas fait mention dans les Dissertations précédentes.

## ARTICLE II

On voit d'abord que si l'éther n'est pas infiniment fluide, les mouvemens translatifs des Planètes ou ceux de leurs tourbillons, doivent au moins éprouver quelque altération sensible.

Cela posé, soit *ABab* (*Fig. 1.*) l'Equateur du tourbillon du Soleil, *RFK*, *QEH*, *OMN*, les Sections des couches sphériques dont le Soleil placé en *S* occupe le centre, *GNHK* le tourbillon particulier d'une Planète, & *Pp* son axe projeté; si on veut que l'orbite de la Planète soit couché sur le plan *ABab*, & que les couches sphériques du grand Tourbillon aient le même Equateur que le Soleil, & qu'elles tournent de *A* vers *B*, il est clair que comme les couches inférieures auront plus de vitesse que les couches supérieures, l'hémisphère *GTHN* tourné vers *S*, recevra l'impression la plus forte, lorsque le tourbillon *GNHK* avancera moins vite que la matière étherée, & que l'hémisphère *GTHK* opposé au centre *S*, éprouvera la plus grande résistance, lorsque



la matiere étherée aura moins de vitesse que le tourbillon de la Planete ; donc dans ces deux cas la masse entiere GNHK tournera d'Orient en Occident sur un axe parallele à celui du grand tourbillon , & dont les extremités seront censées se confondre avec les Pôles del'équateur ABab , à cause de la distance indéfinie des étoiles fixes ; donc si les Pôles P & p ne répondent pas aux extremités de cet axe , ils seront obligés de tourner contre l'ordre de ces signes autour des Pôles du Soleil , qu'on suppose ici devoir être les mêmes que ceux de son tourbillon ; & delà naîtra la pression des équinoxes de la Planete ; c'est qu'alors les nœuds communs de son Equateur & de l'orbite qu'elle décrira , auront un mouvement rétrograde.

On voit bien que dans la supposition que l'éther manquant de fluidité , il faudroit avoir égard à la longueur des filets tangens qui frapperoient le tourbillon de la Planete ou qui lui résisteroient , & alors on se retrouveroit dans le cas de la percussion des solides ; les forces impulsives ou répulsives seroient entr'elles comme les vitesses multipliés par les filets-tangens ; au lieu que dans les fluides infiniment fluides ces forces (*Diff. 5. Art. 27.*) doivent être comme les quarrés des vitesses. Il faut donc avoir plus ou moins d'égard à la grandeur des cercles de matiere qui font impression sur le tourbillon GNHK , suivant qu'on épaissit plus ou moins le fluide de l'éther.

Supposons maintenant que LSl (*Fig. 2.*) le plan de l'orbite de la Planete soit incliné sur BSb , le plan de l'Equateur du grand tourbillon QBqb vû d'un point infiniment élevé au-dessus du nœud S , & que la Planete se trouve hors du plan BSb , on concevra que si les parties RTN & NTr de l'hémisphere inférieur RNr étoient



également frappées, ou que les parties  $RTn$  &  $nTr$  de l'hémisphère supérieur  $Rmr$ , fussent également repoussées, la masse totale  $RNrm$  tourneroit sur un axe  $Rr$  perpendiculaire au rayon vecteur  $ST$ , & qu'ainsi en prenant  $MSm$  pour l'axe de l'orbite  $LSl$ , & supposant que le tourbillon de la Planete fût à sa plus grande latitude par rapport au plan  $BSb$ , l'axe  $Rr$  sur lequel tourneroit ce tourbillon d'Orient en Occident deviendrait parallèle à l'axe  $MSm$ .

Mais on voit que dans le cas dont il s'agit, le côté  $NTr$  doit être plus frappé que le côté  $RTN$ ; car si du centre  $S$  on décrit l'arc  $ef$  qu'on suppose partagé en deux arcs égaux par le plan de l'orbite  $LSl$ , quoique la matière pousse les points  $e$  &  $f$  avec des vitesses égales, le point  $f$  recevra cependant l'impression la plus forte, parce qu'il sera frappé par le plus grand filet tangent, ce qui déterminera la masse sphérique à tourner sur un axe  $Zz$ , qui du côté de  $Z$  fera avec le rayon vecteur  $ST$  un angle plus ou moins aigu, suivant que le centre des forces actives s'abaissera plus ou moins au-dessous du plan  $LTl$ ; donc en supposant que la Planete à sa plus grande latitude aille moins vite que la matière, le point  $z$  rapporté au ciel des étoiles fixes, s'abaissera au-dessous du Pôle  $M$  en s'éloignant du point  $Q$  pris ici pour le Pôle du Soleil.

Si on supposoit que la matière avançât moins vite que la Planete, comme les filets tangens qui dans ce cas résisteroient à la partie orientale cachée derrière  $nTr$ , seroient plus grands que ceux qui résisteroient à la surface cachée derrière  $RTn$ , il est clair que la Planete quoiqu'à sa plus grande latitude, tourneroit sur un axe  $Vu$ , qui du côté de  $V$  feroit avec le rayon  $ST$  un angle plus ou moins obtus, suivant que le centre des forces réactives s'abaisseroit plus ou moins au-dessous du plan  $STn$ ,



& qu'ainsi le point V rapporté au ciel des étoiles fixes, se trouveroit entre les Pôles M & Q.

Mais parce que dans un fluide tel que l'éther, la longueur des filets tangens n'ajoute presque rien à la force de l'action ou de la réaction de la matiere, le point V ou Z qui termine l'axe autour duquel circule le Pôle de la masse  $RN^m$  lorsqu'elle est à 90 degrés de ses noeuds, doit se trouver extrêmement proche du Pôle M, d'où il suit que si le point C partage l'arc MQ en deux parties égales, & qu'autour de ce point on décrive une ovale étroite qui ait QM pour grand axe, la Peripherie de cette ovale pourra être prise sans erreur pour le lieu des différens points autour desquels tournera le Pôle de la masse  $RN^m$ , pendant que cette masse ira de l'un de ses noeuds à l'autre.

Puisque dans le tems qu'une Planete fait sa demi-révolution annuelle, ses Pôles tournent successivement autour de différens points pris dans le ciel, il est clair que son axe propre celui sur lequel elle a son mouvement journalier, doit nécessairement balancer tantôt dans un sens tantôt dans un autre.

C'est à M. Newton qu'on doit la premiere idée du balancement annuel de l'axe de la Terre, il est vrai que les Astronomes s'étoient déjà appercûs de quelques variations periodiques dans les latitudes des étoiles fixes, mais, selon eux, ces variations n'étoient qu'apparentes; elles étoient seulement causées par la différence des réfractions toujours relatives aux différentes temperatures de l'air.

Il faut remarquer que la vitesse du mouvement circulaire des Pôles de la Planete, ne dépend point de la différence du mouvement absolu de son tourbillon & du



mouvement de la matiere , elle dépend de la différence de leurs mouvemens pris de même part & suivant la direction des tangentes aux cercles que la matiere étherée décrit parallelement au plan de l'Equateur du tourbillon du Soleil ; car si Ty exprime le mouvement absolu de la Planete dans son orbite Ll, & que Tx exprime le mouvement de la matiere dans le cercle Dd parallele au grand cercle Bb, on concevra qu'en abaissant sur Dd la perpendiculaire yx, cette perpendiculaire exprimera la force avec laquelle la Planete percera les plans paralleles à l'Equateur Bb ; or le mouvement Ty ainsi décomposé, il est évident que tous les points qui dans l'hémisphere soutenu sur le plan Dd, se trouveront également éloignés du point G le plus élevé au-dessus de ce plan, pousseront également de toutes parts la matiere qui s'opposera à leur mouvement suivant la direction xy ; donc l'inégalité des impressions qui obligeront les Pôles de la Planete à tourner d'Orient en Occident, aura son principe dans la différence des mouvemens dirigés parallelement aux plans Bb ou Dd.

Il suit delà que pour peu que le plan de l'orbite Ll s'élève au-dessus du plan de l'Equateur Bb, on peut supposer sans erreur que les filets tangens des cercles paralleles, tels que Bb & Dd, frappent toujours la partie occidentale du tourbillon de la Planete, lors même que le mouvement absolu de la matiere est supposé moins prompt que celui du centre du tourbillon ; cette supposition paroîtra d'autant plus legitime, qu'il sera démontré dans la suite que les Planetes à leurs moyennes distances, ont toujours moins de vitesse absolue que la matiere.

Supposons maintenant que le Pôle de la Planete rapporté



porté au Ciel des étoiles fixes , réponde au point P pris sur la surface de l'hémisphere projeté  $QBqb$ , je dis qu'à chaque demi-révolution annuelle de la Planete, ce Pôle qui sera censé tourner autour du point C d'Orient en Occident, suivant la direction PI, s'approchera nécessairement du point M, & ne cessera de s'en approcher que quand il aura atteint le demi-cercle de latitude  $MBm$ , après quoi passant dans l'hémisphere opposé, il commencera à s'éloigner de ce point, & s'en éloignera toujours de plus en plus, jusqu'à ce qu'il atteigne le demi-cercle de latitude  $MQbm$ ; ainsi en réunissant les points Z & V au point M, ce qu'on peut toujours faire sans erreur sensible, l'arc CM déterminera la quantité de degrez dont le point P s'approchera ou s'éloignera successivement du Pôle de l'orbite LS. Il suit delà que l'obliquité du plan de cet orbite sur celui de l'Equateur de la Planete diminuera pendant que le Pôle P tournera sur l'hémisphere  $QBqb$ , & qu'elle augmentera lorsque ce Pôle achevera sa révolution sur la surface de l'hémisphere opposé.

## ARTICLE III.

Au reste, comme le mécanisme de la Nature ne comporte aucune précision mathématique, on ne peut gueres présumer que les différentes couches spheriques d'un même tourbillon, ayent toutes pour axe celui de la masse centrale qu'elles enveloppent, on a même des preuves du contraire.

Supposons que K (Fig. 3.) marque le premier degré de l'Ecrevisse, ce sera dans le colure  $MPm$  que se trouveront les Pôles de la Terre; soit P son Pôle Septentrional distant de 23 degrez 29 minutes de l'extrémité M de l'axe  $Mm$ , comme du tems d'Hipparque le grand cercle  $M\pi km$ , où étoit ce Pôle, coupoit l'Ecliptique BC en un point k, plus occidental de  $26^d 41' 24''$  que le point K, & qu'alors

M m



le Pôle Septentrional de la Terre placé au point  $\pi$ , se trouvoit éloigné de  $23^d 51'$  du point M, il est clair qu'en supposant la corde  $P\pi$  coupée en deux parties égales par un grand cercle  $Nn$ , ce sera autour de l'un des points de la circonference de ce cercle qu'aura tourné le Pôle de la Terre en avançant d'Orient en Occident; que N marque ce point, il suivra de ce qu'on vient de démontrer (*Art. 2.*) qu'en prenant  $Mq$  double de MN, le point  $q$  fera le Pôle de la couche sphérique dans l'épaisseur de laquelle la Terre aura son Aphelie & son Perihelie, qu'ainsi le Pôle  $q$  & le Pôle M se trouveront partagés dans les deux hemispheres que séparera le grand cercle  $Nn$ ; ce qui sera toujours également vrai, quelle que soit la position du point N sur la circonference de ce cercle.

Maintenant que l'on prenne l'arc KF de 110 degrez; le point F marquera le dixième degré des Poissons; ainsi en décrivant le grand cercle MFm, on aura le Pôle Septentrional du Soleil (*Dis. prélim. page v.*) en un point S, éloigné de 7 degrez & demi du Pôle de l'Ecliptique; Donc puisque le Pôle S & le point  $q$  seront partagés dans les deux hemispheres que séparera le cercle  $Nn$ , l'axe du Soleil sera différent de celui que terminera le point  $q$ , ou qui passera par ce point.

Ajoûtons à cela qu'en supposant qu'on pût s'assurer d'une position intermediaire  $h$  du Pôle de la Terre, l'intersection des deux grands cercles qui couperoient perpendiculairement en deux parties égales les cordes  $\pi h$  &  $hP$  de l'arc  $\pi P$ , donneroient au juste la position du point N, & par conséquent celle du point  $q$ , & sa distance au Pôle S; on auroit donc aussi l'Equateur de la couche sphérique, qui auroit  $q$  pour Pôle, & l'angle que feroit le plan de cet Equateur avec celui de l'Ecliptique.



Mais il faut observer que si le Pôle de la Terre tourne régulièrement autour du point N pris entre les points M & q, le mouvement des nœuds de l'Equateur de la Terre pris relativement au plan de l'Ecliptique, ne peut être uniforme; aussi la plupart des Astronomes soupçonnent-ils maintenant que la rétrogradation des points Equinoxiaux n'est point régulière.

## ARTICLE IV.

Le mouvement des nœuds des Planetes principales, est une suite nécessaire des principes que je viens d'établir en corrigeant ma première supposition.

Soit encore Bb l'Equateur de la couche spherique qu'on suppose renfermer dans son épaisseur l'Aphelie & le Perihelie de la Planete qui décrit l'orbite LSl (Fig. 4. & 5.) de plus, soit FG le mouvement de cette Planete dans un tems déterminé, il est clair que si ce mouvement change de direction, & que la Planete sorte de son plan du côté qui regardera l'Equateur Bb, & qu'elle décrive FI au lieu de FG, le nœud commun S rétrogradera vers R, & qu'au contraire ce nœud avancera vers T suivant l'ordre des signes, en supposant que la Planete sorte de son orbite du côté opposé au plan Bb, & qu'elle décrive FH au lieu de FG.

Cette observation faite, & regardant le mouvement FG (Fig. 6.) comme composé des mouvemens Fx & xG, le premier dirigé parallèlement au plan de l'Equateur Bb, l'autre dirigé suivant la perpendiculaire sur ce plan, si on suppose que la Planete en s'approchant de l'Equateur Bb, aille plus vite que la matiere étherée suivant la direction Fx, & que du mouvement Fx soit retranché xp, à cause de la résistance du fluide, le nœud S rétrogradera vers R; ou si la Planete va plus lentement que la matiere suivant la même direction, & qu'à son



mouvement  $Fx$  soit ajouté le mouvement  $xy$ ; le nœud  $S$ , avancera vers  $T$ .

Ce sera le contraire quand la Planete s'éloignera du plan  $Bb$  (*Fig. 7.*); car que son mouvement pris suivant la direction  $Fx$  soit plus prompt que celui de la matiere étherée, & que de ce mouvement soit retranché  $xp$ , le nœud  $S$  avancera vers  $T$ ; & si le mouvement  $Fx$  de la Planete est plus lent que celui de la matiere, & qu'à son mouvement soit ajouté  $xy$ , le nœud  $S$  rétrogradera vers  $R$ .

Pour ce qui regarde le mouvement  $xG$  (*Fig. 8.*), il est clair qu'en supposant que les plans de matiere paralleles à l'Equateur  $Bb$  lui fassent obstacle, & qu'ils le réduisent au mouvement  $xz$ , le nœud  $S$  avancera vers  $T$ , ou rétrogradera vers  $R$ , suivant que la Planete s'approchera du plan  $Bb$ , ou qu'elle s'éloignera de ce plan.

Au reste, nous n'avons jusqu'ici que des compensations plus ou moins exactes; mais il est aisé de faire voir que, sans avoir égard à ces compensations, & conformément à ce que nous apprennent les observations astronomiques, les nœuds des Planetes principales doivent nécessairement se mouvoir suivant l'ordre des Signes.

On a vû (*Art. 2.*) que pour peu que la masse spherique  $RNrn$  (*Fig. 2*) d'un tourbillon particulier, se trouve élevé au-dessus de l'Equateur  $Bb$  du grand tourbillon, la partie  $NTr$  de l'hémisphere inférieur, & la plus voisine du plan de l'Equateur  $Bb$ , est toujours plus frappée que la partie  $RTN$  du même hémisphere; donc puisque le centre des forces se trouve au-dessous de  $ST$ , il faut que, suivant la loi commune de la percussion, le centre de la masse s'élève au-dessus du plan de l'orbite  $Ll$ , & qu'il sorte de ce plan du côté opposé au plan de l'Equateur  $Bb$ ; donc, soit que la Planete s'éloigne, ou qu'elle s'approche de cet Equateur, les nœuds de son



orbite doivent nécessairement se mouvoir suivant l'ordre des Signes. Il en seroit de même si on supposoit que la Planete avançât plus vite que la matiere, c'est qu'alors la partie occidentale cachée derriere  $nTr$  éprouveroit une plus grande résistance (*Art. 2.*) que la partie cachée derriere  $RTn$ , & qu'ainsi le centre des forces répulsives se trouveroit encore au-dessous de la ligne  $STn$ .

Plus une Planete s'élève au-dessus du plan de l'Equateur  $Bb$ , plus les impressions que reçoivent les parties  $NTr$   $NTR$ ,  $nTr$   $nTR$  sont inégales, & plus par conséquent la Planete doit s'écarter du plan  $Ll$  du côté opposé à celui qui regarde l'Equateur  $Bb$ .

Plus une Planete s'élève au-dessus de son plan dans un tems donné, plus ses nœuds doivent avancer ; car que la Planete en partant du point  $F$  (*Fig. 9.*) sorte de son orbite  $Ll$ , & qu'elle décrive l'arc  $FH$  dans le tems qu'elle employeroit à décrire l'arc  $FG$ , son nœud  $S$  pris sur l'Equateur  $Bb$  avancera de  $S$  en  $T$  ; mais si on supposoit que dans un tems égal elle s'élevât jusqu'au point  $K$ , son nœud avanceroit de  $S$  en  $V$ .

Comme la force qui oblige la Planete à s'élever au-dessus du Plan  $Ll$  lui est continuellement appliquée, il est clair que la hauteur à laquelle elle s'élève en tendant à décrire un arc déterminé  $FG$  de son orbite  $Ll$ , est proportionnelle à la force qui la pousse, multipliée par le quarré du tems qu'elle employeroit à parcourir l'arc  $FG$  ; or si on suppose que les différences des filets tangens & les directions de leurs mouvemens restent les mêmes, la force qui obligera la Planete à s'élever au-dessus du plan  $Ll$ , ne dépendra plus que de la différence de sa vitesse & de celle de la matiere ; cette force sera donc proportionnelle à la vitesse respective élevée à une puis-



fance qui aura pour exposant un nombre plus petit que 2 (*Diff. 5.*) puisque la fluidité de l'éther n'est pas infinie, & plus grande que 1, puisque l'éther est fluide; ainsi en désignant ce nombre par  $2 - x$ , & nommant  $u$  la vitesse respective ou la différence des vitesses, &  $t$  le tems de la révolution de la Planete ou celui qu'elle emploieroit à décrire un arc déterminé de son orbite, on aura  $u^{2-x} \times tt$  proportionnel à la force qui obligera la Planete à s'élever au-dessus du plan  $Ll$ ; mais si la vitesse  $u$  devenoit  $nu$ , expression où l'on suppose que  $n$  marque- roit un nombre positif, entier ou rompu, la force qu'au- roit la Planete pour s'élever au-dessus de son orbite de- viendrait  $\frac{n^{2-x} u^{2-x}}{nn} \times \frac{tt}{nn}$ : & si  $n$  exprimoit un nombre plus petit que 1, comme dans ce cas  $\frac{n^{2-x} u^{2-x}}{nn} \times \frac{tt}{nn}$  sur- passeroit  $u^{2-x} \times tt$ , le mouvement angulaire des nœuds pris relativement au tems de la révolution de la Planete en deviendrait plus grand.

Que l'orbite  $Ll$  vint à s'étendre, il est clair qu'afin que le mouvement angulaire de ses nœuds restât tou- jours le même, il faudroit que la vitesse de la Planete & celle de la matiere augmentassent dans la même pro- portion qu'augmenteroit le diametre de l'orbite; mais si ces vitesses diminuoient, comme en effet elles diminuent dans la Nature (*Diff. 6. Art. 17.*), je dis que, suivant ce qui vient d'être démontré, le mouvement angulaire des nœuds de la Planete pris relativement au tems de sa révolution autour du Soleil en deviendrait plus grand; ce mouvement surpasseroit donc celui qu'auroient ses nœuds, en supposant qu'elle parcourut l'orbite la moins étendue.



Il fuit delà que , plus les Planetes font élevées , toutes choses fupposées égales d'ailleurs , plus leurs nœuds doivent avancer dans les tems respectifs qu'elles employent à faire leurs révolutions autour du Soleil.

## ARTICLE V.

Le même mécanisme qui fait mouvoir les nœuds des Planetes , fait encore varier l'inclinaison des plans de leurs orbites ; car qu'une Planete sorte du plan de la fienne du côté opposé à celui qui regarde l'Equateur de la couche fpherique dans laquelle elle fait fa révolution , on voit qu'il faut de néceffité que l'angle que font les deux plans , ou s'ouvre , ou fe refferre , fuivant que la Planete ou s'éloigne , ou s'approche du nœud dont fon lieu phifique eft le plus voifin ; car , qu'en s'approchant du plan *Bb* (*Fig. 4.*) elle décrive l'arc *FH* , au lieu de l'arc *FG* , l'angle *FTB* deviendra plus aigu que l'angle *FSB* ; mais qu'en s'éloignant du plan *Bb* (*Fig. 5.*) elle décrive l'arc *FH* , au lieu de l'arc *FG* , l'angle *FTb* deviendra plus ouvert que l'angle *FSb* ; ainfi que la Planete parte de fon nœud *S* , & qu'elle s'en éloigne de 90 degrés , l'angle que fera le plan de fon orbite avec le plan *Bb* , s'ouvrira de plus en plus ; qu'elle aille enfuite jufqu'au nœud opposé à celui dont elle étoit partie , l'angle que feront les deux plans fe reffertera autant qu'il s'étoit ouvert.

Quelque foible que foit la caufe du mouvement des nœuds d'une Planete , comme ce mouvement fubfifte toujours le même , & que rien n'en change la direction , fa trace doit enfin devenir fenfible. Il n'en eft pas ainfi du changement d'inclinaison de l'orbite de la Planete ; il ne peut donner prife aux observations comparées , à



cause du court espace de tems dans lequel se font les oscillations de l'orbite, c'est que chaque balancement ne dure que le tems qu'emploie la Planete à faire à peu près le quart de sa révolution.

On verra dans la suite qu'une cause supérieure à celle qui fait mouvoir les nœuds des Planetes principales suivant l'ordre des Signes, oblige ceux de la Lune à se mouvoir en sens contraire; on verra aussi que le balancement sensible de l'orbite de cette Planete subalterne naît du principe d'où se tire la prompte rétrogradation de ses nœuds.

#### ARTICLE VI.

Ainsi en limitant ma premiere supposition, en supposant que la matiere ait quelque prise sur les Planetes par son mouvement translatif, on voit qu'elle doit faire varier & la position de leurs axes, & celle des plans de leurs orbites. J'ajoute qu'elle doit encore altérer la proportion des tems & des aires que décrivent leurs rayons vecteurs; c'est qu'il est démontré (*Diff. 3. Art. 6.*) qu'afin que cette proportion fût exactement gardée, il faudroit que les Planetes circulassent comme si elles étoient dans le vuide, & qu'elles ne fussent que pesantes.

#### ARTICLE VII.

Ma seconde supposition a pareillement besoin d'être limitée, car un tourbillon quelque grand qu'il soit, n'a jamais qu'un rapport fini avec les tourbillons particuliers auxquels il donne la loi, ou avec la masse sensible qui se forme autour de son centre; mais cela supposé on voit que les Planetes ne peuvent recevoir toute la vitesse réactive des colonnes qui les poussent vers le centre commun



commun des tendances ; car que le corps C ayant un degré de vitesse, frappe le corps P supposé en repos, la vitesse communiquée au corps P dans l'instant du choc, sera à la vitesse du corps C avant le choc, comme  $\frac{C}{C+P}$  à  $\frac{C}{C}$  ; donc en supposant que le rapport de C à P soit fini, la vitesse  $\frac{C}{C+P}$  qu'acquerra la masse P sera plus petite que la vitesse primitive  $\frac{C}{C}$ .

## ARTICLE VIII.

Il suit delà que le rapport des différentes pesanteurs d'une même Planete qui en décrivant son orbite elliptique, s'approche ou s'éloigne du centre vers lequel elle est poussée, est toujours plus grand que le rapport renversé des quarrés de ses distances à ce centre ; car soit P la masse du tourbillon particulier d'une Planete qui décrit l'orbite RrH (*Fig. 10.*) autour du centre F du grand tourbillon ABC, si on nomme R la distance FR, r la distance Fr, C la colonne RA, & B la colonne rB, il est évident qu'en supposant que le rayon R soit plus grand que le rayon r, la colonne C sera plus petite que la colonne B ; or suivant ce qu'on a démontré (*Diff. 2. Art. 15. & Diff. 6. Art. 73.*) l'impression que recevra la masse P au point R, sera à celle qu'elle recevra au point r, comme  $\frac{C}{C+P} \times \frac{1}{RR}$  à  $\frac{B}{B+P} \times \frac{1}{rr}$  ; donc puisque la fraction  $\frac{C}{C+P}$  sera plus petite que la fraction  $\frac{B}{B+P}$ , le rapport des pesanteurs de la Planete aux points



$R$  &  $r$ , comme aux autres points de son orbite, sera toujours plus grand que le rapport renversé des quarrés des distances  $FR$  &  $Fr$ , ce qui dérogera au principe que suppose la seconde partie de la loi de Kepler; c'est-à-dire que les traces Elliptiques du mouvement des Planetes seront alterées; mais de quelle façon le feront-elles? c'est ce que nous allons examiner.

### ARTICLE IX.

D'abord il faut observer que si une Planete, pesant toujours vers  $F$  (Fig. II.) & partant d'un point quelconque  $R$ , tend à décrire dans un instant la ligne infiniment petite  $RT$ , faisant avec le rayon  $FR$  un angle déterminé, & que du point où elle doit arriver en conséquence de sa vitesse  $RT$  & de sa force centripete, on abaisse une perpendiculaire sur  $FR$ , cette perpendiculaire sera toujours égale à elle-même, quelque vitesse qu'ait la Planete pour s'approcher du foyer  $F$ ; car qu'elle s'en approche avec la force centripete  $Rx$ , elle décrira la diagonale  $RV$ ; qu'elle s'en approche avec la force  $Ry$ , elle décrira la diagonale  $Rv$ , donc les lignes  $RxyF$ , &  $TVv$  étant paralleles, les perpendiculaires  $VK$  &  $UQ$  seront égales.

### ARTICLE X.

Il faut encore observer que les Parametres des différentes Sections dont la Planete pourra décrire l'Element en partant du point  $R$  avec une vitesse & une direction exprimée par  $RT$ , seront entr'eux en raison renversée des forces centripetes, avec lesquelles ces différentes sections pourront être décrites; car supposant les mêmes choses que dans l'Article précédent, &



nommant  $Rx$   $x$ ,  $Ry$   $y$ ,  $VK$  &  $UQ$   $K$ , si  $RV$  est l'Element de la Section que commence à décrire la Planete avec la force centripete  $x$ , le Parametre de cette

Section égalera (*Diff. 7. Art. 26.*)  $\frac{KK}{x}$ ; de même si  $RU$  est l'Element de la section que commence à décrire la Planete avec la force centripete  $y$ , le Parametre de la Section sera  $\frac{KK}{y}$ ; donc en nommant  $P$  &  $p$  ces Para-

metres, on aura  $P, p :: \frac{KK}{x}, \frac{KK}{y} :: \frac{1}{x} \frac{1}{y} :: y, x$ .

Il suit delà qu'une Planete dont les chutes initiales ne sont pas en raison renversée des quarrés des distances au centre commun des circulations, est continuellement sollicitée à décrire des Sections différentes; que la Planete tende à parcourir la ligne  $RT$  (*Fig. 12.*) avec sa vitesse acquise au point  $R$ , & que dans le même instant elle tende encore à parcourir la ligne  $Rx$  en conséquence de sa pesanteur vers le point  $F$ , on concevra que pour obéir aux deux impressions à la fois, elle décrira l'Element  $RV$  de l'Ellipse  $ARVa$ ; ainsi dans l'instant suivant, elle tendra à décrire la ligne  $Vt$  égale à la ligne  $RV$  dont elle fera le prolongement; or si la Planete en partant du point  $V$ , est poussée vers  $F$  avec une force  $VN$  qui soit à  $Rx$  en raison renversée des quarrés des distances  $FV$  &  $FR$ , elle décrira un second element  $VS$  de la même Section  $ARVa$ ; mais si elle est poussée vers  $F$  avec une force  $VM$  différente de la force  $VN$ , la trace  $Vq$  de son mouvement dans le second instant deviendra l'Element d'une Section dont le Parametre sera différent de celui de la Section  $ARVa$ ; qu'on nomme  $X$  la force  $VN$ ,  $mX$  la force  $VM$ , &  $p$  le Pa-



rametre de la Section  $ARVa$ , il est clair qu'en faisant cette proportion,  $\frac{1}{X}, \frac{1}{mX} :: p, \frac{p}{m}$ , on aura  $\frac{p}{m}$  pour le Parametre de la nouvelle Section que la Planete commencera à décrire en partant du point  $V$ ; donc si les chutes  $Rx$  &  $VM$  ne sont pas en raison renversée des quarrés des distances  $RF$  &  $VF$  au centre  $F$ , il faut que la Planete soit continuellement sollicitée à décrire des Sections différentes.

## ARTICLE XI.

Ces observations faites, je dis que puisque les différentes pesanteurs des Planetes suivent un plus grand rapport que le rapport renversé des quarrés de leurs distances au centre commun vers lequel sont dirigées leurs chutes initiales, les apsides des orbites qu'elles décrivent, doivent se mouvoir continuellement en avançant suivant l'ordre des Signes; car supposant qu'une Planete, en allant de son Aphelie vers son Perihelie, eut décrit l'Element  $RV$  (*Fig. 13.*) de la Section  $ARVa$  avec la vitesse  $RT$  & la force centripete  $Rx$ , si cette Planete arrivée au point  $V$ , étoit poussée vers le foyer  $F$  avec une force centripete qui fût à  $Rx$  en raison renversée des quarrés de ses distances  $RF$  &  $VF$ , elle continueroit de décrire la même Section; ainsi en nommant  $t$  la perpendiculaire menée du foyer  $F$  sur la tangente au point  $V$ ,  $r$  le rayon  $FV$ ,  $f$  le rayon  $Vf$  qui aboutiroit au foyer  $f$ , &  $p$  le Parametre de la Section, on auroit (*Diff. 7. Art. 17.*)  $f = \frac{prr}{4rt - pr}$ ; mais parce que les comètes s'allongeroient continuellement depuis l'Aphelie jusqu'au Perihelie,  $SV$  surpasseroit  $QR$ ; ainsi (*Art. 8.*)



l'impression que la colonne SV feroit sur la Planete au point V, feroit à l'impression Rx dans une plus grande raison que la raison renversée des quarrés des distances FR & FV ; donc (Art. 10.) le Parametre de la Section que commenceroit à décrire la Planete en partant du point V, deviendrait plus petit que celui de la Section ARVa. Supposons, par exemple, que  $m$  exprimant un nombre plus grand que l'unité, la force centripete de la Planete au point V fût à celle qu'elle devoit avoir à ce point pour continuer à décrire la même Section, comme  $mX$  à  $X$ , le Parametre  $p$  deviendrait (Art. 10.)

$\frac{p}{m}$  plus petit que  $p$ , donc la ligne Vf ou  $f$  s'accourceroit, elle ne vaudroit plus que  $\frac{prr}{4mtt-pr}$  ; ainsi en supposant qu'elle égalât Vg, le point  $g$  deviendrait le second foyer de la nouvelle Section que la Planete commenceroit à décrire en partant du point V ; donc l'axe  $ad$  de cette Section passeroit par les points F &  $g$ , & paroîtroit avoir fait avec l'axe  $aA$  le mouvement angulaire AFa, suivant l'ordre des Signes.

## ARTICLE XII.

Il est évident que le contraire arriveroit dans la supposition que le rapport des différentes pesanteurs d'une Planete fût plus petit que le rapport renversé des quarrés de ses distances au foyer F ; c'est qu'alors  $m$  valant moins que l'unité dans l'expression  $\frac{prr}{4mtt-pr}$  le rayon  $f$  s'allongeroit ; ainsi en supposant qu'il égalât VG (Fig. 14.) le mouvement angulaire des apsides deviendrait rétrograde ; mais parce que dans un tourbillon sphérique les



colonnes qui pèsent sur une Planète, s'allongent nécessairement depuis son aphélie jusqu'à son Périhélie, c'est toujours suivant l'ordre des Signes que se meuvent les apsidés de son orbite.

### ARTICLE XIII.

Il suit de ce qui vient d'être démontré que plus les colonnes qui s'appuient sur les différens points de l'orbite que décrit une Planète, s'éloignent du rapport d'égalité, plus les apsidés de cette orbite doivent avancer dans le tems d'une révolution.

### ARTICLE XIV.

Si dans un tourbillon ABC on imagine deux orbites  $RrH$ ,  $dgh$  semblables (*Fig. 10.*) mais inégales en grandeur, les colonnes  $AR$ ,  $Br$ ,  $CH$  qui s'appuieront sur les points  $R$ ,  $r$ ,  $H$ , s'éloigneront plus du rapport d'égalité que les colonnes  $Ad$ ,  $Bg$ ,  $Ch$  qui répondront aux points correspondans  $d$ ,  $g$ ,  $h$ ; donc dans le tems d'une révolution les apsidés de l'orbite  $RrH$  auront un mouvement angulaire plus grand que ceux de l'orbite  $dgh$ .

Comme dans le tourbillon du Soleil les différentes excentricités ne suffisent pas pour mettre entre les colonnes qui s'appuient sur les points des orbites inférieures un rapport d'inégalité aussi grand que celui qu'ont entr'elles les colonnes qui s'appuient sur les points correspondans des orbites supérieures, il est évident que les apsidés de celles-ci doivent plus avancer dans le tems d'une révolution que ceux des orbites inférieures, ce qui en effet s'accorde assez bien avec les observations comme on le peut voir dans la Table suivante.



*Mouvements des Aphelies déterminés pour le tems  
de la révolution de chacune des Planetes.*

SATURNE	40'	4"
JUPITER	18	40
MARS	2	8
LA TERRE	1	2
VENUS		53
MERCURE		24

Le tourbillon de la Terre étant peu étendu, & la Lune ayant une excentricité assez considérable par rapport à la grandeur de son orbite, les colonnes qui la repoussent continuellement vers la Terre doivent être très inégales, de plus, leurs masses ne peuvent pas surpasser de beaucoup celle du tourbillon de la Lune; il faut donc qu'elles fassent sur ce tourbillon des impressions qui s'éloignent bien plus du rapport renversé des quarrés des distances que les impressions réactives que reçoivent les Planetes qui circulent dans le tourbillon du Soleil; aussi les apsides de l'orbite de la Lune avancent-ils suivant l'ordre des Signes à peu près de trois degrés dans le tems d'une révolution.

## ARTICLE XV.

Au reste l'inégalité des colonnes qu'on suppose avoir un rapport fini avec la masse du tourbillon d'une Planete, doit être limitée, afin que la Planete ne s'approche pas infiniment du centre de sa circulation, ou qu'elle ne s'éloigne pas infiniment de ce centre, ce qui arriveroit si le rapport des vitesses réactives plus grand que le rapport renversé des quarrés des distances, venoit à égaler le rapport renversé des cubes de ces distances.



## ARTICLE XVI.

Pour exprimer le rapport que les masses des colonnes ont avec celles des tourbillons sur lesquels elles réagissent, il faut avoir égard aux densités respectives de ces masses ; car suivant ce que j'ai déjà démontré (*Diff. 6. Art. 32.*) la masse totale de l'éther pourroit être réduite à la moindre quantité possible ; ainsi on feroit en droit de supposer que celle du corps d'une Planete seroit indéfiniment plus grande que la masse que renfermeroit un égal volume de matiere étherée ; donc la matiere propre des Planetes augmente considérablement la masse des tourbillons qui les envelopent, ce qui fait le même effet que si elle augmentoit leurs densités : on peut donc supposer que ces tourbillons pris conjointement avec leurs masses centrales, sont beaucoup plus denses que les colonnes qui réagissent sur eux. Cela posé, soit  $x$  la hauteur de la colonne ABEG (*Fig. 15.*),  $d$  sa densité,  $r$  le rayon du tourbillon BHEK,  $c$  sa circonférence, &  $D$  sa densité, la masse ABHEG sera à celle du tourbillon BKEH comme  $\frac{xcrd}{2} - \frac{crrd}{3}$  à  $\frac{2crrD}{3}$ , ou comme  $3xd$  à  $4rD$ , en négligeant d'avoir égard au volume BHE retranché du volume ABEG.

## ARTICLE XVII.

Le rayon  $r$  & la proportion des masses restant les mêmes, plus la densité du tourbillon l'emporte sur celle de la colonne, plus cette colonne doit s'élever. Supposons, par exemple, que les masses fussent entr'elles comme 60 à 1, cette proportion  $3xd$ ,  $4rD :: 60$ , 1 donneroit  $xd = 80 \times rD$  ; ainsi que les densités fussent égales,



égales,  $x$  la hauteur de la colonne ne vaudroit que 80 fois le rayon du tourbillon, au lieu qu'elle vaudroit huit mille fois ce rayon, en supposant que la densité  $D$  fut cent fois plus grande que la densité  $d$ .

## ARTICLE XVIII.

La hauteur de la colonne & la proportion des densités restant les mêmes, le rapport des masses doit suivre la proportion inverse des rayons, ce qui est évident; car si on suppose, par exemple, que  $r$  devienne  $\frac{r}{3}$ , le rapport  $\frac{3xd}{4rD}$  deviendra  $\frac{9xd}{4rD}$ , on aura donc  $\frac{3xd}{4rD}$  à  $\frac{9xd}{4rD}$  comme 1 à 3.

## ARTICLE XIX.

En supposant encore que les masses des tourbillons particuliers des Planètes, ont un rapport fini avec celles des colonnes qui les frappent, il est aisé de s'appercevoir que les tems de leurs révolutions sont plus longs que ceux des révolutions de la matière; qu'une Planète  $n$  (Fig. 16.) supposée à sa moyenne distance du Soleil  $S$ , vint à décrire le cercle  $nA$ , il est démontré (Diff. 7. Art. 30.) que le tems qu'elle emploieroit à faire sa révolution autour de ce cercle, seroit égal à celui qu'elle emploie à parcourir son orbite elliptique; or nommant  $R$  la distance  $Sn$ ,  $C$  la masse de la colonne  $Cn$  qui frapperoit la Planète,  $p$  celle de la Planète,  $u$  sa vitesse translatrice,  $\tau$  le tems de sa révolution,  $V$  la vitesse translatrice de la matière, &  $T$  le tems de sa révolution; puisque dans le cercle les forces centrifuges & centri-



petes font égales entr'elles, celles de la matiere feroient aux forces centrifuges & centripetes de la Planete

comme  $\frac{VV}{R}$  à  $\frac{uu}{R}$  comme  $VV$  à  $uu$ , ou comme les sinus

versés des arcs infiniment petits décrits par la matiere, aux chutes initiales de la Planete; mais (*Diff. 2. Art 16.*)

par la loi de la percussion  $\frac{CVV}{C+p}$  égaleroit  $uu$ , on auroit

donc  $V, u :: \sqrt{C+p}, \sqrt{C}$ ; or les distances supposées les mêmes, les tems font toujours entr'eux en raison renversée des vitesses translatives; donc on auroit aussi

$\frac{1}{T}, \frac{1}{\tau} :: \sqrt{C+p}, \sqrt{C}$ , ou  $\tau, T :: \sqrt{1+\frac{p}{C}}, \sqrt{1}$ .

Donc le tems de la révolution de la Planete dans son orbite elliptique, sera plus long que celui de la matiere dans le cercle  $bA$ .

## ARTICLE XX.

J'ajoute à cela que plus les Planetes sont proches du Soleil, toutes choses supposées égales d'ailleurs, (car on n'a rien de déterminé, ni sur la grandeur des tourbillons qui les envelopent, ni sur leurs densités) J'ajoute donc que plus elles sont proches du Soleil, moins les tems de leurs révolutions different de ceux des révolutions de la matiere; car que la Planete  $\pi$  à la distance  $S\pi$ , plus petite que  $Sb$ , vienne à décrire le cercle  $\pi B$ , si on nomme encore  $V$  &  $u$  les vitesses translatives de la matiere & de la Planete,  $T$  &  $\tau$  les tems de leurs révolutions, & que  $b$  exprime l'allongement  $b\pi$  de la colonne  $Ch$ , on aura  $\tau, T :: \sqrt{1+\frac{p}{C+b}}, \sqrt{1}$ ; or  $\sqrt{1+\frac{p}{C+b}}$



s'approchera plus de l'unité que la quantité  $\sqrt{1 + \frac{p}{C}}$ ; donc

plus les Planetes sont proches du Soleil, toutes choses supposées égales d'ailleurs, moins les tems de leurs révolutions s'écartent des tems des révolutions de la matiere, toujours proportionnels aux racines des cubes des distances.

## ARTICLE XXI.

Les observations astronomiques justifient ce qui vient d'être dit dans les deux articles précédens. On sçait que suivant Kepler, la proportion des distances moyennes des Planetes au Soleil exprimée en nombres, donne

Pour	h	951000
	♄	519650
	♂	152350
	♂	100000
	♀	72400
	♁	38806

On sçait aussi que suivant cet Astronome, les tems des révolutions réduits en jours & en parties décimales de jours, donnent

Pour	h	10759 <sup>J</sup> :2072
	♄	4332:6177
	♂	686:9805
	♂	365:2426
	♀	224:7395
	♁	87:9683

Or comme la colonne qui pese sur Mercure est la plus élevée, on peut supposer que sa masse est indéfini-



ment grande par rapport à celle du tourbillon de la Planete ; on peut donc supposer aussi que les chutes initiales de ce tourbillon sont égales aux réactions de la matiere , & qu'ainsi le tems de la révolution de la matiere est à peu près le même que le tems de la révolution de la Planete ; en effet , le rapport de ces tems étant celui qui doit s'approcher le plus du rapport d'égalité, il peut être censé s'y réduire ; mais les tems des révolutions de la matiere suivent la loi de Kepler ; on aura donc les rapports qu'offre la table suivante.

TEMs des révolutions des Planetes.	TEMs des révolutions de la matiere.	DIFFERENCES.	RAPPORTS.	
♄ 10759 <sup>1</sup> :2072	10672 <sup>1</sup> :0697	87 <sup>1</sup> :1375	100 000	99 190
♅ 4332:6177	4310:6654	21:9523	100 000	99 493
♆ 686:9805	684:2922	2:6883	100 000	à 99 609
♇ 365:2426	363:8964	1:3462	100 000	99 632
♈ 224:7395	224:1742	:5653	100 000	99 748
♉ 87:9683	87:9683	0	100 000	100 000

Donc par les observations , 1°. les tems des révolutions des Planetes sont plus longs que ceux des révolutions de la matiere ; 2°. le rapport de ces tems se rapproche du rapport d'égalité, à mesure que les distances diminuent.

## ARTICLE XXII.

Je ne puis me défendre de faire voir ici que dès qu'il est constaté que les tems des révolutions des Planetes supérieures sont plus longs que ceux que demande la loi de Kepler, le principe de l'attraction mutuelle devient plus que suspect.

Suivant M. Newton les forces attractives sont en raison



directe des masses qui attirent, & en raison inverse des quarrés des distances de celles qui sont attirées; ainsi les masses sont entr'elles en raison composée des approches initiales des corps sur lesquels elles agissent, & des quarrés de leurs distances à ces corps.

Par-là on peut comparer les masses des Planetes que d'autres accompagnent.

Soit  $M$  la masse du Soleil,  $m$  celle de la Terre,  $R$  leur distance respective,  $S$  le sinus versé de l'arc que décrit la terre dans un tems indéfiniment petit,  $s$  le sinus versé de l'arc que décrit la Lune dans un tems égal, &  $r$  la distance de cette Planete à la Terre, on aura  $M, m :: SRR, srr$ , & en nommant  $V$  &  $u$  les vitesses,  $T$  &  $t$  les tems des révolutions, on aura (*Diff. 6. Art. 32.*)

$M, m :: VVR, uur :: \frac{R^3}{T^3}, \frac{r^3}{t^3}$ , patce que  $VV$  sera à  $uu$  comme  $\frac{RR}{TT}$  à  $\frac{rr}{tt}$ .

Ce principe posé, M. Newton fait voir que la masse de la Terre n'est pas la deux cens milliéme partie de celle du Soleil; or les masses de Mercure, de Venus & de Mars, doivent répondre à peu près à celle de la Terre; donc on peut supposer sans erreur, que le centre du Soleil est le centre commun de gravité de sa masse, & de celle de chacune de ces Planetes prises séparément;

Donc si elles pesent toutes suivant le rapport renversé des quarrés de leurs distances au centre du Soleil, il faut que les tems de leurs révolutions répondent exactement à ceux que demande la loi de Kepler; car soit  $F$  la force centripete d'une Planete,  $V$  sa vitesse,  $R$  sa distance, &  $T$  le tems de sa révolution, on aura  $F$



$$= \frac{VV}{R} = \frac{R}{TT} \text{ (Diff. 6. Art. 1.) \& si F est pareillement}$$

égal à  $\frac{1}{RR}$ , T égalera  $\sqrt{R}$ ; donc le tems de la révolution de la Planete fera proportionnel à la racine quarrée du cube de sa distance au Soleil.

Mais voyons si dans l'hipotèse de l'attraction mutuelle, les tems qu'emploieroient les Planetes supérieures à décrire leurs orbites, suivroient la même proportion; prenons, par exemple, Jupiter. Suivant M. Newton, la masse de cette Planete seroit à celle du Soleil comme 1 à 1067; cela posé, soit S le Soleil, (Fig. 17.) P Jupiter, O leur centre commun de gravité, PQZ l'orbite que parcoureroit Jupiter pendant que le Soleil décriroit SKF, PHI l'orbite que décriroit la Planete si sa masse devenoit infiniment petite par rapport à celle du Soleil, ou ce qui revient au même, si le centre O joignoit le centre S; il est clair que, suivant le principe de l'attraction, le tems dans lequel l'orbite PHI seroit décrite, répondroit aux tems des révolutions des Planetes inférieures, & qu'il seroit plus long que celui qu'emploieroit Jupiter à décrire l'orbite PQZ; car nommant T & t les tems des deux différentes révolutions, R & r les distances SP & OP, on auroit (Diff. 4. Art. 24.)  $T, t :: \sqrt{R}, \sqrt{r}$ ; donc, suivant le principe de l'attraction mutuelle, loin que les tems des révolutions des Planetes supérieures dûssent être plus longs que ceux que demanderoit la loi de Kepler, comme ils le sont en effet, ces tems deviendroient nécessairement plus courts. Un faux principe se décele toujours par plus d'un endroit.



## ARTICLE XXIII.

Comparons maintenant le tems de la révolution de la Lune avec celui de la matiere.

On a démontré (*Diff. 8. Art. 42.*) qu'un corps qui n'auroit point de force centrifuge tomberoit à notre latitude de  $544^1: 346\ 992$ , ou de  $3^{pds.} 9^{pouc.} 4^1: 346\ 992$  dans une demi-seconde; tel est donc le sinus versé de l'arc pris sur un grand cercle, & décrit dans un tems égal par la matiere étherée vers la surface de la Terre: or la vitesse translatrice devant être moyenne proportionnelle entre ce sinus & le diametre du grand cercle (*Diff. 6. Art. 1.*), si on suppose qu'à notre latitude la longueur du rayon de la Terre soit de  $19. 606\ 745^{pds.}$  telle que la donnent les mesures de M. Picard (*Diff. 8. Art. 42.*) on trouvera qu'à l'extrémité de ce rayon la matiere parcourt  $12\ 175^{pds.} 2^{pouc.}$  dans une demi-seconde; mais on a vû (*Diff. 6. Art. 17.*) que dans un tourbillon, les vitesses translatoires sont en raison renversée des racines des distances au centre commun des circulations; de plus, on sçait par les observations les plus recentes, que la moyenne distance de la Lune est au plus de  $59: 765$  demi-diametres moyens de la Terre ou de  $1. 171\ 931\ 287$  pieds; donc à cette distance la matiere parcourt  $1574^{pds.} 9^{pouc.}$  dans une demi-seconde, donc elle doit faire sa révolution en  $27^j\ 1^h\ 25'$ , au lieu que la Lune ne fait la sienne qu'en  $27^j\ 7^h\ 43'\ 5''$  ce qui suppose que sa vitesse soit à celle de la matiere comme  $10. 000$  à  $10. 097$ .

## ARTICLE XXIV.

Le rapport de ces vitesses & celui des tems peuvent également servir à déterminer le rapport des réactions



de la matiere & des chutes initiales de la Lune ; car aux mêmes distances les sinus versés font en raison directe des quarrés des vitesses, ou en raison renversée des quarrés des tems ; donc les chutes initiales de la Lune, sont aux sinus versés des arcs que décrit la matiere, comme 10000 à 10195 ; donc la masse de la Lune, ou celle de son tourbillon ne reçoit qu'une partie de la vitesse réactive de la matiere étherée ; donc les chutes des corps qui sont voisins de nous, sont aux chutes de la Lune dans un plus grand rapport que le rapport renversé des quarrés de leurs distances au centre de la Terre ; aussi vient-on de voir que pendant que les chutes totales sont ici de  $3^{pds.} 9^{pouc.} 4^l$  : 346 992 dans une demi-seconde, celle de la Lune n'est que de  $0^l$  : 149 450 dans un tems égal, & non de  $0^l$  : 152 364 telle qu'il faudroit qu'elle fût pour rentrer dans l'analogie que demanderoit la loi de Kepler.

Ce Phénomene se concilie avec les principes que je viens d'établir, & devient parfaitement analogue à ce que nous offre la théorie des Planetes principales.

#### ARTICLE XXV.

Si on supposoit que les chutes proches de la surface de la Terre dûssent répondre à celles de la Lune, on trouveroit qu'à notre latitude les corps en obéissant à leur pesanteur absoluë, ne tomberoient dans une demi-seconde que de  $3^{pds.} 8^{pouc.} 5^l$  : 935 050, & que par leur pesanteur réduite, ils ne tomberoient que de  $3^{pds.} 8^{pouc.} 5^l$  : 118 717, d'où il suit que le Pendule qu'on sçait être de  $3^{pds.} 0^{pouc.} 8^l$  : 57, ne feroit plus que de  $3^{pds.} 0^{pouc.} 0^l$  : 129 755, & qu'ainsi il feroit accourci de  $8^l$  : 440 245, ce qu'il est aisé de justifier.

Nommant



Nommant

$r$  le rayon de la Terre à notre latitude,

$R$  la moyenne distance de la Lune

$t$  la quantité de demi-secondes qu'employe la Lune à faire sa révolution par rapport aux étoiles fixes.

$f$  la force centrifuge proche de nous, & prise par rapport au centre de la Terre.

$Z$  la quantité irrationnelle qui multipliant le rayon, donne la circonférence du cercle.

$s$  la quantité qui divisant la chute des corps, donne la longueur du Pendule.

On aura la circonférence du cercle que décriroit la Lune à sa moyenne distance - - - - - =  $RZ$

Le chemin que feroit la Lune dans une demi-seconde - - - - - =  $\frac{RZ}{t}$

Sa chute ou le quarré de sa vitesse divisé par le double du rayon  $R$  - - - - - =  $\frac{RZZ}{2tt}$

La chute totale des corps qui sont voisins de nous - - - - - =  $\frac{R^3ZZ}{2rrtt}$

Leur chute réelle - - - - - =  $\frac{R^3ZZ}{2rrtt} - f$

La longueur du Pendule - - - - - =  $\frac{R^3ZZ}{2rrts} - \frac{f}{s}$

Mais

$r$ , suivant les mesures de M. Picard

(Diff. 8. Art. 42.) = 19606745<sup>pds.</sup>

= 2823371280000000 million-

nième de ligne - - - - - Log. 15. 4507679774



R, suivant M. de la Hire = 59:765

demi-diametres moyens de la Terre

= (Diff. 8. Art. 42.) 59:765 × 19

608 990 = 1171931287 pieds

= 168 758 105 328 000 000

millionnième de ligne - - Log. 17.2272646410

t, = 4721170 demi-secondes, Log. 6.6740496389

f, (Diff. 8. Art. 42.) = 0<sup>1</sup>:816 333 Log. 5.9118672783

Z =  $\frac{6283185307}{1000000000}$  - - - Log. .7981798683

s, (Diff. 8. Art. 22.) =  $\frac{ZZ}{32}$  - - Log. .0 912097583

Donc si on met ces valeurs à la place des quantités que renfermeront les formules  $\frac{R^3 ZZ}{2rrtt} - f$  &  $\frac{R^3 ZZ}{2rrtt} - \frac{f}{s}$  on trouvera qu'en supposant que la chute des corps à notre latitude, dût répondre aux chutes de la Lune, ces corps tomberoient dans une demi-seconde de 533<sup>1</sup>: 935050 ou de 3<sup>pds.</sup> 8<sup>pouc.</sup> 5<sup>1</sup>: 935050, & que le Pendule feroit de 432<sup>1</sup>: 129755, ou de 3<sup>pds.</sup> 0<sup>pouc.</sup> 0<sup>1</sup>: 129755, & par conséquent de 8<sup>1</sup>: 440245 plus court que le Pendule déterminé par M. de Mairan.

## ARTICLE XXVI.

Mais on va voir que si la Terre pesoit vers la Lune, comme la Lune pese vers la Terre, conformément au principe sur lequel M. Newton fait rouler son système, le chemin que feroient les corps en tombant, aussi-bien que le Pendule, demanderoient à être beaucoup plus accourcis qu'ils n'auroient besoin de l'être, en donnant à la Lune toute la chute respective des deux masses.

Je suppose d'abord que deux corps T & L (Fig. 18.)



attachés aux extrémités d'un levier, ayent leur centre commun de gravité au point O, & que le corps L tende à se mouvoir suivant la direction LB ; il est démontré que le centre O avancera sur la ligne Oq parallèle à la ligne LB, & cela pendant que les deux corps circuleront autour de ce centre ; ou bien si l'on vouloit que ce fût le corps T qui tendit à se mouvoir suivant la direction TR, parallèle à LB, le centre O avanceroit encore sur la ligne Oq, pendant que T & L tourneroient autour de ce centre, mais en suivant une direction contraire à celle de la première circulation ; c'est-à-dire, que si on supposoit, par exemple, que dans le premier cas, la circulation se fit d'Orient en Occident, dans l'autre cas elle se feroit d'Occident en Orient.

Il est pareillement démontré que l'état respectif des deux masses resteroit encore le même, en supposant, qu'outre les mouvemens particuliers qu'elles auroient, on vint à leur en imprimer un autre qui leur fût commun, ou ce qui revient au même, en supposant qu'on pousât le levier par le point O.

Maintenant qu'au lieu d'associer les corps L & T par l'entremise d'un levier, on les associât par l'action d'une force attractive & réciproque, capable de les empêcher de s'écarter l'un de l'autre, il est clair que si l'un des deux corps venoit à se mouvoir, ou qu'ils avançassent tous deux du même côté avec des vitesses inégales, ils tourneroient encore autour de leur centre commun de gravité, pendant que ce centre les emporteroit suivant la direction de son mouvement propre ; tout ce que ce dernier cas donneroit de particulier, c'est que les traces des circulations autour du centre O, pourroient



ne plus former des cercles parfaits, la nature des courbes qu'elles formeroient, dépendroit de la loi, suivant laquelle les deux corps tendroient à s'approcher l'un de l'autre, & du mouvement qui leur feroit d'abord imprimé; mais les vitesses avec lesquelles ils circuleroient autour du point O, feroient toujours en raison renversée de leurs masses, autrement la direction de ce point changeroit.

Ce principe posé, soient L & T (Fig. 19.) les masses de la Lune & de la Terre, & le point O leur centre commun de gravité, si la Lune tend à s'approcher de la Terre avec une vitesse exprimée par LE, & qu'elle tende en même-tems à décrire la tangente LD, il est évident que la Terre sera déterminée à se mouvoir suivant une direction TG, contraire à la direction LD, & que les vitesses TG & LD seront en raison renversée des masses; or qu'on prenne TI pour la vitesse initiale avec laquelle la Terre tendra à s'approcher de la Lune, & qu'on mène IK parallèle à TG, & EH parallèle à LD, les chutes initiales TI ou GK, LE ou DH, seront de même en raison renversée des masses T & L; & si l'on mène encore les diagonales TK & LH, les triangles TOK & LOH seront semblables aussi-bien que les autres figures que les rayons vecteurs OT & OL décriront en tems égaux.

Il suit delà que nous verrons la Lune décrire autour de la Terre une figure semblable aux deux autres; car menant la ligne KP égale & parallèle à TL, il est clair que lorsque T fera en K, il nous paroîtra que la Lune fera partie du point P, & que le rayon KP aura décrit un angle PKH égal à l'angle TOK ou LOH; & parce que les lignes OT, OL, OK, OH, seront toujours



dans un rapport donné, leurs sommes qui égaleront KP & KH, auront un rapport constant avec les lignes OT & OK, ou OL & OH; donc il nous paroîtra que la figure KPH décrite par le rayon KP, sera semblable aux figures OTK & OLH que les rayons OT & OL décriront autour du point O; ainsi, comme nous nous supposons en repos, nous jugerons que la Lune en parcourant l'arc PH, se fera détournée de la tangente PM avec une force qui lui aura fait décrire une ligne PN égale à la somme des sinus versés TI & LE; mais puisque la Lune n'aura réellement parcouru que la ligne LE, en tombant vers le point T, ou vers le point O, ce sera relativement à cette chute qu'il faudra juger de celle des corps qui sont voisins de la surface de la Terre.

Cela posé, on voit déjà que puisque le sinus versé PN n'est pas assez long pour répondre à la chute des corps qui sont voisins de nous, ni conséquemment à la longueur du Pendule, le sinus versé LE plus petit que PN y répondra encore moins. Il est vrai que M. Newton fait voir que dans l'hipotèse de l'attraction, l'action du Soleil sur la Lune, lui fait perdre quelque chose de sa pesanteur vers la Terre, & qu'ainsi le sinus LE qu'elle décrit dans le tems qu'elle devroit parcourir la tangente LD, est un peu moins long que celui qu'elle décriroit en supposant que sa pesanteur ne fût point altérée. Cet illustre Géometre démontre que la pesanteur totale de la Lune est à celle qui lui reste comme  $178 \frac{29}{40}$  à  $177 \frac{29}{40}$ , ce qu'il est aisé de vérifier suivant ses principes.

Soit BCGD (*Fig. 20.*) l'orbite de la Lune, T la Terre, S le Soleil, si on prend SC égale à ST, & que la Lune



étant supposée au point C & vers l'une de ses quadratures, on abaisse sur ST la perpendiculaire CN, il est clair qu'à cause de la grande disproportion des rayons ST, TC, la perpendiculaire CN & la ligne TC seront supposées égales, aussi-bien que les distances SN & ST; or la force centripète de la Terre vers le Soleil, sera à la force centripète de la Lune vers la Terre, comme le carré de la vitesse de la Terre divisé par le rayon ST, au carré de la vitesse de la Lune divisé par le rayon TC; mais les vitesses suivent la proportion des rayons divisés par les tems; donc nommant F la force centripète de la Terre, R sa distance au Soleil, T le tems de sa révolution,  $f$  la force centripète de la Lune,  $r$  sa distance à la Terre, &  $t$  le tems de sa révolution, on aura  $F, f :: \frac{R}{TT}, \frac{r}{tt} :: Rtt, rTT$ ; & parce que le Soleil en attirant la Terre & la Lune avec la force  $Rtt$ , approchera ces deux Planetes l'une de l'autre, si on transporte à la Lune seule la force ajoutée par l'action du Soleil à leur attraction mutuelle, cette force que je nommerai ici  $y$ , sera à  $Rtt$ , comme NC ( $r$ ), à SN ( $R$ ); ainsi on aura  $y, Rtt :: r, R$ , &  $y = rtt$ ; donc cette force sera à la pesanteur de la Lune, comme  $rtt$  à  $rTT$ ; c'est-à-dire, comme le carré du tems de la révolution de la Lune au carré du tems de la révolution de la Terre, & par conséquent comme 1 à  $178 \frac{29}{40}$ .

Mais il est démontré (*Diff. 4. Art. 25.*) que si la pesanteur de la Lune augmente dans le tems des quadratures, elle diminue du double de son augmentation dans le tems des Szigies; donc toute compensation faite, ce que l'action du Soleil retranchera de la pesanteur de la



Lune, fera à cette pesanteur, comme 1 à  $178 \frac{29}{40}$  ;  
donc la force centripete de cette Planete ne vaudra  
plus que  $177 \frac{29}{40}$ .

Il suit delà que pour comparer les chutes de la Lune  
avec celles des corps qui sont voisins de la surface de  
la Terre, il faut augmenter le sinus versé LE (Fig. 19.)  
dans le rapport de  $177 \frac{29}{40}$  à  $178 \frac{29}{40}$ .

J'ajoute qu'il faut encore déterminer la position du  
centre O sur le rayon TL, position qui dépend de la  
proportion de la masse de la Lune & de celle de la Terre;  
or suivant M. Newton, ces masses sont entr'elles comme  
1 à 39 : 371 ; donc la distance de la Lune au point O,  
est à sa distance au centre de la Terre, comme 39 : 371  
à 40 : 371.

Mais supposons d'abord que les densités des deux  
Planetes fussent égales, & qu'ainsi leurs masses répon-  
dissent à leurs volumes, qui, suivant M. de la Hire,  
sont entr'eux comme 1 à  $49 \frac{1}{2}$ , on trouvera qu'à notre  
latitude les corps ne tomberoient dans une demi-seconde  
que de  $525^1 : 448\ 257$ , & que le Pendule demanderoit  
à être accourci de  $1^{\text{pouce}}\ 2^1 : 657\ 685$ .

Car nommant

$\frac{m}{n}$  le rapport de la Terre à

la somme des deux masses

$$= \frac{49 : 30}{50 : 30}$$

Log. — .0087210658



$\frac{g}{h}$  le rapport du sinus versé que

devroît décrire la Lune ,  
au sinus versé qu'elle décrit

en effet =  $\frac{178^{\frac{29}{40}}}{177^{\frac{29}{40}}} - - - \text{Log. } .0024367829$

Les formules  $\frac{R^3ZZ}{2rrtt} - f, \&$

$\frac{R^3ZZ}{2rrtt} - \frac{f}{s}$  deviendroient

$\frac{R^3ZZmg}{2rrttnh} - f \& \frac{R^3ZZmg}{2rrttnhs} - \frac{f}{s}$

d'où on tireroit la chute des  
corps à notre latitude de  $525^1$ :

$448^8 257 - - - - - \text{Log. } 8.7205299558$

& la longueur du Pendule de

$425^1:912315 - - - - - \text{Log. } 8.6293201975$

ou de  $- 2^{\text{pds.}} 11^{\text{pouc.}} 5^1:912315$

& son accourcissement de  $1^{\text{pouc.}}$

$2^1:657685.$

Reprenons la proportion des masses telle que la donnent les principes de M. Newton, & telle qu'il la suppose, nous aurons

$\frac{m}{n} = \frac{39:371}{40:371} - - - - - \text{Log. } -.0108930613$

ce qui donnera pour la chute  
des corps à notre latitude  $522^1$ :

$822870 - - - - - \text{Log. } 8.7183545768$

& pour la longueur du Pen-

dule  $423^1:784256 - - - \text{Log. } 8.6271448185$

ou  $- 2^{\text{pds.}} 11^{\text{pouc.}} 3^1:784256$

& pour son accourcissement  $1^{\text{pouc.}}$

$4^1:785744.$



## ARTICLE XXVII.

Au reste de tous les Astronomes modernes, M. de la Hire est celui qui éloigne le plus la Lune de nous; on sçait, par exemple que, suivant M. Cassini, la moyenne distance de cette Planete n'est que de 58:15 demi-diametres de la Terre; ainsi dans l'hipotèse commune, la longueur du Pendule exprimée par  $\frac{R^3ZZ}{2rrtts} - \frac{f}{s}$

ne seroit que de 397<sup>l</sup>:983 982 Log. 8. 5998655935  
ou de - 2<sup>pds.</sup> 9<sup>pouc.</sup> 1<sup>l</sup>:983 982  
différence - - 3<sup>pouc.</sup> 6<sup>l</sup>:586 018

Et dans l'hipotèse de M. Newton cette longueur exprimée par  $\frac{R^3ZZmg}{2rrttnhs} - \frac{f}{s}$  vaudroit

390<sup>l</sup>:296 915 ou 2<sup>pds.</sup> 8<sup>pouc.</sup>  
6<sup>l</sup>:296 914 - - - - - Log. 8. 5913951171  
ainsi son accourcissement seroit de  
4<sup>pouc.</sup> 2<sup>l</sup>:273 086.

## ARTICLE XXVIII.

## PROBLEME.

La loi de Kepler, & la longueur du Pendule supposées, trouver quelle devroit être la moyennne distance de la Lune.

## RESOLUTION.

Soit  $p$  la longueur du Pendule  $= \frac{R^3ZZ}{2rrtts} - \frac{f}{s}$   
 $= 3^{pds.} 0^{pouc.} 8^l:57$ , on aura  $R = \sqrt[3]{\frac{2rrtts p + 2rrttf}{ZZ}}$

Qq



$$= \sqrt[3]{\frac{2rrtt \times sp + f}{ZZ}} = - - - - - 1179500006 \text{ pieds}$$

$$= 60 : 15 \text{ demi-diametres moyens de la Terre.}$$

## ARTICLE XXIX.

## PROBLEME.

L'attraction & la longueur du Pendule supposées, trouver quelle devrait être la moyenne distance de la Lune.

## RESOLUTION.

Soit  $p$  la longueur du Pendule  $= \frac{R^3 ZZmg}{2rrtt nhs} - \frac{f}{s}$

$$= 3^{\text{pds.}} 0^{\text{pouc.}} 8^1 : 57, \text{ on aura } R = \sqrt[3]{\frac{2rrtt nhs p + 2rrtt nhf}{ZZmg}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2rrtt nh \times sp + f}{ZZmg}} = - - - - - 1187180371 \text{ pieds}$$

$$= 60 : 54 \text{ demi-diametres moyens de la Terre.}$$

## ARTICLE XXX.

## PROBLEME.

La loi de Kepler, la pesanteur totale & la moyenne distance de la Lune étant supposées, trouver quelle devrait être le tems de la révolution de la Planete.

## RESOLUTION.

Soit  $L$  la pesanteur totale  $= \frac{R^3 ZZ}{2rrtt} = 544^1 : 346992,$

$R$ , suivant M. de la Hire  $= 59 : 765$  demi-diametres moyens de la Terre.



On aura  $t$  ou  $\sqrt{\frac{R^3 ZZ}{2rrL}} = 4\ 675\ 800$  demi-secondes  
 $= 27^i\ 1^h\ 25'$ , plus court de  $6^h\ 18'\ 5''$  que le tems réel,  
 comme on l'a déjà démontré.

Et si  $R = 58:15$  demi-diametres moyens de la Terre,  
 comme le suppose M. Cassini, on aura  $t = 4487558$  de-  
 mi-secondes, ou  $25^i\ 23^h\ 16'\ 19''$ , plus court de  $1^i\ 8^h\ 26'\ 46''$  que le tems réel.

## ARTICLE XXXI.

## PROBLEME.

L'attraction mutuelle, la pesanteur totale,  
 & la moyenne distance de la Lune étant  
 supposées, trouver quel devroit être le  
 tems de la révolution de la Planete.

## RESOLUTION.

Soit  $L$  la pesanteur totale  $= \frac{R^3 ZZmg}{2rrttnh} = 544^i:346$   
 $992$ ,  $R = 59:765$  demi-diametres moyens de la Terre;  
 on aura  $t = 4\ 630\ 500$  demi-secondes, ou  $26^i\ 19^h\ 7'\ 30''$ ,  
 plus court de  $12^h\ 35'\ 35''$  que le tems réel.

Et si  $R = 58:15$  demi-diametres moyens de la Terre,  
 on aura  $t = 4\ 444\ 080$  demi-secondes, ou  $25^i\ 17^h\ 14'\ 0''$ ,  
 plus court de  $1^i\ 14^h\ 29'\ 5''$  que le tems réel.

## ARTICLE XXXII.

On voit que de ce qui vient d'être démontré, il suit  
 qu'il n'y a point d'attraction mutuelle, & que les pe-  
 santeurs ne sont pas même exactement en raison ren-  
 versée des quarrés des distances aux centres vers les-



quels elles sont dirigées, comme le demanderoit la loi de Kepler.

Mais ce qui prouve ici contre les principes de M. Newton, fait un titre bien favorable pour ceux que nous leur opposons ; il est clair que comme les masses des colonnes qui pesent sur les tourbillons particuliers des Planètes subalternes, ne sont point infinies, les chutes initiales de ces tourbillons (*Art. 8.*) doivent être dans un plus grand rapport que le rapport renversé des carrés des distances ; conséquence nécessaire, justifiée par le fait même, puisque les apsidés des Planètes changent de place en avançant suivant l'ordre des Signes, & que la proportion des tems & des distances est altérée, non comme il faudroit qu'elle le fût (*Art. 22. & 30.*) en admettant l'attraction mutuelle, mais (*Art. 20. & 24.*) comme il faut qu'elle le soit, en supposant les principes sur lesquels nous raisonnons.

### ARTICLE XXXIII.

Il suit des mêmes principes que les mouvemens de Jupiter doivent être troublés lorsqu'il se trouve en conjonction avec Saturne ; car comme ces Planètes servent d'appui aux colonnes les plus courtes, & que leurs tourbillons sont supposés beaucoup plus gros que ceux des Planètes inférieures, on conçoit aisément que quand Saturne se trouve dans le prolongement  $hC$  (*Fig. 16.*) du rayon vecteur de Jupiter, il faut qu'il intercepte une partie de la réaction de la colonne  $C\gamma$  ; donc Jupiter doit alors s'élever un peu vers Saturne, ce qui en effet s'accorde avec ce que les observations nous apprennent.



## ARTICLE XXXIV.

J'acheve de corriger ma seconde supposition, & je dis qu'on n'est pas en droit de supposer que les tourbillons soient toujours indéfiniment grands par rapport à leurs masses centrales; car un tourbillon peut renfermer plus ou moins de particules hétérogenes; mais plus il en renferme, plus la masse qui se forme autour de son centre; doit grossir; cette masse pourroit même devenir telle, que l'espace qu'elle occuperoit seroit plus grand que celui que rempliroient les couches spheriques dont elle seroit environnée.

Or j'observe que plus il se trouve de particules hétérogenes renfermées dans un tourbillon, plus leurs rencontres sont fréquentes, ce qui ralentit à proportion leurs mouvemens; mais plus leurs mouvemens sont ralentis, moins la masse centrale qu'ils forment en se réunissant, a de force pour circuler autour d'elle-même.

J'observe aussi que parce qu'une masse centrale est composée de particules hétérogenes, il ne peut gueres arriver que son centre de gravité se rencontre au centre de son volume toujours censé le même que celui des couches spheriques qui l'environnent. Cela supposé, soit ABCD (Fig. 21.) la masse centrale du tourbillon R $\overline{N}$ rn, Z le centre de gravité de cette masse, & L son centre de figure, on voit que suivant la loi fondamentale de la Statique, si le tourbillon étoit infiniment étendu, le point Z s'approcheroit infiniment de L, à cause de l'homogénéité de l'éther; mais parce qu'on donne ici peu d'étendue au tourbillon, ce point s'éloignera du centre L, & alors les deux hemispheres dont les masses auront la plus grande inégalité possible, seront celles



dont l'axe commun BC passera par les centres L & Z.

J'observe encore que si le tourbillon  $RNrn$  faisoit sa révolution autour d'un centre étranger T, & que sa masse fût proportionnée à celles des colonnes FG, HK, &c. qui réagiroyent sur elle, l'hémisphère qui renfermeroit le moins de matière, obéiroit plus que l'autre à l'impression qu'il recevroit de ces colonnes; on pourroit même supposer que la différence des impressions seroit telle, que cet hémisphère, quel que fût sa position primitive, seroit obligé de se rabatre vers le centre des tendances, en tournant autour du centre de gravité Z de la masse totale  $RNrn$ .

Or comme cette masse circuleroit alors avec une vitesse continuellement accélérée, elle acquerreroit un mouvement oscillatoire semblable à celui qu'acquerent les corps suspendus, qui après s'être éloignés de la ligne qui passe par le point de suspension, & par le centre vers lequel ils tendent, retombent ensuite en conséquence de leur tendance vers ce centre.

Mais, parce que la masse du tourbillon qui continueroit de circuler autour du centre T, affecteroit d'abord de garder son Parallélisme, & qu'ainsi elle se présenteroit incessamment par différens côtés à l'action des colonnes qui réagiroyent sur elle, il est clair que les différentes oscillations auxquelles elle seroit successivement obligée de se prêter s'éteindroient bientôt en se contrariant; donc l'hémisphère le moins chargé de matière s'assujettiroit enfin à regarder continuellement le centre T pris pour celui des tendances; c'est-à-dire que l'ordre des circulations des couches sphériques du tourbillon restant toujours le même, la masse entière tourneroit sur son propre centre de gravité dans un tems égal à celui



qu'elle employeroit à faire sa révolution autour du centre T.

Cependant si l'orbite *ABab* (*Fig. 22.*) que décriroit la Planete, étoit elliptique, les rayons qui partiroient du point T, ne passeroient pas toujours exactement par le centre de l'hémisphère le moins chargé de matiere; car comme tout corps qui tourne sur son centre de gravité, tire de sa force primitive, celle qui le maintient dans l'état où il se trouve, il est clair que le mouvement de rotation qu'auroit acquis la masse du tourbillon, resteroit toujours à peu près égal à lui-même, & qu'ainsi il répondroit non aux différens mouvemens angulaires du rayon vecteur de la masse, mais à son mouvement moyen, au mouvement angulaire qu'il auroit lorsqu'il atteindroit les points H & G, où l'on suppose que sa longueur seroit moyenne proportionnelle géométrique entre la moitié du grand axe *Aa* (*Fig. 22. & 23.*) & le petit axe *Bb*; car nommant *a* le demi-axe CA, & *b* le demi-axe CB, si du foyer T on mene le rayon TH supposé égal à  $\sqrt{ab}$ , l'aire du cercle HQP (*Fig. 23.*) égalera l'aire de l'Ellipse *ABab*; donc si un mobile parcouroit uniformément la circonférence HQP dans un tems égal à celui qu'employeroit la Planete à parcourir son orbite *ABab*, & qu'ainsi dans chacun des instans de la révolution, l'aire élémentaire décrite dans le cercle fût égale à l'aire élémentaire décrite dans l'Ellipse, il est évident qu'à la distance TH, les hauteurs MH & NK des triangles égaux HTM & HTN, seroient égales; donc (*Diff. 7. Art. 20.*) au point H, le mouvement angulaire de la Planete, égaleroit son mouvement moyen. Cela posé, on conçoit que si la masse du tourbillon se trouvoit d'abord à sa plus grande distance AT du foyer T (*Fig. 22.*), & que son rayon



vecteur passât par le point K de la surface de l'hémisphère le moins chargée de matière, ce rayon ne repasseroit par le même point que quand la masse auroit atteint l'apside inférieur *a*, après avoir parcouru la demi-Ellipse *ABa*. Mais que cette masse ne décrivit que l'arc *AH* de son orbite, le point K se trouveroit alors dans la partie Occidentale de l'hémisphère inférieur du tourbillon, & cela parce que l'arc qu'auroit décrit ce point autour du centre de la masse, seroit plus grand que celui qui serviroit de mesure à l'angle *ATH*. Au contraire quand le rayon vecteur auroit la position *TG*, ce seroit dans la partie Orientale de l'hémisphère inférieur que se trouveroit le point K, c'est que l'arc décrit par ce point, pendant que la masse auroit parcouru la partie *aG* de son orbite, seroit plus petit que celui qui serviroit de mesure à l'angle *aTG*.

Suivant ce qui vient d'être dit, 1°. le point K auroit sa plus grande digression Occidentale à la distance *TH*, & sa plus grande digression Orientale à la distance *TG*; 2°. l'hémisphère inférieur apperçu du centre *T*, paroîtroit balancer d'Occident en Orient dans la partie inférieure *HaG* de l'orbite *ABab*, au lieu que dans le reste de l'orbite, c'est-à-dire dans la partie supérieure, cet hémisphère paroîtroit balancer d'Orient en Occident.

On voit que ce qui donneroit la loi au tourbillon, la donneroit pareillement à la masse sensible qui se formeroit autour de son centre; c'est qu'il est démontré (*Diff. 6. Art. 79.*) que toute masse centrale doit nécessairement se prêter à tous les mouvemens généraux du centre de celle dont elle fait partie; donc 1°. la Planete commenceroit par balancer sur différens axes conjointement avec son tourbillon; 2°. comme suivant les suppositions que je viens de



de faire , la Planete ne seroit que foiblement sollicitée à tourner sur elle-même par l'action primitive des corpuscules qui l'auroient formée en se réunissant (*Diff. 8. Art. 10.*) , il est clair que les différens mouvemens circulaires auxquels elle seroit successivement obligée de se prêter , détruiroient bientôt le sien propre ; donc elle n'auroit plus d'autres mouvemens que ceux que lui communiqueroit la masse entière de son tourbillon.

Il suit delà que la Planete apperçue du centre des tendances , offriroit des Phénomènes semblables à ceux que nous offre la Lune ; car la Lune tourne régulièrement sur elle-même dans le tems moyen de sa révolution autour de la Terre , & comme la trace de son mouvement est elliptique , il nous paroît que dans les Signes voisins de part & d'autre de son Apogée , son hemisphere inférieur balance d'Orient en Occident , & que dans les autres Signes il balance d'Occident en Orient ; c'est ce qu'on peut aisément vérifier par les observations de Gassendi & de Bouillaud sur la libration de la Lune.

On voit bien que les Planetes principales ne peuvent offrir de pareils Phénomènes ; car qu'il y en eut quelque une dont le tourbillon eut trop peu d'étendue pour avoir son centre de gravité au centre de son volume , il est évident que l'hisphere qui renfermeroit le plus de matiere , & celui qui en renfermeroit le moins , seroient toujours également repoussés vers le centre commun des tendances , & cela parce que dans un tourbillon aussi étendu que celui du Soleil , la différence des rapports que les masses de l'un & de l'autre hemisphere auroient avec les masses des colonnes qui réagiroient sur elles , ou s'anéantiroit entièrement , ou du moins deviendrait insensible.



## ARTICLE XXXV.

Pour corriger ma troisiéme supposition, j'observe que si le tourbillon du Soleil & ceux des étoiles fixes sont sphériques, c'est qu'ils sont également comprimés de toutes parts ; mais les tourbillons des Planetes ne sont point dans ce cas ; car comme il est démontré que les rayons du Soleil *Sf*, *Se*, *Sd* (*Fig. 24.*) ont une force impulsive, l'hémisphère inférieur *PeQ* de chacun de ces tourbillons, doit recevoir une impression contraire à celle que reçoit l'hémisphère supérieur par l'action des colonnes *Ma*, *Nb*, *Oc* auxquelles il sert d'appui ; ainsi cette double compression rompant l'équilibre, il faut que la masse du tourbillon *QbPe* prenne à peu près la forme d'un sphéroïde applati.

## ARTICLE XXXVI.

Cependant le petit axe de la sphere applatie, ne passera pas par le centre *S* pris pour celui du Soleil ; car si la direction du mouvement des couches du tourbillon suit l'ordre des Lettres *Q*, *a*, *b*, *c*, *P*, *d*, *e*, *f*, la matiere qui circulera dans la partie *Pde*, ayant une direction contraire à celle des rayons qui partiront du Soleil, sera moins enfoncée que celle qui ira de *e* vers *f* & vers *Q* : il en sera de même de la matiere qui parcourera *Qab*, elle opposera à l'impression réactive des colonnes supérieures une plus grande résistance que celle que lui opposera la matiere dans la partie *bcP* ; donc le sphéroïde applati se trouvera posé de biais par rapport au rayon vecteur *ST* (*Fig. 25.*), & son petit axe aura une position plus orientale que le diametre dont le prolongement passera par le centre du Soleil.



## ARTICLE XXXVII.

On voit bien que dans un tourbillon applati, les directions des pesanteurs ne doivent point concourir, comme elles concourent dans un tourbillon sphérique; car en supposant que la masse QBPG (*Fig. 26.*) soit partagée en une infinité de couches sphéroïdales semblables & concentriques, si on prend BPG pour la demi-ovale génératrice de l'une de ces couches, & la courbe *def* pour la demi-développée de l'ovale, on concevra que la surface formée par la révolution de cette courbe sur le petit axe BG sera le lieu des tendances réactives des différentes parties de la couche sphéroïdale. Ainsi quoique dans le plan du grand cercle, & dans toute la ligne qui formera le petit axe, la réaction de la matière soit dirigée vers le centre de la masse, il est clair que par-tout ailleurs les directions s'écarteront de ce centre.

## ARTICLE XXXVIII.

Supposons maintenant que la Section QBPG représente le plan de l'Equateur du tourbillon applati, si sur ce plan on prend différens rayons CB, CR, CP, &c. les vitesses de la matière dans ces rayons, seront en raison renversée de leurs longueurs, & cela parce que la même quantité de matière qui aura passé par CB, passera dans un tems égal par CR & par CP; & si on suppose que les ovales *hikl*, *mno*p, &c. représentent les sections des différentes couches sphéroïdales du tourbillon, les vitesses dans les espaces *iB*, *sR*, *kP*, seront en raison renversée de ces espaces ou des rayons CB, CR, CP.

R r ij



## ARTICLE XXXIX.

En supposant que QBPG devienne une Zône de la masse sphéroïdale, que cette Zône soit partagée en une infinité de Piramides unies par leurs sommets au centre C, & que les axes de ces Piramides soient couchés sur le plan QBPG, les différentes tranches que formeront dans ces Piramides les élémens interceptés des couches sphéroïdales *hikl*, *mnop*, feront toutes équilibre entre elles.

## ARTICLE XL.

Si RCr représente une de ces Piramides, il est évident que les forces, soit actives, soit réactives des tranches Rr, *sx*, *tz*, seront dirigées perpendiculairement sur les plans élémentaires que formeront ces tranches; ainsi en abaissant les perpendiculaires *yR* & *yu*, la première sur le plan Rr, l'autre sur le côté CR, si Ry exprime la force réactive du point R, Ru exprimera l'impression que ce point fera sur le point *s*; or afin que les forces centrifuges & réactives des tranches entières Rr & *sx* soient égales, il faudra que ces forces soient en raison renversée des quarrés des rayons CR & Cs, d'où il suit (*Diff. 6. Art. 17.*) que les vitesses aux points R & *s* seront réciproquement comme les racines des distances.

## ARTICLE XLI.

La force réactive d'un point quelconque pris sur la surface d'une couche sphéroïdale, est proportionnelle au quarré de la vitesse de la matiere, divisé par le rayon de la développée de l'ovale, qui passant par ce point,



a pour centre celui de la masse, & pour tangente la ligne suivant la direction de laquelle la matiere affecte de se mouvoir. D'où il suit que les directions des tendances sont par-tout perpendiculaires aux élemens des couches sphéroïdales du tourbillon applati.

## ARTICLE XLII.

On voit que si on prend l'ovale QBPG pour le plan de l'Equateur du tourbillon applati, les forces réactives aux extrémités B & P du petit axe & du grand axe, seront entr'elles comme les rayons CB & CP ; car nommant  $b$  la moitié du petit axe,  $p$  la moitié du grand axe,  $V$  la vitesse au point B, &  $u$  la vitesse au point P, on aura (*Art.* 38.)  $V, u :: \frac{1}{b}, \frac{1}{p}$ . Mais au point B le rayon de la

développée égalera  $\frac{pp}{b}$ , & au point P, il égalera  $\frac{bb}{p}$  ; donc si ces rayons divisent les quarrés des vitesses, les forces centripètes aux points B & P seront entr'elles comme CB à CP : on voit aussi que depuis le point B jusqu'au point P, les forces réactives augmenteront toujours de plus en plus.

Il est clair que dans les ovales semblables & concentriques *hikl*, *mnop*, &c. les pesanteurs suivront encore la même proportion.

## ARTICLE XLIII.

Faisons voir maintenant que les irrégularités des mouvemens de la Lune, sont des suites nécessaires de l'applatissment du tourbillon de la Terre.

On conçoit d'abord que comme dans un tourbillon applati, les pesanteurs ne sont pas dirigées vers un centre



commun, les aires que décrit le rayon vecteur de la Lune, ne peuvent être exactement proportionnelles aux tems employés à les décrire.

#### ARTICLE XLIV.

Cependant les directions des pesanteurs de la Lune, ne doivent point suivre celles des réactions de la matiere; car que la Lune fasse sa révolution dans le plan ovale QBPG (*Fig. 27.*) en avançant selon l'ordre des Lettres QBPG, si c'est vers B, c'est-à-dire vers l'une des Syzigies qu'elle avance, comme les colonnes qui pousseront la partie occidentale *fh* de l'hémisphère supérieur, seront plus longues, & qu'elles auront plus de force (*Art. 42.*) que celles qui réagiront sur la partie orientale *hk* de cet hémisphère, le centre *l* de la Lune sera obligé de se détourner vers CB. De même, si c'est vers P, c'est-à-dire, vers l'une des quadratures qu'avance la Planete, les colonnes qui réagiront sur la partie orientale *hk* étant alors plus longues & ayant plus de force que celles qui pousseront la partie occidentale *hf*, le centre *l* sera pareillement obligé de se détourner vers CB: ainsi dans l'un & dans l'autre cas, les directions de la pesanteur de la Lune s'écarteront de celles des réactions de la matiere.

#### ARTICLE XLV.

En supposant que les parties *flh* & *hlk* de l'hémisphère supérieur du tourbillon de la Planete, fussent également poussées, il est clair que (*Diff. 6. Art. 2.*) si la direction du mouvement de la Lune faisoit un angle droit avec celle de la réaction de la matiere, ce mouvement ne se ralentiroit ni ne s'accelereroit, au lieu qu'il se ralentiroit (*Diff. 6.*



*Art. 5.*) si l'angle formé par les deux directions devenoit obtus, & qu'il s'accelereroit si cet angle devenoit aigu: mais dès que les parties *flh* & *hlk* de l'hémisphère *fhkl*, sont inégalement poussées, comme l'angle que fait la direction du mouvement de la Planete avec celle de sa pesanteur, se resserre quand la Lune va des quadratures aux Syzigies, & que cet angle s'ouvre quand elle va des Syzigies aux quadratures, il est évident que toutes choses supposées égales d'ailleurs, le mouvement de la Lune doit s'accelerer dans le premier cas, & que dans l'autre il doit se ralentir.

## ARTICLE XLVI.

Puisque la vitesse de la Lune augmente vers les Syzigies, & que sa pesanteur diminue (*Art. 42.*) la courbure de la trace de son mouvement doit pareillement diminuer; d'où il suit que la Lune est obligée de s'éloigner de la Terre en allant vers les quadratures; & puisque vers les quadratures sa vitesse diminue, & que sa pesanteur augmente (*Ibid.*), la courbure de la trace de son mouvement doit pareillement augmenter; d'où il suit que si la Lune affecte de décrire une Ellipse dont la Terre occupe le foyer, elle affecte encore d'en décrire une autre dont la Terre occupe le centre, & dont le grand axe est toujours tourné vers les quadratures, ce qui avoit déjà été remarqué dans l'Histoire de l'Académie.

## ARTICLE XLVII.

Quelle que soit la position de l'orbite de la Lune, la grande distance de la Planete à la Terre est toujours la même; mais sa moindre distance varie continuellement,



elle augmente à mesure que les apfides de son orbite s'approchent des quadratures.

Supposons que la Lune tendit à décrire un orbite circulaire *abdg*, (*Fig. 28.*), on voit que quand elle iroit des Syzigies *a* & *d* vers les quadratures *b* & *g*, l'applatiffement du tourbillon BPGQ l'obligerait (*Art. 46.*) à s'écarter également de part & d'autre; mais que l'orbite *abdg* reprennant sa forme ordinaire, ait ses apfides *p* & *q* tournés du côté des quadratures, la Lune franchira ses bornes du côté de son Perigée *p*, sans que pour cela elle soit obligée de s'écarter de son orbite du côté de l'apfide supérieur *q*; car qu'en partant du point *p* pour aller vers son apogée *q*, elle tende à s'éloigner du foyer T plus que ne le demandera l'applatiffement du tourbillon BPGQ, l'impression qui résultera de cet applatiffement, deviendra nulle, elle portera, pour ainsi dire à faux; c'est que la Lune en previendra l'effet, en suivant la trace de son mouvement propre.

#### ARTICLE XLVIII.

La même cause qui détermine les nœuds des Planetes principales à se mouvoir d'Occident en Orient, détermineroit aussi ceux de la Lune à se mouvoir dans le même sens, si une cause supérieure ne les obligeoit à suivre une direction contraire.

Soit PHQK (*Fig. 29.*) le grand cercle du tourbillon applati de la Terre, HK l'Ecliptique, P & Q ses pôles; on concevra 1°. que tous les cercles de latitude (le cercle PHQK excepté) se changeront en Ellipses, & que ces Ellipses seront d'autant plus étroites, que les points *e*, *f*, &c. où elles couperont l'Ecliptique, seront plus voi-  
sins



fin du point G, pris ici pour une des extrémités de l'axe projeté du sphéroïde.

On concevra 2° que dans une même Ellipse, les rayons croîtront toujours, mais que les différentielles de ces rayons ne croîtront que jusqu'au point où l'ordonnée sur le petit axe de l'Ellipse sera à l'abscisse, comme le grand diamètre au petit diamètre, & qu'ensuite en avançant vers les pôles, ces différentielles seront toujours décroissantes.

Enfin 3°. on concevra qu'aux mêmes latitudes les différences des rayons seront d'autant plus grandes que les Ellipses auxquelles appartiendront ces rayons seront plus étroites.

Cela conçu, changeons de point de vûe.

Supposons que l'Ecliptique BG (Fig. 30.) & le grand cercle PQ du sphéroïde applati PBQG soient vûs l'un & l'autre de profil & par leur tranchant, & qu'ainsi l'œil du spectateur réponde au point T de l'intersection commune des deux orbites.

Supposons aussi que Cc représente le plan de l'orbite de la Lune ayant son nœud au point T de l'intersection commune des plans BG & PQ, ou que cette orbite soit représentée par le plan *bag* (Fig. 31.), en sorte que dans la première position, les nœuds de la Lune soient dans les quadratures, & que dans l'autre, ils se trouvent dans les Syzigies; si on prend *mhnk* (Fig. 30. & 32.) pour le tourbillon de la Lune, & qu'on partage l'hémisphère supérieur *mhn* en deux parties égales *hcn* & *hcm*, la première tournée vers le pôle P ou Q, l'autre tournée vers le plan de l'Ecliptique BG, on concevra que la partie *hcn* sera chargée des colonnes les plus hautes & les plus fortes, que la différence des impressions deviendra d'autant plus grande, que la Lune aura plus de latitude, &



que cette différence, les latitudes supposées les mêmes ; croîtra encore à mesure que les plans elliptiques seront plus resserrés & plus voisins des Syzigies.

Or cela conçu, on voit 1°. que la loi de la percussion demandera que le centre du tourbillon de la Lune sorte du plan de son orbite du côté qui regardera celui de l'Ecliptique ; ainsi en supposant que la Planete ait son nœud au point T (Fig. 32.) & qu'elle tende à décrire l'arc CI ou *ci* dans un tems déterminé, il est clair que si en conséquence de l'inégalité des impressions que recevront les parties *hcn* & *hcm* de l'hémisphere supérieur *mhn*, la Lune décrit l'arc CD ou *cd*, au lieu de l'arc CI ou *ci*, le point T rétrogradera vers R ou vers *r*.

2°. On voit que dans l'espace de tems qu'employera la Lune à faire sa révolution autour de la Terre, ses nœuds rétrograderont plus ou moins, suivant qu'ils seront plus ou moins éloignés des Syzigies ; car s'ils se trouvent vers les quadratures, la Lune aura ses plus grandes latitudes dans les plans elliptiques les plus étroits, dans ceux où croîtra la différence des forces ; & si ses nœuds sont vers les Syzigies, la Planete aura ses plus grandes latitudes dans les plans elliptiques les plus ouverts, dans ceux où la différence des forces aura ses moindres accroissemens ; donc suivant ce qu'on vient de démontrer, les nœuds de la Lune rétrograderont moins dans ce dernier cas que dans l'autre.

3°. On voit enfin que plus la Lune s'approchera des Syzigies, toutes choses supposées égales d'ailleurs, plus la rétrogradation de ses nœuds sera prompte.

#### ARTICLE XLIX.

Le même mécanisme qui fait rétrograder les nœuds



de la Lune, fait encore varier l'inclinaison du plan de son orbite; on voit que si la Planete s'écarte du plan  $CTc$  (*Fig. 32.*), & qu'elle en sorte du côté qui regarde le plan  $BG$ , pris encore pour celui de l'Ecliptique, il faut que l'angle que font les deux plans, ou s'ouvre, ou se resserre, suivant que la Planete, ou s'approche, ou s'éloigne du nœud le plus voisin de son lieu Phisique; qu'elle décrive par exemple, l'arc  $CD$ , au lieu de l'arc  $CI$ , l'angle  $CRB$  deviendra plus ouvert que l'angle  $CTB$ ; de même qu'elle décrive l'arc  $cd$  au lieu de l'arc  $ci$ , l'angle  $crG$  deviendra plus aigu que l'angle  $cTG$ ; ainsi, que la Lune parte de son nœud  $T$ , & qu'elle s'en écarte de  $90^d$ , le plan de son orbite s'abaissera de plus en plus; qu'elle aille ensuite jusqu'au nœud opposé à celui d'où elle étoit partie, le plan de son orbite s'élèvera autant à peu près qu'il se fera abaissé.

Il suit delà que la Lune supposée à  $90^d$  de ses nœuds, a sa plus grande latitude quand elle est dans les quadratures, & que ses nœuds sont dans les Syzigies, & qu'elle a sa moindre latitude quand elle se trouve dans les Syzigies, & que ses nœuds sont dans les quadratures.

## ARTICLE L.

On voit que de la maniere que l'orbite de la Lune change de position & d'inclinaison, il faut que le chemin que fait la Planete devienne tortueux & plus long que celui qu'elle feroit, en supposant que son orbite fût immobile; donc plus ses nœuds rétrogradent, plus doit-elle employer de tems à faire une révolution entiere, sa vitesse supposée la même.

## ARTICLE LI.

Faisons voir maintenant que l'irrégularité des mou-



vemens des apfides de la Lune, vient encore de l'appatiffement du tourbillon de la Terre.

On fçait (*Art. 11. & 12.*) que les apfides de l'orbite d'une Planete doivent ou avancer, fuivant l'ordre des Signes, ou rétrograder, felon que le rapport des pefanteurs de la Planete eft plus grand ou plus petit que le rapport renverfé des quarrés de fes diftances au centre vers lequel elle eft inceffamment poulfée. On fçait auffi que plus les colonnes qui réagiffent fur les Planetes font élevées, plus elles font d'impreffion fur elles, les diftances au centre fupposées les mêmes. De plus, on voit que, comme la plus grande latitude de la Lune n'eft que de 5 degrés 20 minutes 30 fecondes, les différens plans fur lesquels fe couche fucceffivement fon orbite, font à peu près femblables au plan de l'Ellipfe generatrice du tourbillon fpheroïdal de la Terre; c'eft même fur ce plan qu'elle eft couchée, lorsque fes nœuds font dans les Syzigies avec le Soleil; car l'Ellipfe generatrice, celle qui a fon petit axe commun avec le fpheroïde, eft cenfée la même, quelque pofition qu'on lui donne en la faifant tourner fur cet axe.

Or cela pofé, foit (*Fig. 33. & 34.*) BPGQ l'Ellipfe generatrice du tourbillon fpheroïdal de la Terre, PCQ fon grand axe, BCG fon petit axe, RSVX le grand cercle d'une fphere qu'on fupposera égale au fpheroïde, & qui par conféquent aura pour rayon la racine cubique du quarré du demi-axe CP multiplié par le demi-axe CB; foit auffi *bpgq* l'orbite elliptique de la Lune, fi les apfides de cette orbite font voifins du petit axe BG, (*Fig. 33.*) il eft clair que le rapport des forces qu'aurent les colonnes qui réagiront fur la Lune aux points *b* & *g*, l'emportera fur celui des forces qu'auroient les colonnes



$Rb$  &  $Vg$  prises dans la sphere ; & qu'ainsi les apsides avanceront plus dans le tourbillon sphéroïdal, qu'ils n'avanceroient dans le tourbillon sphérique. Au contraire si les apsides  $b$  &  $g$  (Fig. 34.) sont voisins du grand axe  $PQ$ , le rapport des forces qu'auront les colonnes qui réagiront sur la Lune aux points  $b$  &  $g$  fera plus petit que le rapport des forces qu'auroient les colonnes  $Sb$  &  $xg$ , prises pareillement dans la sphere ; donc dans ce cas les apsides de la Lune avanceront moins dans le tourbillon sphéroïdal, qu'ils n'avanceroient dans le tourbillon sphérique ; donc toutes choses supposées égales d'ailleurs, leur mouvement doit être plus prompt quand ils sont dans les Syzigies avec le Soleil, que quand ils se trouvent dans les quadratures ; ce qui s'accorde avec ce que les observations nous apprennent.

Voici cependant une remarque qu'il faut faire ; on sçait que dans un tourbillon sphérique, les réactions de la matiere sont en raison renversée des quarrés des distances au centre du tourbillon, & que quand une Planete fait sa révolution autour de ce centre, les colonnes dont elle est chargée s'accourcissent autant que s'allonge son rayon vecteur : mais dans un tourbillon applati ce n'est plus la même chose ; car que la Lune ait ses apsides dans le petit axe  $BG$  (Fig. 33.) & qu'elle circule suivant l'ordre des Lettres  $bpgq$ , il est évident que depuis le point  $b$  le plus proche de la Terre jusqu'au point  $p$ , les colonnes s'accourcissent moins à proportion que n'augmente la distance de la Lune au point  $C$ , & que depuis le point  $p$  jusqu'au point  $g$ , c'est le contraire. On voit même que l'applatissment du tourbillon de la Terre pourroit être tel, que dans tout l'espace  $bp$ , les colonnes s'éleveroient malgré l'allongement du rayon vecteur de



la Lune ; de plus on voit que le rapport des réactions de la matiere sur les points de l'arc  $bp$ , est plus petit que celui que demanderoit la loi de Kepler, & que ce rapport augmente depuis le point  $p$  jusqu'au point  $g$ , qu'il peut même augmenter de façon, que dans tout l'arc  $pg$ , il soit beaucoup plus grand que le rapport renversé des quarrés des distances de la Lune à la Terre.

Cela posé, soit (*Fig. 33.*)

$$CB \text{ ou } CG = B$$

$$CP \text{ ou } CQ = P$$

$$Cb = d$$

$$Cp \text{ ou } Cq = c$$

$$Cg = D$$

$$Bb = h$$

$$Pp \text{ ou } Qq = i$$

$$Gg = k$$

Les réactions de la matiere aux points  $b$ ,  $p$  &  $g$ , feront (*Art. 40. & 42.*) proportionnelles à  $\frac{B^3}{dd}$ ,  $\frac{P^3}{cc}$  &  $\frac{B^3}{DD}$ , & si  $L$  désigne la masse de la Lune, les impressions réactives que recevra cette masse aux points  $b$ ,  $p$  &  $g$  feront entr'elles comme  $\frac{B^3h}{hdd + Ldd}$ ,  $\frac{P^3i}{icc + Lcc}$  &  $\frac{B^3k}{kDD + LDD}$  ; c'est-à-dire qu'à chacun des points  $b$ ,  $p$  &  $g$  la chute de la Lune sera proportionnelle à la vitesse réactive de l'éther multipliée par la colonne, dont la masse  $L$  portera le poids, & divisée par la somme des deux masses ; or afin que les apsides  $b$  &  $g$  restassent immobiles, il faudroit que les chutes de la Planete aux points  $b$ ,  $p$  &  $g$  fussent entr'elles comme  $\frac{1}{dd}$ ,  $\frac{1}{cc}$ ,  $\frac{1}{DD}$  ; donc si  $\frac{B^3h}{h+L}$



n'égale pas  $\frac{P^3 i}{i+L}$ , les apfides  $b$  &  $g$ , ou avanceront, ou rétrograderont quand la Lune passera du point  $b$  au point  $p$ ; ils avanceront (*Art. 11.*) si  $\frac{B^3 h}{h+L}$  surpasse  $\frac{P^3 i}{i+L}$ ; ils rétrograderont au contraire (*Art. 12.*) si c'est  $\frac{P^3 i}{i+L}$  qui surpasse  $\frac{B^3 h}{h+L}$ , c'est que dans le premier cas, le rapport des pesanteurs de la Lune aux points  $b$  &  $p$ , l'emportera sur le rapport renversé des quarrés des distances au point  $C$ , & que dans l'autre cas, ce sera le contraire. Or puisque la fraction  $\frac{B^3 k}{k+L}$  sera non-seulement plus petite que  $\frac{B^3 h}{h+L}$ , mais qu'elle ne pourra encore égaler  $\frac{P^3 i}{i+L}$ , il est clair que quand la Lune passera du point  $p$  au point  $g$ , les apfides avanceront toujours suivant l'ordre des Signes; & si on supposoit que  $\frac{P^3 i}{i+L}$  surpassât  $\frac{B^3 h}{h+L}$ , le rapport de  $\frac{P^3 i}{i+L}$  à  $\frac{B^3 k}{k+L}$  en deviendrait plus grand, ce qui demanderoit que le mouvement des apfides s'accéléraât encore, pendant que la Planete décriroit l'arc  $pg$ .

En un mot, comme le rapport de  $\frac{B^3 h}{h+L}$  à  $\frac{B^3 k}{k+L}$  égalera le rapport composé de  $\frac{B^3 h}{h+L}$  à  $\frac{P^3 i}{i+L}$  & de  $\frac{P^3 i}{i+L}$  à  $\frac{B^3 k}{k+L}$ , il est évident que quand la Lune aura parcouru l'arc  $bg$ , les apfides se trouveront toujours à peu près également



avancés, soit que la fraction  $\frac{B^3 h}{h+L}$ , soit ou plus grande ou plus petite que la fraction  $\frac{P^3 i}{i+L}$ .

Or les pesanteurs qu'aura la Lune aux points qui se répondront dans les arcs  $bp$  &  $qb$ ,  $pg$  &  $gq$ , seront nécessairement les mêmes ; donc suivant ce qui vient d'être dit, il faudra que les apsides  $b$  &  $g$  avancent lentement, ou même qu'ils rétrogradent quand la Planete décrira le petit arc  $qbp$ , & que leur mouvement soit direct & qu'il s'accélère quand elle parcourra le grand arc  $pgq$ .

Je dis maintenant que le contraire arrivera, lorsque les apsides de l'orbite  $bpqg$  seront tournés du côté des quadratures ; car supposant ce qui vient d'être dit, mais (*Fig. 34.*) nommant  $m$  la colonne  $Pb$ ,  $n$  la colonne  $Gp$  ou  $Bq$ , &  $r$  la colonne  $Qg$ , les pesanteurs aux points

$b, p$  &  $g$  seront proportionnelles à  $\frac{1}{dd} \times \frac{P^3 m}{m+L}$ ,  $\frac{1}{cc} \times \frac{B^3 n}{n+L}$ ,

$\frac{1}{DD} \times \frac{P^3 r}{r+L}$  ; or  $\frac{P^3 m}{m+L}$  surpassera  $\frac{B^3 n}{n+L}$  ; donc dans tout

l'arc  $qbp$ , le rapport des pesanteurs de la Lune fera plus grand que le rapport renversé des quarrés des distances au centre  $C$ , ce qui (*Art. 11.*) fera avancer les apsides

suivant l'ordre des Signes : mais la raison de  $\frac{B^3 n}{n+L}$  à  $\frac{P^3 r}{r+L}$ ,

sera plus petite que celle de  $\frac{P^3 m}{m+L}$  à  $\frac{B^3 n}{n+L}$  ; donc quand

la Lune parcourra le grand arc  $pgq$ , les apsides avanceront lentement ou rétrograderont ; ils avanceront

(*Art. 11.*) si  $\frac{B^3 n}{n+L}$  surpassé  $\frac{P^3 r}{r+L}$  ; ils rétrograderont au

contraire



contraire (*Art. 12.*) si c'est  $\frac{P^3 r}{r+L}$  qui surpasse  $\frac{B^3 n}{n+L}$ .

J'ajoute à cela, que, suivant ce que j'ai déjà dit dans l'Article précédent, plus le mouvement des apsides sera lent ou rétrograde, quand la Lune parcourra l'arc *pgq*, plus ce mouvement s'accélérera quand la Planete décrira l'arc *qbp*.

## ARTICLE LII.

Il est clair que les irrégularités qui sont particulieres à la Lune, & qui ont pour cause l'applatissement du tourbillon de la Terre, doivent toujours augmenter à mesure que ce tourbillon s'applatit, & comme cet applatissement répond à peu près aux forces qui le compriment, & que ces forces sont en raison renversée des quarrés des distances de la Terre au Soleil, les irrégularités de la Lune ne doivent gueres s'éloigner de cette proportion.

## ARTICLE LIII.

Il me reste à faire voir que le mouvement réciproque des eaux de la mer, est une suite nécessaire des principes qu'on vient d'établir.

Soit *qpmnrsto* (*Fig. 35.*) la Terre environnée de son tourbillon *ABDG*, & *Ll* le tourbillon de la Lune embrassé par la Piramide *ACa*, qu'on suppose avoir le centre de la Terre pour sommet; si la masse de la colonne *ALLa*, *a*, comme on le doit supposer, un rapport fini avec la masse du tourbillon de la Lune, elle ne communiquera à ce tourbillon qu'une partie de sa vitesse réactive; ainsi la pression de la partie *pq* par la colonne *Aqpa*, sera moindre que la pression de la partie *rs* par la colonne *Drds*, qu'on suppose diametralement opposé à *Aqpa*;



donc la loi de l'équilibre demandera que la Terre s'élève un peu vers la Lune ; & comme les eaux qui se trouveront vers *pq* seront obligées de céder à l'impression des colonnes laterales *Bmnb*, *Gtog*, la mer s'élèvera dans cet endroit au-dessus de son niveau. A l'égard des eaux qui se trouveront vers *rs*, il est clair que l'action des mêmes colonnes laterales les empêchera de s'élever autant que la Terre ; donc il se formera deux Promontoires d'eaux, l'un du côté de *pq*, l'autre du côté de *rs*, ce qui donnera à la mer une figure approchante de la surface d'un spherôïde alongé.

Supposons maintenant que *APBQ* (*Fig. 36.*) représente la figure oblongue de la mer, lorsque la Lune se trouve au point *L* ; supposons aussi que *PQ* soit l'axe de la Terre, il est évident que quand les deux promontoires *A* & *B*, en tournant conjointement avec la Terre autour de l'axe *PQ*, viennent à s'écarter du méridien où se trouve la Lune, leurs eaux doivent nécessairement retomber par leur propre poids ; donc les marées pour chaque lieu particulier, suivent toujours les retours de la Lune dans un même méridien ; c'est pour cela que la mer fluë & reflüë deux fois dans l'espace de 24<sup>h</sup> 49' ou environ, c'est-à-dire dans un tems égal à celui qu'emploie la Lune à faire sa révolution journaliere autour de la Terre.

Suivant ce qui vient d'être dit, il faut que les marées arrivent plutôt vers les Tropiques, que vers nos contrées ; mais si on suppose que les promontoires *A* & *B* s'étendent jusqu'à nous, il faut encore que nos marées soient plus grandes que celles qui arrivent vers les Tropiques ; car il est clair que, plus les eaux de la mer retombent de haut, plus elles doivent s'élever au-dessus



de leur niveau lorsque quelque obstacle borne leur cours. Mais si rien n'empêche les eaux de couler, ce qu'elles ont acquis de force en tombant les oblige encore à s'étendre, lors même qu'elles ont atteint leur niveau.

Cependant comme l'impression à laquelle elles obéissent alors, s'affoiblit sans cesse, il faut que les marées aient des bornes au-delà desquelles elles cessent d'être sensibles, aussi ne le sont-elles plus dès qu'elles ont une fois passé le 65<sup>e</sup> degré de latitude.

La mer employe moins de tems à s'approcher de nous qu'à s'en éloigner ; quand elle s'en approche, elle fuit sa pente naturelle, quand elle s'en éloigne, il faut qu'elle vainque la résistance que lui fait son propre poids.

Si on supposoit que la Lune fût anéantie, les eaux de la mer formeroient toujours deux promontoires opposés qui auroient pour axe le petit diamètre BG (*Fig. 37.*) du tourbillon de la Terre ; c'est que (*Art. 42.*) les colonnes de la matière étherée peseroient d'autant moins, qu'elles seroient plus voisines de ce diamètre ; aussi les marées seroient-elles alors réglées comme elles le sont dans le tems des nouvelles & des pleines Lunes, mais elles seroient plus petites. Il suit de là que si dans le tems des quadratures, les promontoires sont tournés vers les extrémités P & Q du grand axe PQ, (*Fig. 38.*) c'est que, comme le tourbillon de la Terre est peu aplati, ce que la Lune retranche de la pesanteur des colonnes PC ou QC dont elle porte le poids, l'emporte sur la différence de cette pesanteur & de celle des colonnes BC ou GC couchées sur le petit axe.

Suivant ce qui vient d'être dit, on voit que les marées sont plus ou moins grandes, selon que la Lune s'approche plus ou moins du petit axe BG ; car vers le



tems des quadratures la Lune ne peut produire son effet qu'après avoir détruit celui qui résulte de la figure sphéroïdale du tourbillon de la Terre ; on a donc alors deux effets contraires produits par deux causes différentes , au lieu que vers le tems des conjonctions ou des oppositions , ces deux causes se réunissent pour produire le même effet.

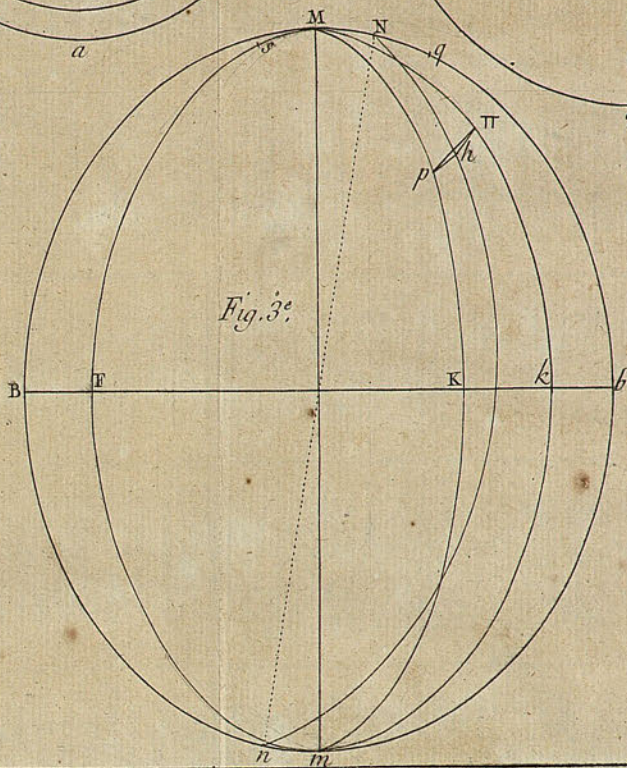
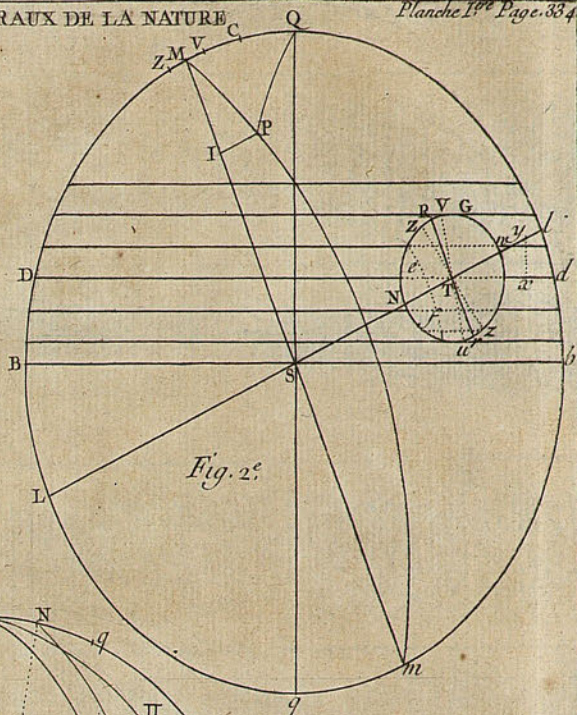
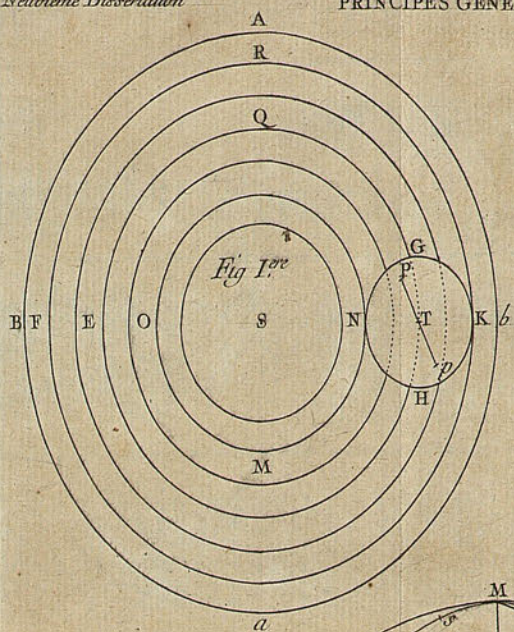
Il suit de là que des nouvelles & des pleines Lunes aux quadratures , les marées du matin sont plus grandes que celles du soir , & que des quadratures aux nouvelles ou aux pleines Lunes , les marées du soir sont plus grandes que celles du matin , ce qui est évident , puisque les marées décroissent depuis les pleines & les nouvelles Lunes jusqu'aux quadratures , & qu'elles augmentent depuis les quadratures jusqu'aux nouvelles & aux pleines Lunes.

Il est démontré (*Diff. 8. Art. 46.*) que les pesanteurs diminuent depuis les Pôles jusqu'à l'Equateur. Mais moins les eaux de la mer pèsent , plus les promontoires d'où naissent le flux & le reflux , doivent s'élever ; donc il faut que ce soit aux nouvelles & aux pleines Lunes des équinoxes qu'arrivent les plus grandes marées ; c'est qu'alors la Lune , & par conséquent les promontoires dont elle cause l'élévation , sont dans le plan de l'Equateur , ou voisins de ce plan.

Il suit des mêmes principes que les plus petites marées qu'occasionne la Lune sont celles qui arrivent dans les quadratures des équinoxes ; c'est qu'alors la Lune , & par conséquent les promontoires qu'elle fait élever , sont dans le plan de l'un des tropiques ou voisins de ce plan.

Soit ABDG (*Fig. 39.*) le tourbillon aplati de la Terre circulant autour de lui-même , suivant l'ordre des Lettres







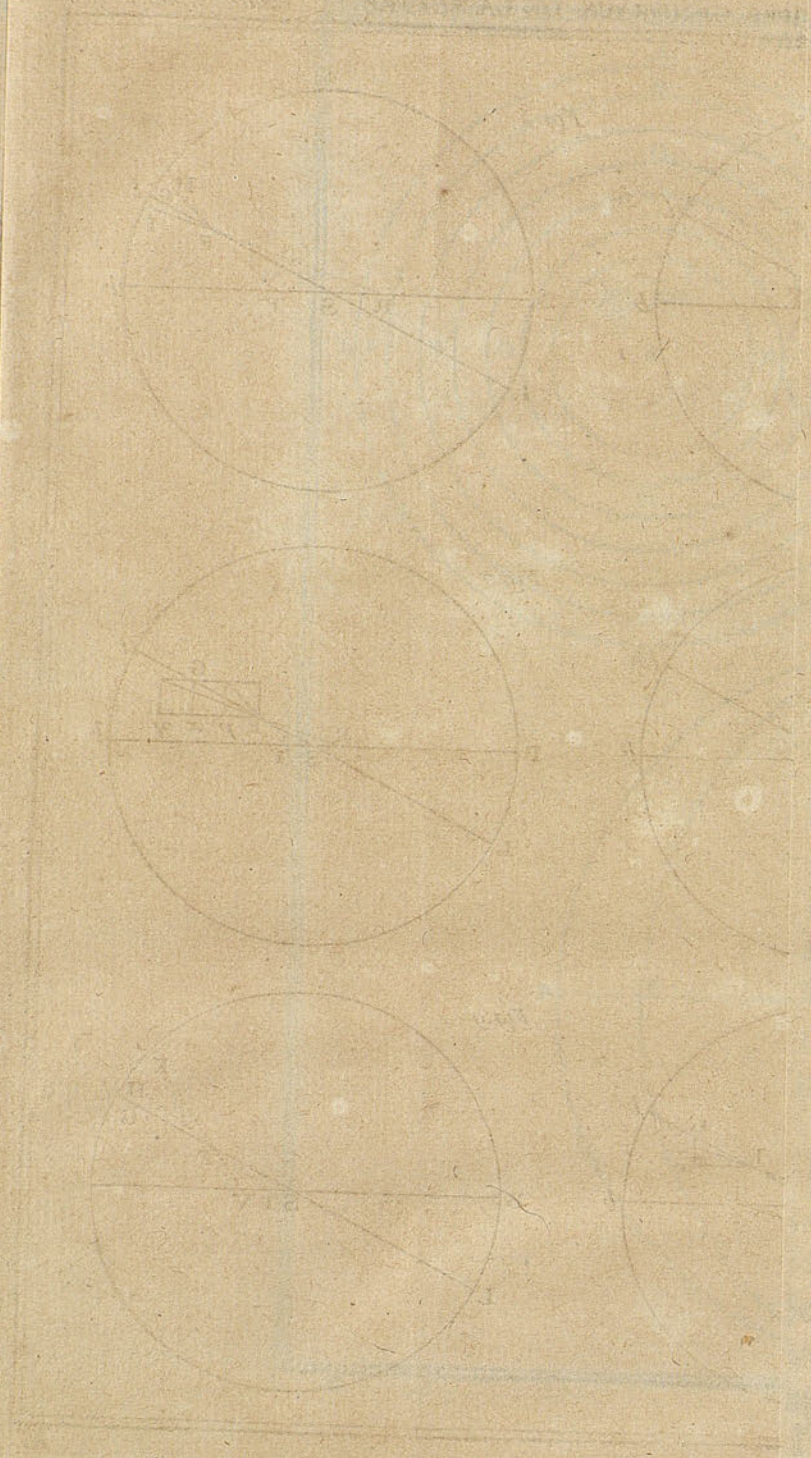




Fig. 4

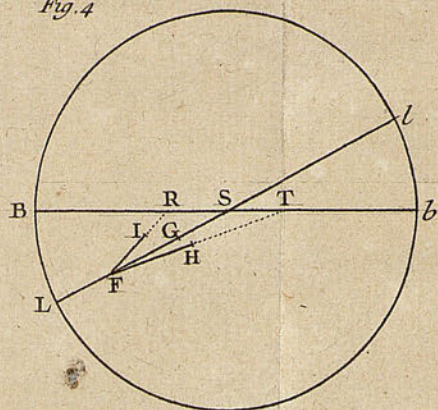


Fig. 5

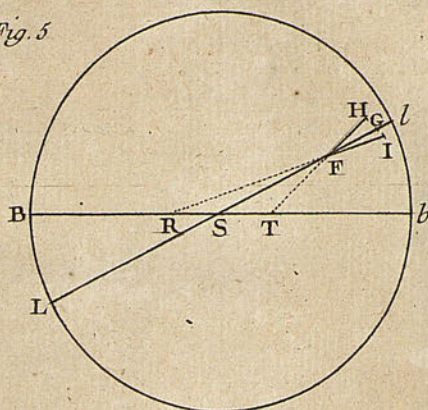


Fig. 6

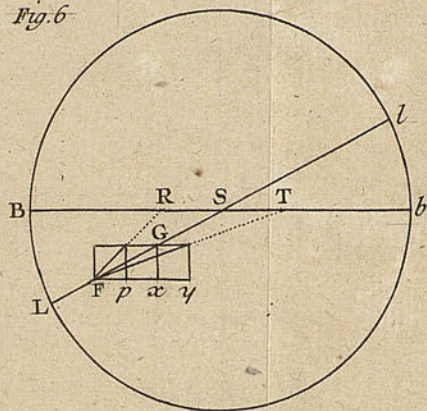


Fig. 7

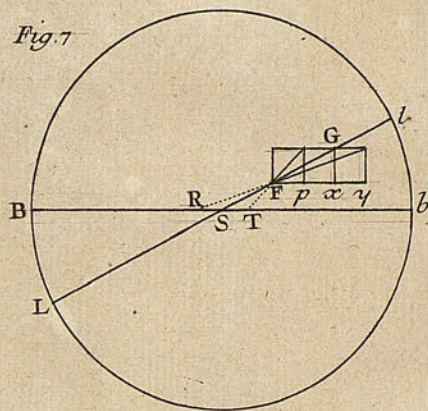


Fig. 8

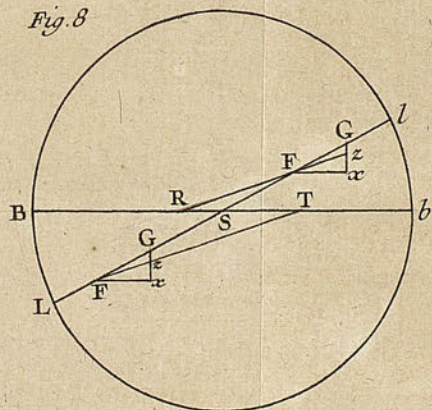
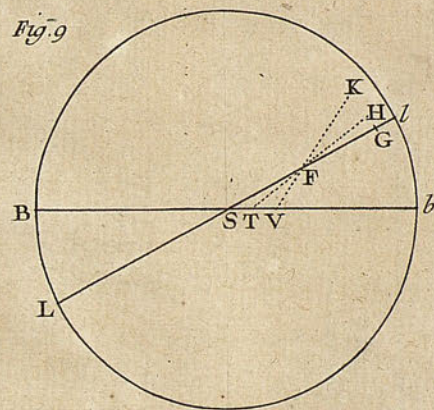
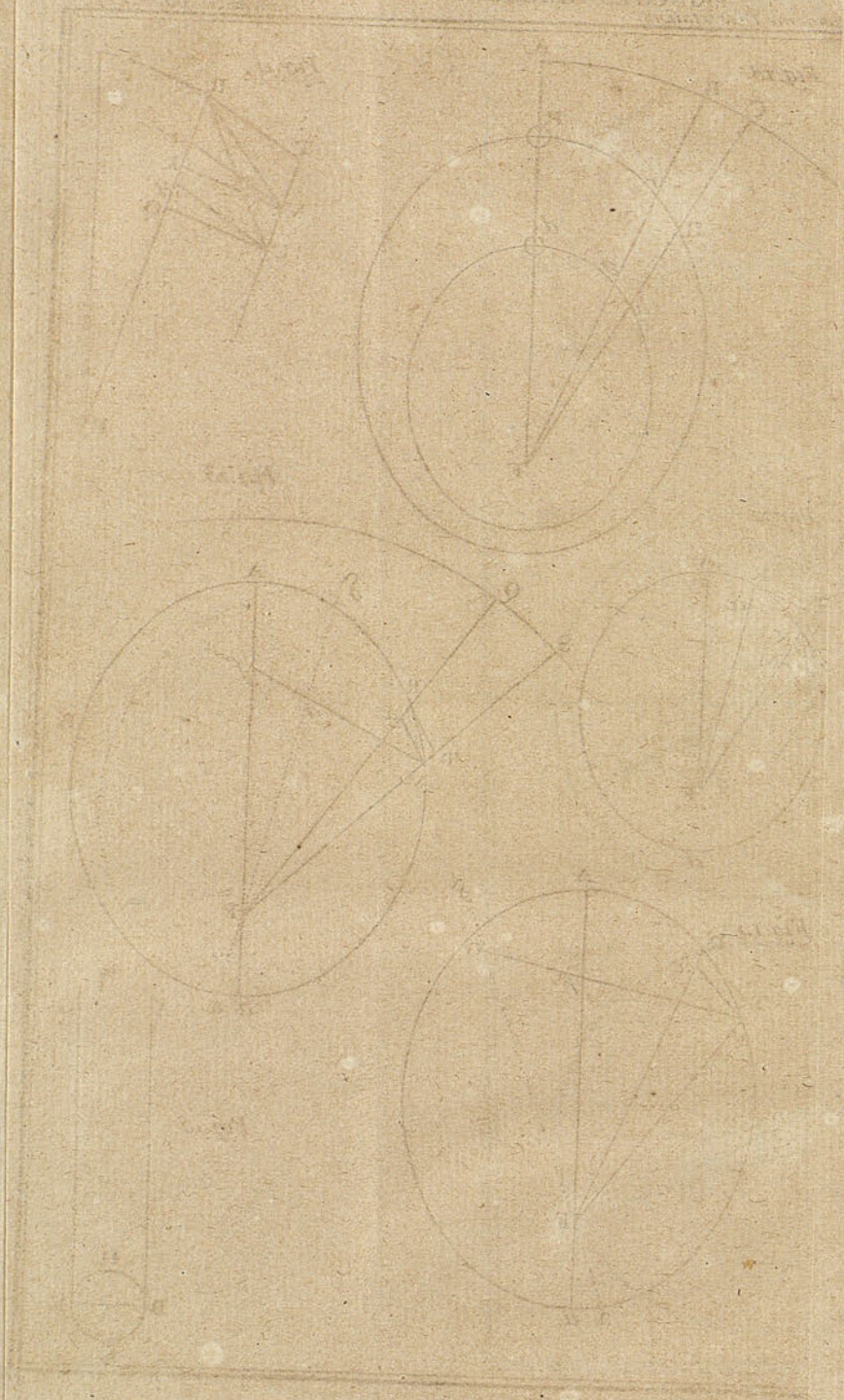


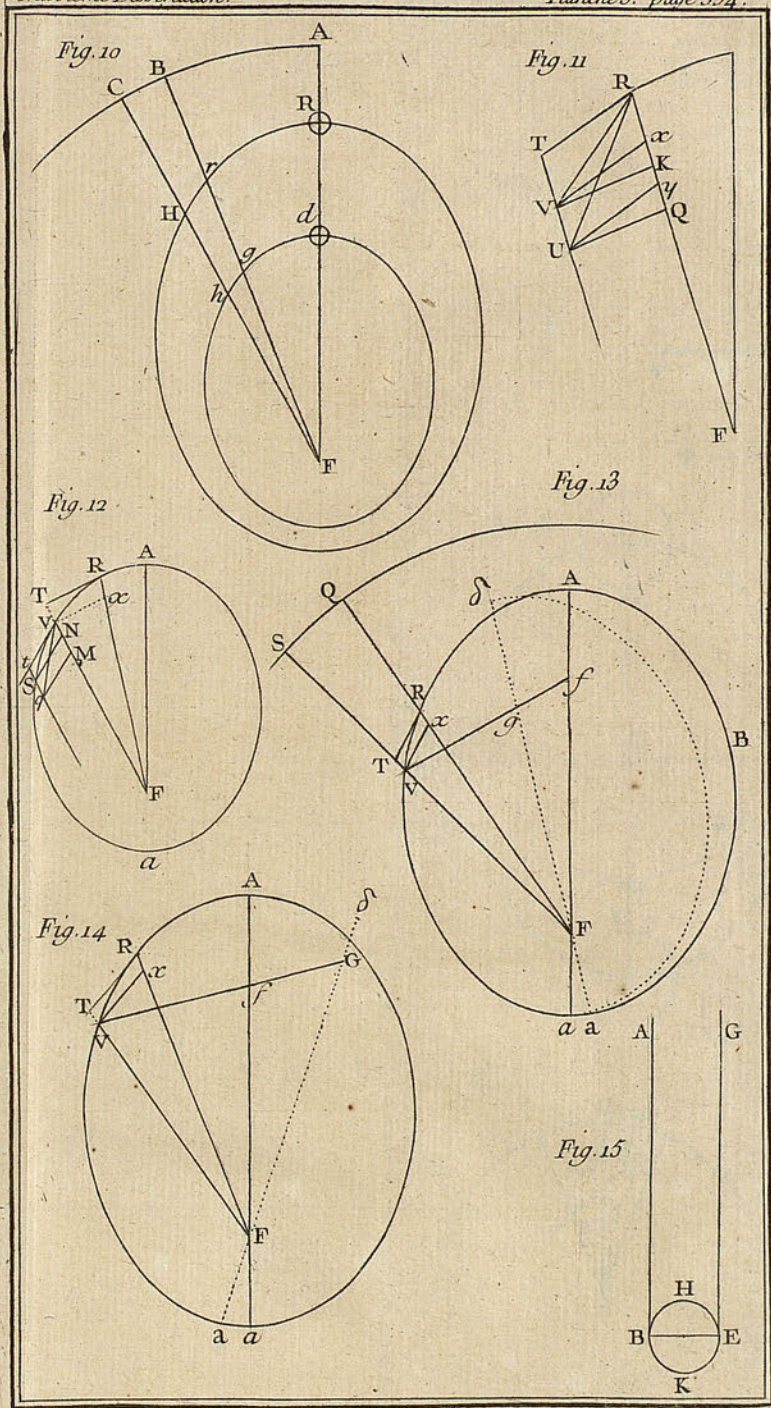
Fig. 9













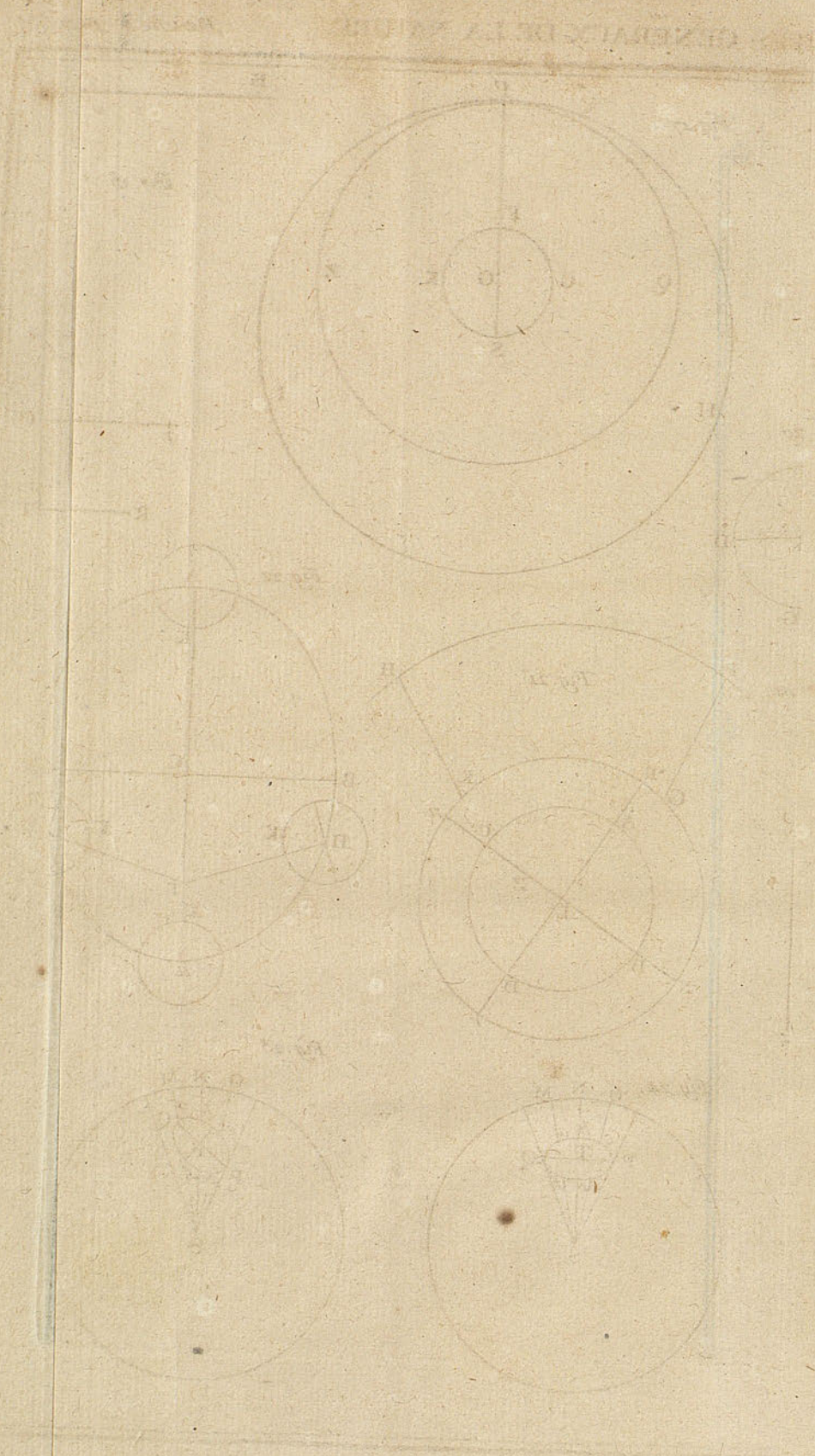




Fig. 16

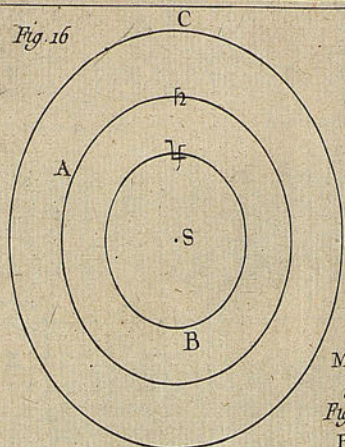


Fig. 17

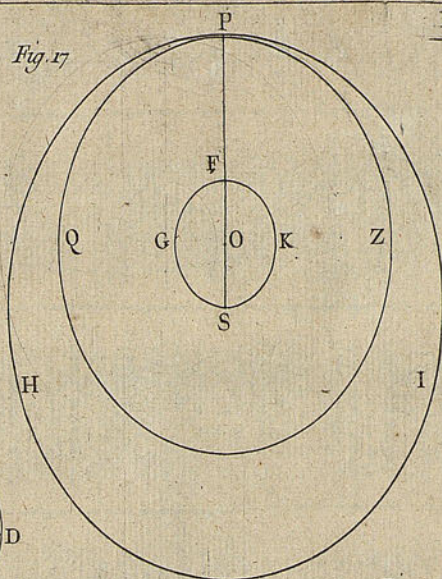


Fig. 18



Fig. 20

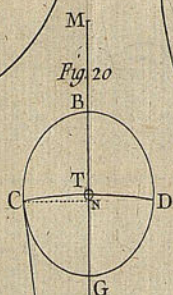


Fig. 19

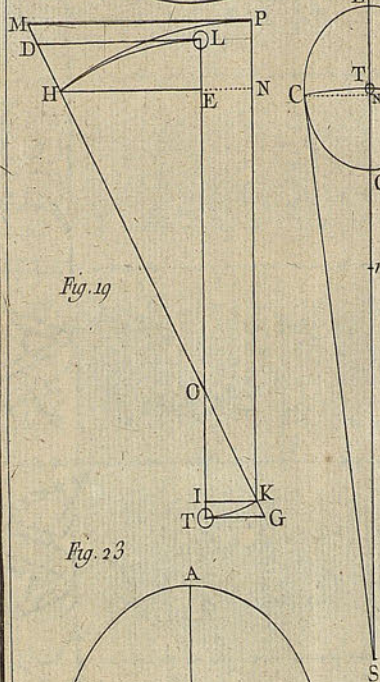


Fig. 23

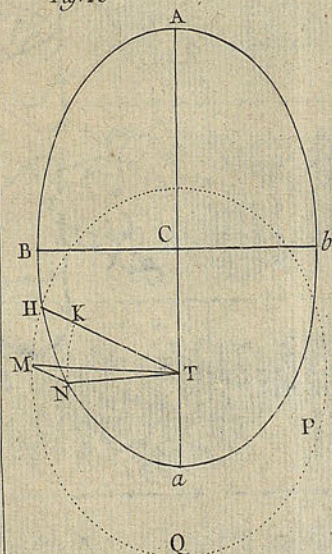


Fig. 21

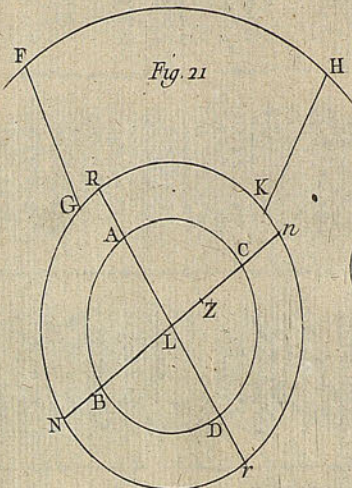


Fig. 22

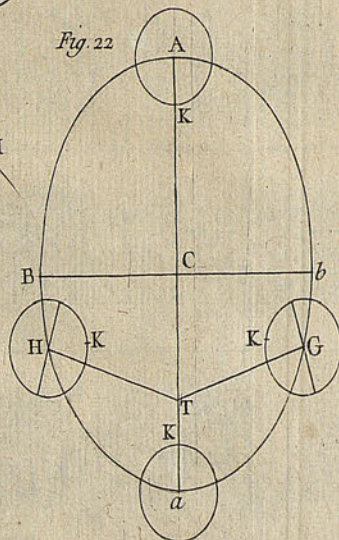


Fig. 24

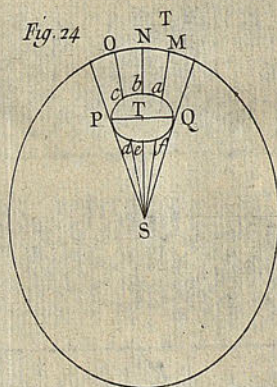
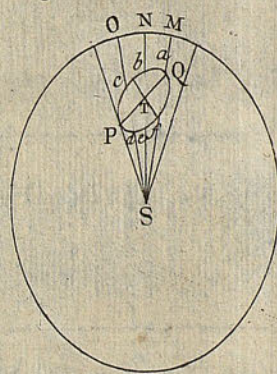


Fig. 25





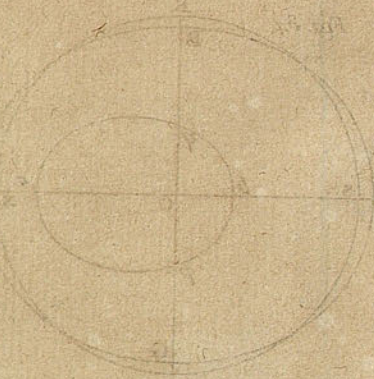
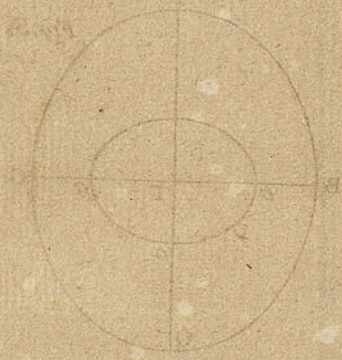
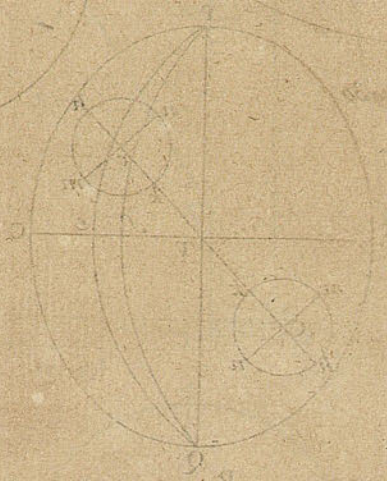




Fig. 26

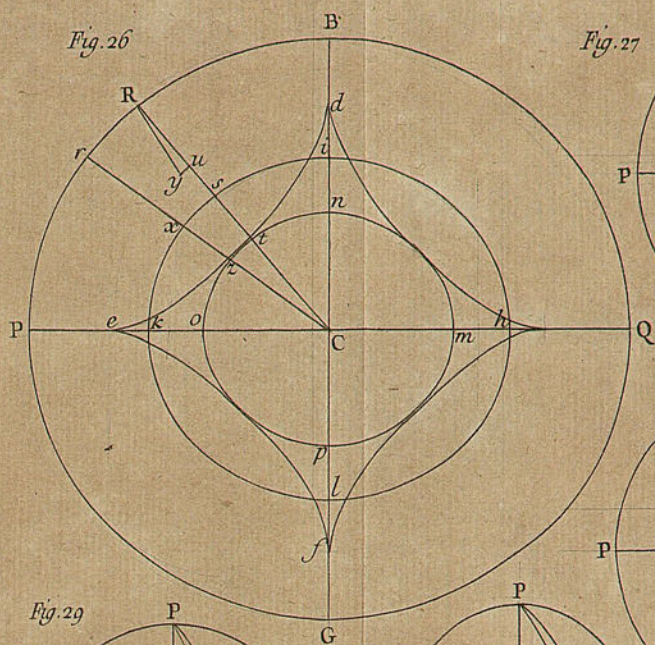


Fig. 27

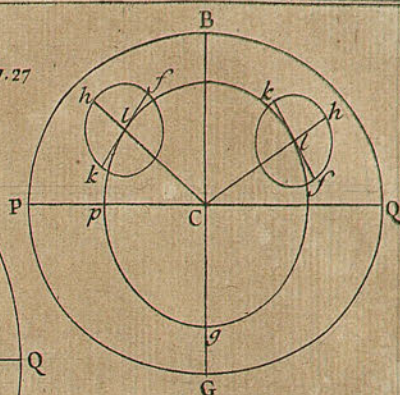


Fig. 28

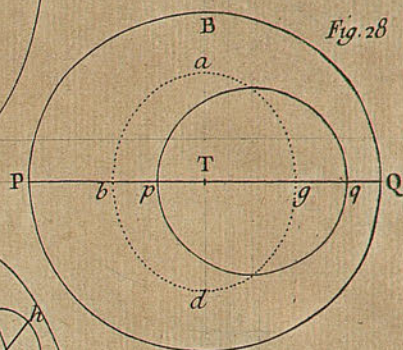


Fig. 29

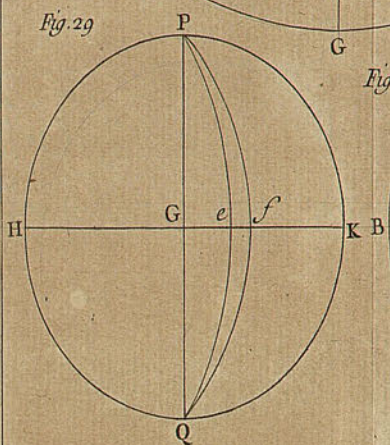


Fig. 30

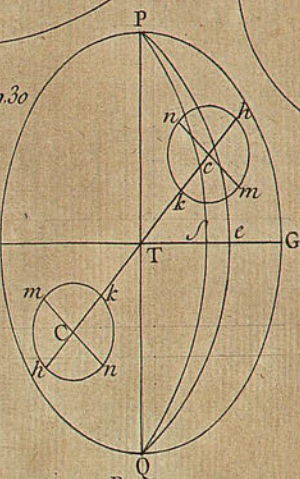


Fig. 31

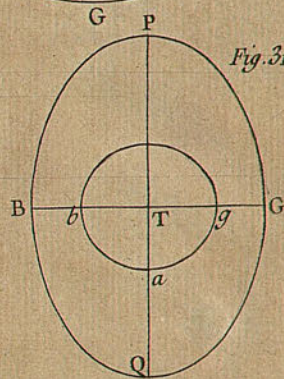


Fig. 32

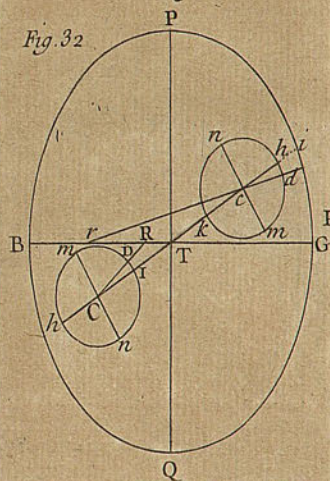


Fig. 33

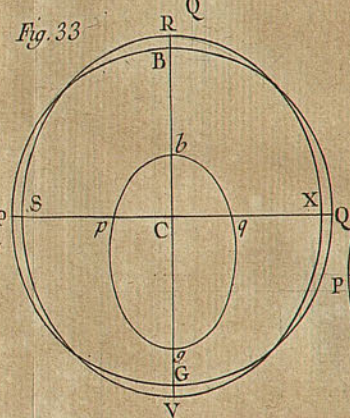
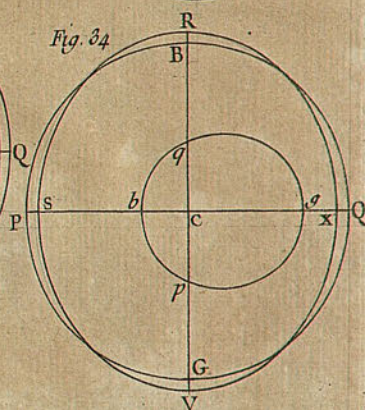


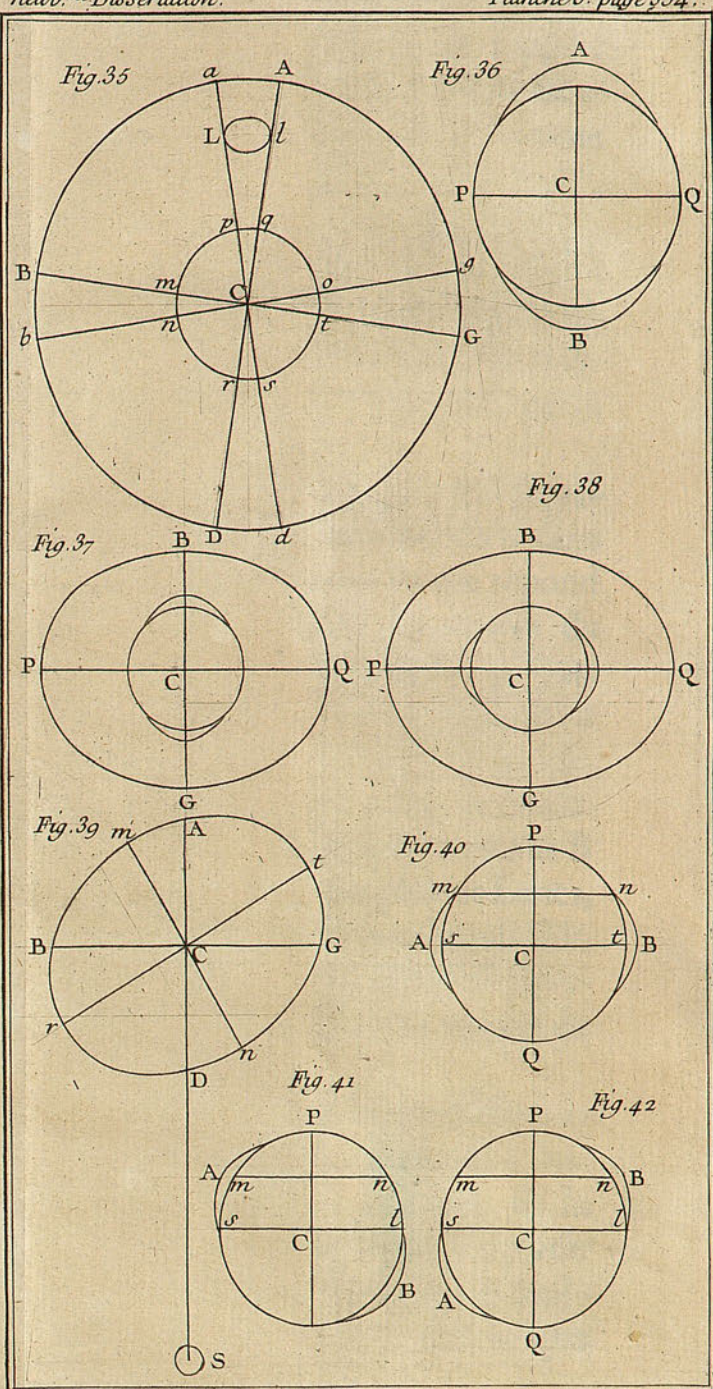
Fig. 34

















ABD, Soit SDCA une ligne qui passe par son centre & par celui du Soleil, BCG une perpendiculaire sur SDCA,  $mCn$  le petit axe du sphéroïde applati, qu'on suppose (Art. 36.) incliné du côté que circule la matière éthérée,  $rCt$  le grand axe du plan elliptique *mn* ; comme la Lune n'arrivera aux rayons  $mC$  ou  $nC$ ,  $rC$  ou  $tC$ , qu'après qu'elle aura passé par les rayons AC ou DC, BC ou GC, il est clair que les grandes & les petites marées devront nécessairement retarder, aussi les grandes marées n'arrivent-elles qu'un jour ou deux après les nouvelles ou les pleines Lunes, & les petites marées, qu'un jour ou deux après les quadratures.

Soit PQ l'axe de la Terre PSQt (Fig. 40.) St l'Equateur, *mn* notre parallèle, PsQ le demi-meridien dans lequel se trouve le Soleil, A le promontoire qui répond aux marées du soir, B celui qui répond aux marées du matin ; comme dans les nouvelles & dans les pleines Lunes des équinoxes nous nous trouvons également voisins de la naissance des promontoires A & B, les marées du soir sont nécessairement égales à celles du matin.

En Eté, le trop grand éloignement du promontoire B (Fig. 41.) dans le tems des nouvelles & des pleines Lunes, donne les marées du matin plus petites que celles du soir.

C'est le contraire en hyver, le trop grand éloignement du promontoire A (Fig. 42.) donne les marées du soir plus petites que celles du matin.

La Piramide de matière éthérée dont le tourbillon de la Terre affoiblit la réaction, s'élargit ou se rétrécit, suivant que la Lune s'approche ou qu'elle s'éloigne de la Terre, or de la largeur de cette Piramide dépend en partie la grandeur des marées ; donc toutes choses égales d'ailleurs, les marées augmentent ou diminuent suivant que



la Lune s'approche ou s'éloigne de nous.

On a déjà vû que la grandeur des marées dans le tems des nouvelles ou des pleines Lunes, dépend de l'applatissement du tourbillon de la terre; or plus la terre s'approche du Soleil, plus l'applatissement de son tourbillon augmente; donc si la Lune étoit toujours également éloignée de nous, & que les eaux de la mer eussent par-tout une égale pesanteur, les marées des nouvelles & des pleines Lunes augmenteroient à mesure que la Terre approcheroit de son Perihelie, mais on sçait que c'est peu de tems après le solstice d'hyver qu'elle y arrive; donc toutes choses égales d'ailleurs, les marées des nouvelles & des pleines Lunes sont plus grandes au solstice d'hyver qu'au solstice d'Eté.

#### ARTICLE LIV.

On voit présentement que les principes de la Philosophie moderne une fois admis, le mécanisme astronomique se développe comme de lui-même, les Phénomènes en deviennent, pour ainsi dire, des conséquences nécessaires; aussi a-t'on déjà l'expérience qu'en partant de ces principes, & cherchant ce qui doit être, on trouve sûrement ce qui est, avant même que d'en être informé d'ailleurs.

FIN.





*Cochin pinxit inv. et Sculp.*

# ECLAIRCISSEMENTS.

*Eclaircissement sur le Mouvement relatif.*

## ARTICLE I.



L est démontré (*Diff. I.*) que si l'espace & la matiere sont une même chose, tout mouvement est relatif & réciproque; delà j'ai inféré que dans le mécanisme de la Nature, les causes qui sont censées n'être qu'apparentes, doivent paroître produire les mêmes effets que produiroient les causes qu'on dit réelles. Quelque jour je justifierai la fécondité de ce principe; ici, je me borne à faire voir l'usage qu'on en peut faire dans les recherches phisicomatématiques.

## ARTICLE II.

Le mécanisme de la Nature, nous offre une infinité de cas différens, les uns sont simples, les autres sont composés; or je dis qu'il n'en est aucun dont on ne puisse changer l'apparence.



1°. Deux corps M & N (*Fig. 1.*) vont se rencontrer au point C avec les vitesses & suivant les directions qu'expriment les lignes AC & BC, ce cas est composé, mais si dans le tems que M va de A en C, mon lieu physique me fait parcourir la ligne PQ égale & parallèle à AC, il est clair que quand je serai arrivé au point Q, il me paroîtra que M sera resté en repos au point C, & que N aura décrit la ligne HC égale & parallèle à BA, ainsi le cas composé deviendra pour moi un cas simple : il en sera de même si je suis le mouvement de N.

2°. N part de H & vient frapper M en repos au point C, le cas est simple ; mais si je parcours QP dans le tems que N décrit HC, on voit bien que lorsque je serai en P, je trouverai que M & N étant partis des points A & B, auront été se rencontrer au point C, en suivant les directions AC & BC, ce qui me rendra l'apparence du cas composé.

### ARTICLE III.

Si on suppose que M & N (*Fig. 2.*) décrivent en même-tems les lignes AG & BF, & qu'on veuille déterminer à quel point il faudra que ces corps soient arrivés, pour être à la moindre distance possible l'un de l'autre, on le déterminera de cette manière.

Du point B, je mene la ligne BL parallèle & égale à AG, & achevant le triangle BLF, j'observe que le mouvement de N fera composé des deux mouvemens BL & LF, & que le mouvement BL égalera le mouvement AG ; donc si dans le tems que M va de A en G, mon lieu physique me fait parcourir la ligne PQ égale & parallèle à AG, ou à BL, on voit que quand je serai arrivé au point Q, j'aurai dérobé aux deux corps,  
les



les mouvemens exprimés par AG & par BL ; ainsi il me paroîtra que M fera resté en repos au point G, & que N étant parti du point L, aura décrit la ligne LF ; alors menant GK perpendiculaire sur LF, il est évident que ce sera au point K que le corps N me paroîtra s'être trouvé à la moindre distance du corps M ; GK exprimera donc cette moindre distance, & la position de cette ligne sera déterminée par rapport à mon lieu physique, ou par rapport à la trace du mouvement de N. Il ne s'agira donc plus que de trouver sur BF & sur AG, deux points tels qu'en les joignant par une ligne droite, cette ligne soit égale à GK, & également inclinée sur AG, ce que je trouverai en formant le Parallelograme KHIG ; car il est clair que les points H & I feront les seuls qui pris sur les lignes BF & AG, donneront une ligne IH égale à GK, & également inclinée sur AG.

Supposant qu'on voulût trouver à quels points des lignes AG & BF, il faudroit que fussent arrivés les corps M & N, pour être à toute autre distance l'un de l'autre qu'on voudra supposer, on le trouvera en suivant la même méthode ; car si du point G on mene sur LF la ligne GR égale à la distance supposée, & qu'on forme le Parallelograme GRST, les points S & T feront les points cherchés.

Supposant presentement que pendant que le corps M seroit en repos au point G, le corps N décrivit la ligne LF, & qu'en même tems mon lieu physique me fit parcourir la ligne QP, le cas simple me donneroit l'apparence du cas composé, en sorte qu'arrivé au point P, je jugerois que M auroit décrit la ligne AG, & que N auroit décrit la ligne BF, d'où il suit que quand N seroit parvenu au point R, ou au point K sur la ligne



LF, il me paroîtroit qu'il se feroit trouvé au point S, ou au point H sur la ligne BF, & qu'en même tems le corps M feroit arrivé au point T ou au point I, ce qui en me donnant l'apparence du cas composé, me donneroit aussi les points où il faudroit que les deux corps arrivassent pour se trouver à une distance l'un de l'autre, déterminée par les lignes TS ou IH.

## ARTICLE IV.

Lorsqu'on connoît l'effet que produit la rencontre des corps dans les cas simples, on peut déterminer celui qu'elle doit produire dans ces cas composés; pour cela il faut donner au cas composé l'apparence du cas simple, ou bien donner au cas simple l'apparence du cas composé.

Les corps M & N (*Fig. 3.*) ayant leur centre commun de gravité au point X, & partant en même-tems de A & de B, vont se rencontrer au point C, si je veux déterminer l'effet que doit produire leur rencontre, je puis le faire.

1°. En mettant un des deux corps en repos, pour simplifier le cas; supposons donc que pendant que M va de A en C, mon lieu Phisique me fasse parcourir PQ, égale & parallèle à AC, j'aurai l'apparence du cas simple; ainsi lorsque je serai arrivé au point Q, il me paroîtra, comme je l'ai déjà dit, que M sera resté en repos au point C, & que N aura décrit la ligne HC égale & parallèle à BA. Maintenant si je prens PR double de PQ, & AD double de AC, & qu'après le choc je parcoure QR dans un tems égal à celui où avant le choc j'aurai parcouru PQ, il est évident que quand je serai arrivé en R, je ne jugerai plus que N sera venu joindre M au



point C, en décrivant la ligne HC, je jugerai qu'il sera venu trouver ce corps au point D, en parcourant la ligne KD égale & parallèle à HC, aussi-bien qu'à BA; or comme les causes apparentes doivent paroître produire les mêmes effets que produiroient les causes réelles, il arrivera que conformément à la loi de l'impulsion, je verrai qu'après le choc, les deux corps avanceront de compagnie sur le prolongement de KD, & qu'ils auront une vitesse qu'exprimera la ligne DL prise égale à XA, ce qui suppose que les deux corps après s'être rencontrés au point C, auront parcouru la ligne CL égale à XC dont elle sera le prolongement.

2°. On trouveroit la même chose en donnant au cas simple l'apparence du cas composé. Imaginons nous qu'N étant parti de K, vint frapper N en repos au point D, & qu'ensuite les deux corps avançassent sur le prolongement de KD avec une vitesse commune exprimée par DL, je trouverois facilement l'effet du choc dans le cas composé, en changeant cette apparence; pour cela je ferois parcourir à mon lieu Phisique la ligne RQ, pendant que M décriroit KD, en sorte que quand je serois arrivé au point Q, les deux corps me paroïtroient ne s'être rencontrés au point D, qu'après avoir décrit les lignes CD & HD; mais si je faisois encore mouvoir mon lieu Phisique avec la même vitesse, & que je lui fisse parcourir QP pendant que M & N décriroient la ligne DL, je jugerois lorsque je serois en P, que les deux corps étant partis de A & de B, se feroient rencontrés au point C, après avoir parcouru les lignes AC & BC, & qu'ensuite ils auroient eu la direction & la vitesse exprimée par CL.



## ARTICLE V.

Nous n'avons point eu d'égard dans l'exemple précédent à l'étendue des masses des corps M & N, mais si on supposoit que ces corps fussent sphériques, & que la somme de leurs demi-diamètres évaluée sur la ligne CH (Fig. 4.) égale & parallèle à la ligne AB, valut CO, on détermineroit ainsi les points où dans l'instant du choc seroient arrivés les centres de ces corps en suivant les directions AC & BC, & l'effet que produiroit leur rencontre. Achevant le Parallelograme COST, on voit que les points T & S seroient les points cherchés; car les lignes AT & BS étant proportionnelles aux lignes AC, BC, les centres de ces corps arriveroient dans le même instant aux points T & S; ce seroit donc dans cet instant que se rencontreroient les deux corps, puisque par la supposition la ligne ST égaleroit la somme des demi-diamètres de M & de N. Supposons maintenant que pendant que M iroit de A en T, mon lieu Phisique me fit parcourir PQ égale & parallèle à AT, j'aurois l'apparence du cas simple, ainsi lorsque je serois arrivé au point Q, il me paroîtroit suivant ce qui a été dit, que M seroit resté en repos au point T, & que le centre commun de gravité des deux corps supposé au point X, sur la ligne GS égale & parallèle à HO, auroit décrit XD. Mais que je prisse PR double de PQ, & AZ double de AT, & qu'après le choc je parcourusse QR dans un tems égal à celui où avant le choc, j'aurois parcouru PQ, il est évident que quand je serois arrivé au point R, je ne jugerois plus que N seroit venu joindre M, en décrivant la ligne GS, je jugerois qu'il seroit venu trouver ce corps en repos au point Z en décrivant la ligne



KY égale & parallèle à la ligne GS, & que le centre commun de gravité des deux corps auroit eu la vitesse & la direction exprimée par XF égale à XD prise sur GS; or puisque les causes apparentes doivent paroître produire les mêmes effets que ceux qui répondent aux causes qu'on dit réelles, il arriveroit que conformément à la loi de l'impulsion, je jugerois qu'après le choc, les deux corps iroient de compagnie, & que leur centre commun de gravité avanceroit sur le prolongement de KF, avec une vitesse FL égale à XF; ce qui fait voir que les corps après s'être rencontrés aux points T & S, auroient ensuite la vitesse & la direction DL.

On trouveroit encore la même chose en donnant au cas simple l'apparence du cas composé comme dans l'exemple précédent.

Ayant encore égard à l'étendue des masses de M & de N, mais supposant que les centres de ces corps ne tendissent point à arriver en même-tems au point C, concours des deux directions, M & N se rencontreroient obliquement, & l'on détermineroit ainsi l'effet que produiroit leur rencontre.

Si on supposoit que AD & BC (*Fig. 5.*) exprimassent les directions & les vitesses des corps M & N, on meneroit du point B la ligne BH égale & parallèle à la ligne AD, & sur HC on meneroit l'oblique DO égale à la somme des demi-diamètres de M & de N, ensuite achevant le Parallelograme DOST, les points S & T feroient ceux où se trouveroient les corps M & N au moment de leur rencontre; ainsi prenant BG égale à AT, & supposant que pendant que M iroit de A en T, mon lieu physique me fit parcourir PQ égale & parallèle à AT, il est clair qu'arrivé au point Q, il me paroîtroit que N



ayant décrit la ligne GS, auroit rencontré obliquement le corps M en repos au point T ; car alors la direction GS ne passeroit pas par le centre de gravité de M.

Maintenant que je prisse PR double de PQ, & AV double de AT, & qu'après le choc je parcourusse QR dans un tems égal à celui où avant le choc j'aurois parcouru PQ, on voit que quand je ferois arrivé au point R, je ne jugerois plus que N seroit venu joindre M au point T en décrivant la ligne GS, je jugerois qu'il seroit venu frapper obliquement ce corps en repos au point V en parcourant la ligne KF égale & parallèle à GS ; unissant donc les centres de gravité de M & de N par la ligne VF prolongée jusqu'en Y, où tomberoit la perpendiculaire KY, & coupant la ligne VY au point Z, en sorte que YZ fut à ZF comme N à M, prenant aussi VM égale à YZ, & FN égale & parallèle à KZ, je trouverois qu'après le choc (*Diff. 2. Art. 21.*) les lignes VM & FN exprimeroient & les vitesses & les directions des corps M & N ; ce qui supposeroit qu'après que ces corps se seroient rencontrés aux points T & S, ils auroient décrit, l'un la ligne TM, l'autre la ligne SN.

On trouveroit la même chose en donnant au cas simple l'apparence du cas composé comme dans les Articles précédens.

#### ARTICLE VI.

Un dernier exemple tiré pareillement du fond de la matiere que je traite, achevera d'éclaircir la méthode que fournissent les transformations dont je viens de donner l'idée.

Je suppose d'abord que quand une fois un corps a commencé à se mouvoir circulairement autour de son



centre de gravité, il continue de se mouvoir, en conservant toujours sa premiere vitesse.

La verité de cette proposition est une verité simple, qui ne peut être contestée; en tout cas voici comment on peut la justifier.

Je prens deux corps M & N (*Fig. 6. & 7.*) attachés aux extremités d'une ligne inflexible sur laquelle je suppose qu'ils ayent leur centre commun de gravité au point X; je pousse M vers C avec la vitesse AC, & N vers I avec la vitesse GI, en sorte que AC & GI soient les tangentes de deux arcs infiniment petits & semblables; comme dans ce cas le mouvement de M & celui de N seront composés, l'un des mouvemens AB & BC, l'autre des mouvemens GH & HI, ceux qui seront exprimés par BC & HI, se détruiront; ainsi il ne restera que les mouvemens AB & GH égaux aux mouvemens primitifs; car (*Fig. 6.*) du point A comme centre, ayant décrit l'arc BF, cet arc pris pour une perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit ABC sur AC, sera moyenne proportionnelle entre CF & FA ou BA son égale; donc CF différence de AC & de AB sera un infiniment petit du troisième genre, aussi-bien que la différence de GI & de GH; donc les vitesses seront toujours les mêmes.

Ce principe établi, on demande ce qui doit arriver si un corps M (*Fig. 8.*) attaché à un autre corps N par un fil AG, est poussée suivant une direction perpendiculaire sur ce fil.

Pour résoudre ce Problème, je commence par suivre la méthode que fournit la loi de la décomposition des mouvemens, c'est le corps M que je pousse pour lui faire décrire la ligne AC supposée infiniment petite, je prens GR égale à GA, ensuite je coupe RC au point B, en



forte que  $RB$  soit à  $BC$  comme  $M$  est à  $N$  ; enfin je prens sur  $GR$ ,  $GH$  égale à  $RB$  ; cela fait , on voit que le corps  $M$  ne peut tendre à aller de  $A$  en  $C$ , qu'il n'agisse sur  $N$  avec la force  $RC$  ; donc suivant la loi commune,  $M$  doit aller de  $A$  en  $B$ , &  $N$ , de  $G$  en  $H$  : je prolonge maintenant la ligne  $AB$  jusqu'en  $F$ , en faisant  $BF$  égale à  $AB$ , ensuite je prens  $HL$  de la longueur de  $GH$ , & je mene  $LF$  que je coupe au point  $S$  pour l'égaliser à  $HB$  ou à  $GA$  ; je coupe aussi la ligne  $SF$  au point  $D$ , en forte que  $SD$  soit à  $DF$ , comme  $M$  est à  $N$  ; enfin je prens la partie  $LK$  égale à  $SD$  : après cette nouvelle préparation, il est aisé de s'appercevoir que quand le corps  $M$  tend à aller de  $B$  en  $F$ ,  $N$  tend à aller de  $H$  en  $L$ , en suivant la direction de son mouvement déjà acquis ; mais le corps  $M$  qui agit alors sur  $N$  avec la nouvelle force  $SF$ , doit encore par la loi commune se détourner de  $BF$ , pour suivre la direction  $BD$ , & cela pendant que  $N$  ayant les deux mouvemens  $HL$  &  $LK$ , suit  $HK$  diagonale d'un parallélograme fait sous les deux côtés  $HL$  &  $LK$ .

Ainsi par des opérations infiniment réitérées, on trouveroit de suite tous les points par où passeroient les corps  $M$  &  $N$  ; mais on va voir qu'en recourant à la méthode des transformations, on évite & l'embarras & la longueur de celle que fournit la décomposition des mouvemens.

J'observe d'abord que quand  $M$  (*Fig. 9.*) arrive en  $B$ , &  $N$  en  $H$ , le point  $X$  centre commun de gravité de  $M$  & de  $N$ , arrive en  $O$ , ensuite faisant passer par ce point la ligne  $PQ$  égale & parallèle à  $AG$ , je pose cette ligne de maniere que  $P$  &  $Q$  répondent perpendiculairement aux points  $A$  &  $G$  de la ligne  $AG$  ; cela fait,

je



je dis que si conjointement avec mon lieu physique, je suis le mouvement de X, il arrivera que lorsque j'aurai atteint le point O, M & N auront décrit à mon égard, l'un l'arc PB, mesure de l'angle COP, l'autre l'arc QH, mesure de l'angle QOH; ainsi je trouverai que les deux corps auront commencé à circuler sur leur centre commun de gravité; donc si mon lieu physique reste dans le même état, je veux dire s'il va toujours avec la même vitesse, & en suivant la même direction, M & N continueront toujours de circuler à mon égard, ce qui n'arriveroit point si ces deux corps réellement emportés par leur centre commun de gravité, n'avoient pas à la fois un mouvement direct & circulaire; donc ce double mouvement doit composer celui des corps unis par le fil AG.

Maintenant je prens le cas simple pour lui donner l'apparence du cas composé; je fais circuler M & N autour du point O leur centre commun de gravité, & dans le tems que M & N décrivent les arcs PB & QH, je passe de O en X, où étant arrivé, il doit me paroître que M ayant d'abord été poussé de A en C a été contraint de se détourner vers B, en entraînant le corps N au point H; ayant donc par ce moyen l'apparence de la première détermination de M & de N dans le cas composé, j'aurai de suite tout ce qui doit arriver dans ce cas.

Il est clair que si je continue de suivre la ligne OX prolongée, & que je rende toujours ma propre vitesse aux deux corps, je verrai qu'en même-tems que ces corps circuleront, leur centre commun de gravité les assujettira à suivre l'impression d'un mouvement direct & uniforme, pareil à celui que j'aurai en sens contraire;



ce fera donc là l'effet de la premiere détermination des deux corps dans le cas composé ; car, comme je l'ai déjà dit, les effets que paroissent produire les causes apparentes, doivent toujours nous représenter ceux qui répondent aux causes qu'on dit réelles.

Mais comme on pourroit demander ici une précision géométrique, je nomme  $V$  la vitesse exprimée par  $AC$ ;

ainsi  $\frac{VM}{M+N}$  donnera celle du mouvement direct de  $M$  & de  $N$ , ou de leur centre commun de gravité, & l'on aura pour les vitesses de leurs mouvemens circulaires & opposés  $V - \frac{VM}{M+N} = \frac{VN}{M+N}$ , &  $V - \frac{VN}{M+N} = \frac{VM}{N+M}$ .

Si on suppose que la masse du corps  $N$  (*Fig. 10.*) devienne infinie, ou que le point  $N$  soit fixe, le corps  $M$  circulera avec toute la vitesse  $AC$  ; mais que dans ce cas je suive le mouvement élémentaire  $AC$ , il est clair que quand je serai arrivé en  $C$ , le point  $N$  me paroîtra avoir décrit la ligne  $DN$ , égale & parallèle à  $CA$ , & cela pendant que le corps  $M$  attiré par ce point aura parcouru la partie  $CR$  de la sécante  $NC$  ; ainsi en continuant de me mouvoir uniformément sur la tangente  $ACT$ , le point  $X$  me paroîtra avoir le même mouvement en sens contraire sur la ligne  $DNZ$  ; & comme le corps  $M$  continuera de circuler autour de  $N$ , je trouverai que la trace de son mouvement formera une cycloïde, donc ce sera là la courbe qu'il décrira en effet, supposé qu'étant primitivement en repos au point  $A$ , le point  $N$  auquel



il fera attaché par un fil soit déterminé à se mouvoir uniformément sur la ligne NZ. C'est aussi ce qu'ont démontré M. de Maupertuis & M. Clairault d'une manière plus recherchée & plus géométrique.

Il faut remarquer que le fil qui tiendra le corps M fera toujours également tendu, soit que ce corps circule en conséquence du mouvement primitif qui lui aura été imprimé, soit qu'il se meuve en obéissant au mouvement du point X.

Il faut encore remarquer que si le mouvement est quelque chose d'absolu, la vitesse du corps M fera toujours la même dans le premier cas, & que dans l'autre sa vitesse s'altérera à chaque instant; au point B elle fera double de la vitesse du point X; mais le mobile revenu au point A, sa vitesse fera nulle. Ainsi supposant qu'alors le fil se rompit le corps M resteroit en repos pendant que le point X continueroit d'avancer uniformément sur la ligne XZ; donc si ce corps arrivé au point A recommence à se mouvoir, c'est qu'il sera attiré par le point X; ce ne sera donc que par supposition & relativement au lieu physique du spectateur qu'on pourra mettre la force attractive d'un côté plutôt que de l'autre. De là j'infère que les Neutoniens ont tort de prétendre que ce qu'on appelle force centrifuge dans un corps qui leur paroît circuler autour d'un point fixe, soit une preuve de l'existence du mouvement absolu.





## ECLAIRCISSEMENT

Sur l'Attraction Newtonienne.

DANS l'exposition que j'ai faite du système de M. Newton, j'ai moins parlé le langage de cet illustre Géometre, que celui des Partisans outrés de sa Philosophie : il est vrai que M. Newton admet le vuide, mais voilà tout ; jamais il n'a mis l'attraction au rang des Principes de la Nature ; s'il fait attirer les corps, ce n'est que par supposition, & pour n'avoir rien à démêler avec les Physiciens. Dans son Ouvrage intitulé *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, il dit : *Jam pergo motum exponere corporum se mutuo trahentium, considerando vires centripetas tanquam attractiones, quamvis fortasse, si physicè loquamur, verius dicantur impulsus ; in Mathematicis enim jam versamur, & propterea, missis disputationibus Phisicis, familiari utimur sermone, quo possimus à Lectoribus Mathematicis facilius intelligi.*

» Le mot d'attraction a effarouché les esprits, dit un  
 » célèbre Academicien \*, plusieurs ont craint de voir  
 » renaître dans la Philosophie la doctrine des qualités  
 » occultes ; mais c'est une justice qu'on doit rendre à  
 » M. Newton, il n'a jamais regardé l'attraction comme  
 » une explication de la pesanteur des corps les uns vers  
 » les autres : il a souvent averti qu'il n'employoit ce  
 » terme que pour désigner un fait, & non point une  
 » cause.

\* M. de Maupertuis.



» Je n'examine point quelle peut être la cause des  
» attractions , (c'est M. Newton qui parle) ce que j'ap-  
» pelle ici attraction peut être produit par une impul-  
» sion ou par d'autres moyens qui me sont inconnus ;  
» je n'emploie ici ce mot d'attraction que pour signifier  
» en general une force quelconque, par laquelle les corps  
» tendent réciproquement les uns vers les autres , quel-  
» qu'en soit la cause.

Et dans l'Avertissement qui se trouve à la tête de la  
seconde Edition de son Traité d'Optique, il dit : » J'ai  
» inféré quelques nouvelles questions à la fin du troisième  
» Livre , & pour faire voir que je ne regarde point la  
» pesanteur comme une propriété essentielle des corps ,  
» j'ai ajouté une question en particulier sur la cause de  
» la pesanteur ». Voici celle qu'il lui assigne.

Il suppose d'abord que l'Ether est un milieu excessi-  
vement élastique ; puis il ajoute : » Ce milieu n'est-il pas  
» plus rare dans les corps denses du Soleil, des Etoiles,  
» des Planetes & des Cometes, que dans les espaces cé-  
» lestes vuides qui sont entre ces corps-là ? Et en passant  
» de ces corps dans des espaces fort éloignés , ce milieu  
» ne devient-il pas continuellement plus dense ; & par-là  
» n'est-il pas cause de la gravitation reciproque de ces  
» vastes corps & de celle de leurs parties vers ces corps  
» mêmes ; chaque corps faisant effort pour aller des par-  
» ties les plus denses du milieu vers les plus rares ? Car  
» si ce milieu est plus rare au-dedans du corps du Soleil  
» qu'à sa surface , & plus rare à sa surface qu'à un cen-  
» tième de pouce de son corps , & plus rare là qu'à un  
» cent-cinquantième de pouce de son corps , & plus rare  
» à ce cent-cinquantième de pouce que dans l'orbe de  
» Saturne ; je ne vois pas pourquoi l'accroissement de



» densité devroit s'arrêter en aucun endroit , & n'être  
 » pas plutôt continué à toutes les distances depuis le So-  
 » leil jusqu'à Saturne & au-delà. Et quoique cet accrois-  
 » ment de densité puisse être extrêmement lent à de  
 » grandes distances, cependant si la force élastique de  
 » ce milieu est excessivement grande, elle peut suffire à  
 » pousser les corps des parties les plus denses de ce mi-  
 » lieu vers les plus rares, avec toute cette puissance que  
 » nous appellons gravité.

Par-là M. Newton fait voir qu'il faut que les Planetes  
 pesent vers le Soleil ; car un corps inégalement com-  
 primé, doit toujours céder à l'impression la plus forte ;  
 il faut qu'il aille du côté qu'il est le moins poussé ; il est  
 vrai qu'on ne voit pas que ce qui oblige les Planetes à  
 s'approcher du Soleil, doive obliger le Soleil à s'approcher  
 des Planetes, placé dans le milieu le plus rare, il paroît  
 nécessaire qu'il y reste, il ne peut tendre à s'en éloigner.  
 Par-là, on voit que l'idée qu'on donne ici de la pesan-  
 teur, n'offre rien d'analogue à celle de l'attraction mu-  
 tuelle. Pourquoi donc M. Newton adopte-t'il cette mu-  
 tualité de tendance que lui refusent ses propres princi-  
 pes ? Rien ne l'obligeoit d'y avoir recours ; au contraire  
 même, j'ai démontré qu'en supposant qu'elle entrât dans  
 le système de la Nature, elle ne serviroit qu'à défigurer  
 les Phénomènes, ou les effets qu'elle produiroit devien-  
 droient sensibles. Car que tous les corps tendissent les  
 uns vers les autres.

1°. (*Diff. 9. Art. 22.*) Les tems des révolutions des  
 Planetes les plus éloignées du Soleil, deviendroient plus  
 courts que ceux que demanderoit la loi de Kepler, &  
 suivant Kepler lui-même, ces tems sont vérifiés beau-  
 coup plus longs.



2°. (*Diff. 3. Art. 14.*) Les Planetes subalternes auroient dû tourner contre l'ordre des Signes autour des Planetes principales avec lesquelles elles se sont associées.

3°. (*Diff. 9. Art. 26.*) La proportion des chutes de la Lune vers la Terre, & de celle des corps qui sont voisins de nous, ne subsisteroit plus.

4°. (*Diff. 9. Art. 47.*) La figure qu'auroit la Terre seroit différente de celle que lui donne le rapport des pesanteurs nécessairement proportionnel à celui des différentes longueurs du Pendule.

5°. (*Diff. 9. Art. 48.*) Il faudroit que l'axe de Jupiter fût au diametre de son Equateur, comme 6 à 7; c'est-à-dire, qu'il faudroit que cette Planete fût beaucoup plus applatie qu'on ne la trouve par le moyen du Micrometre.

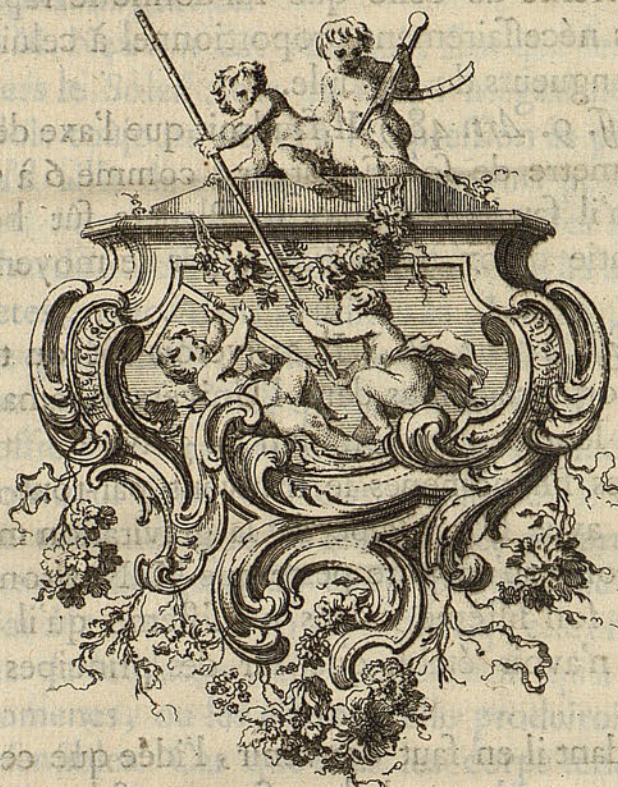
6°. (*Diff. 4. Art. 26.*) Il arriveroit tôt ou tard que tous les corps répandus dans l'Univers se ramasseroient autour de leur centre commun de gravité.

Ainsi les Phénomènes se trouvent par-tout en contradiction avec le principe de la gravitation mutuelle; ce n'est donc qu'en pure perte que M. Newton l'introduit dans son système, dans un système qu'il prétend d'ailleurs n'avoir établi que sur des principes d'expérience.

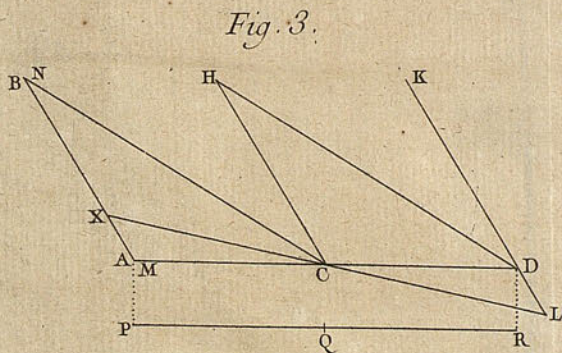
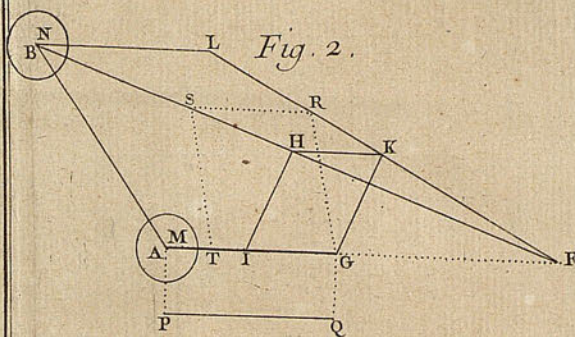
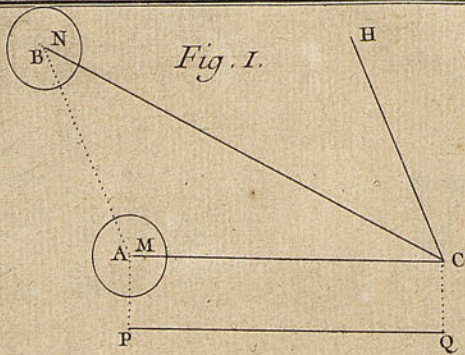
Cependant il en faut convenir, l'idée que cet illustre Géometre nous donne de la pesanteur est beaucoup plus supportable que celle qu'en ont la plupart de ses partisans; par-tout ils la regardent comme l'effet propre d'une qualité attractive qu'ils jugent devoir être essentiellement attachée à tous les corps; aussi ont-ils soin d'insinuer qu'on n'est point sûr que la matiere ne puisse



avoir d'autres propriétés que celles que nous lui connoissons ; précaution dangereuse ; car que le doute dont ils font naître l'idée fût fondé, peut-être émaneroit-il lui-même de quelqu'une des propriétés qu'auroit la matière à notre insçu.









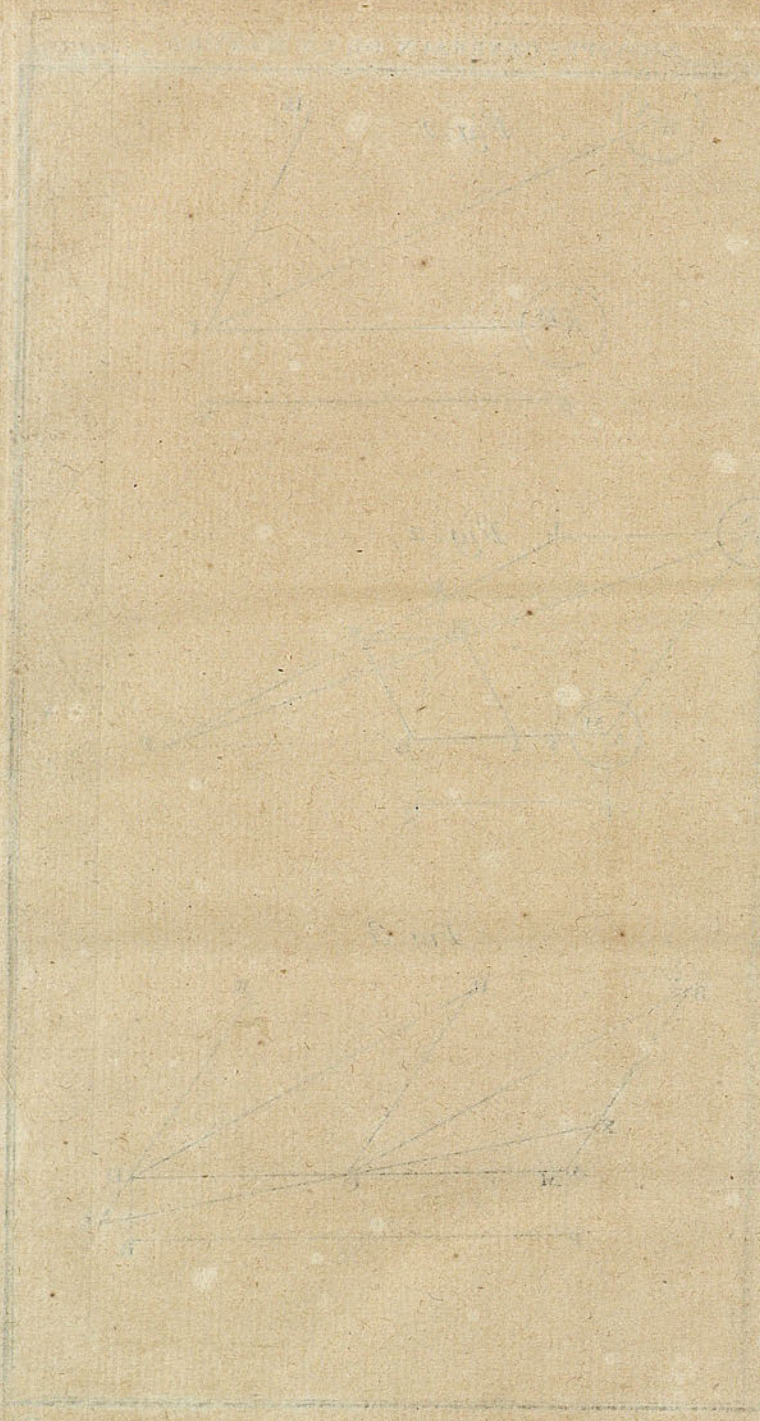




Fig. 4.

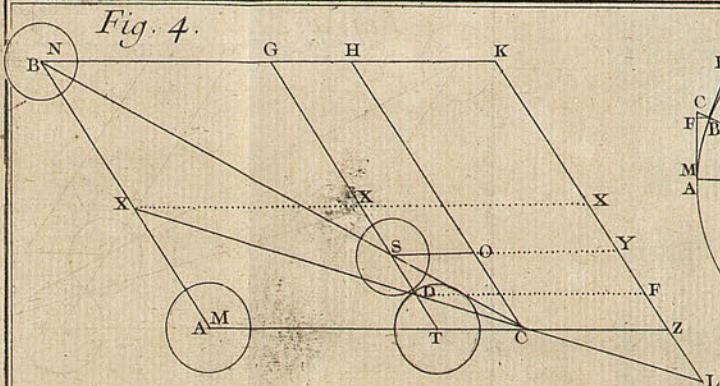


Fig. 6.

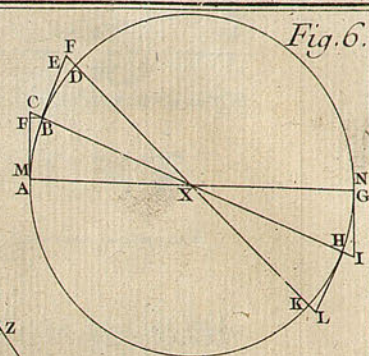


Fig. 5.

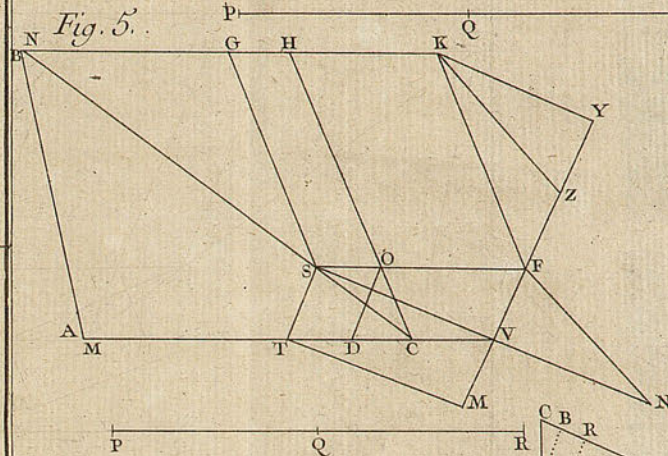


Fig. 7.

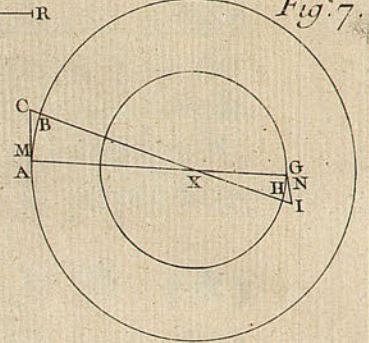


Fig. 10.

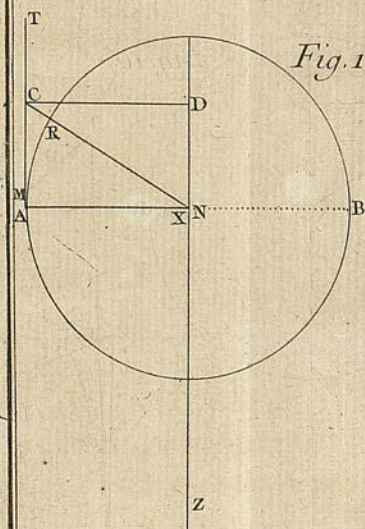


Fig. 9.

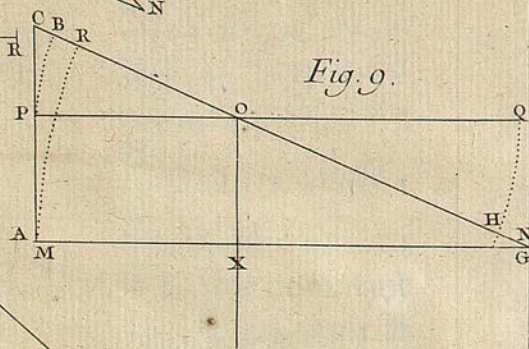
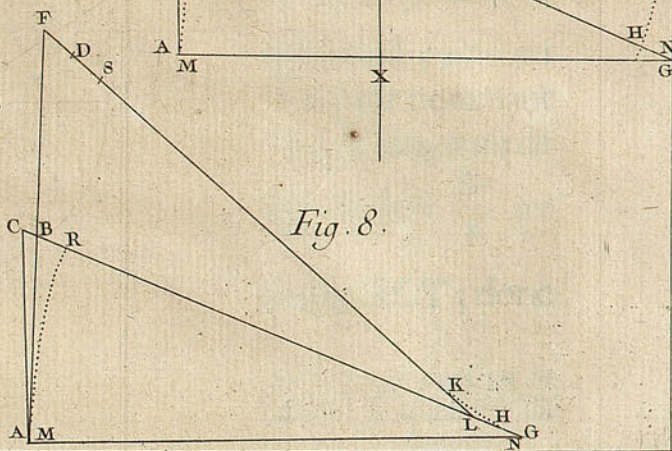
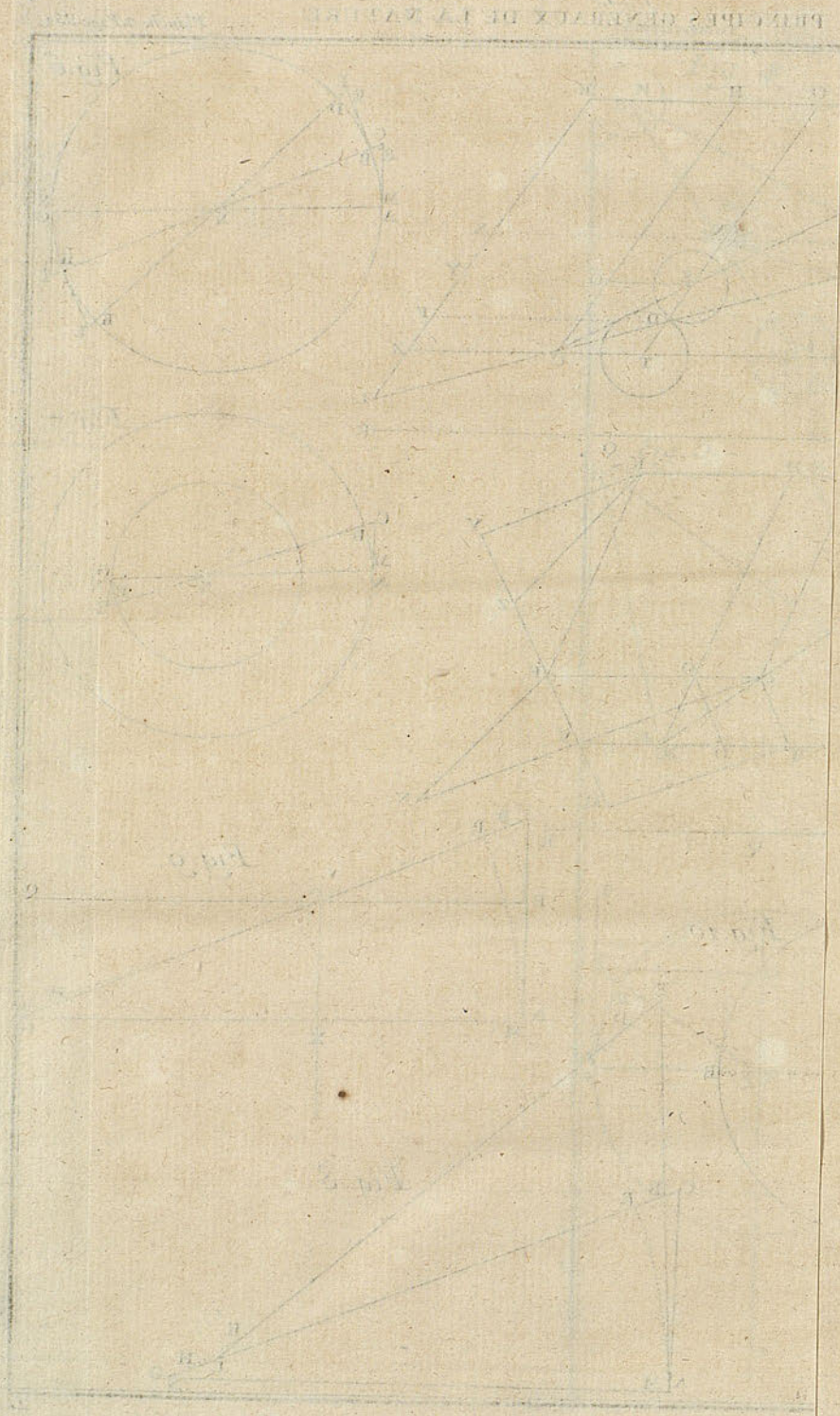


Fig. 8.







2



# ECLAIRCISSEMENT

*Sur la pesanteur réduite & sur la grandeur du degré\*.*

**Q**ue l'Ellipse *ABab* (*Fig. I.*) représente un des méridiens du sphéroïde applati, sur les élémens duquel les différentes directions de la pesanteur réduite seront perpendiculaires, si on connoît le rapport du demi-axe *CA* au demi-axe *CB*, & qu'on prenne l'angle *RKA* de la latitude apparente d'un point quelconque *R*, on déterminera ainsi l'angle que fera la perpendiculaire *RK* avec le rayon *CR*.

Nommant *a* & *b* les demi-axes *CA* & *CB*, *x* & *y* les coordonnées *RX* & *RY*,  $\frac{aa}{y}$  &  $\frac{bb}{x}$  (*propr. de l'Ell.*) donneront les soutangentes *CT* & *Ct*; or que *g* soit le sinus de l'angle *CtR* égal à l'angle *RKT* de la latitude apparente, & que *h* exprime le sinus de l'angle de complément *CTR*, on aura  $g, \frac{aa}{y} :: h, \frac{bb}{x}$  &  $x, y :: gbb, haa$ ; donc le rapport de *x* à *y* sera déterminé; ainsi on connoîtra l'angle *CRY* du triangle *CYR*; car nommant *S* le sinus total, *y* sera à *x*, comme *S* à la tangente de l'angle *CRY*, & cette tangente qui égalera  $\frac{Sx}{y}$  ou  $\frac{Sgbb}{haa}$  donnera l'angle *CRY* ou son alterne *RCT*; donc

\* Ce Mémoire m'a été fourni par une personne à qui je tiens par le Sang, & qui a bien voulu me suivre dans mon travail, & m'aider de ses lumières.



l'angle de la divergence CRK égal à la différence des angles RCT & RKT, fera déterminé.

## ARTICLE II.

Cherchons maintenant le point qui fera le sommet de la plus grande divergence.

Les mêmes choses supposées que dans l'article précédent on aura  $TX = \frac{aa}{y} - y = \frac{aa-yy}{y}$  & RX (prop.

de l'Ell.)  $= \frac{b}{a} \sqrt{aa-yy}$ ; mais à cause du triangle rec-

tangle KRT, la perpendiculaire RX fera moyenne proportionnelle entre KX & XT; donc on aura RX

$= \frac{bby}{aa}$ , & la perpendiculaire RK sur la tangente RT

$= \frac{b}{aa} \sqrt{a^4 - aayy + bbyy}$ ; or qu'on abaisse KD perpendiculaire sur RC, cette perpendiculaire fera à RK comme le sinus de l'angle cherché au sinus total.

Maintenant pour avoir KD, on observera que les triangles KDC & CYR étant semblables, les côtés CR & CY seront proportionnels aux côtés CK & KD;

mais CK égalera CX — KX ou  $y - \frac{bby}{aa} = \frac{aay - bby}{aa}$ ;

donc cette proportion CR, CY :: CK, KD, donnera

$KD = \frac{aay - bby \times b \sqrt{aa-yy}}{aa \sqrt{aayy - bbyy + aabb}}$ ; ainsi le rapport de KD à RK

fera exprimé par  $\frac{aay - bby \times \sqrt{aa-yy}}{\sqrt{aayy - bbyy + aabb} \times \sqrt{a^4 - aayy + bbyy}}$  qui

fera un plus grand & dont la différentielle égalera 0; c'est-à-dire qu'on aura



$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{aady - bbdy \times \sqrt{aa - yy}}{\sqrt{aayy - bbyy + aabb} \times \sqrt{a^4 - aayy + bbyy}} \\
 & - \frac{aayydy + bbyydy}{\sqrt{aa - yy} \times \sqrt{aayy - bbyy + aabb} \times \sqrt{a^4 - aayy + bbyy}} \\
 & - \frac{a^4yydy + 2aabbvdy - b^4yydy \times \sqrt{aa - yy}}{aayy - bbyy + aabb \times \sqrt{aayy - bbyy + aabb} \times \sqrt{a^4 - aayy + bbyy}} \\
 & + \frac{a^4yydy - 2aabbvdy + b^4yydy \times \sqrt{aa - yy}}{a^4 - aayy + bbyy \times \sqrt{a^4 - aayy + bbyy} \times \sqrt{aayy - bbyy + aabb}}
 \end{aligned} \right\} = 0$$

d'où on tirera  $yy = \frac{aa}{2}$  &  $xx = \frac{bb}{2}$  ; donc le sommet de l'angle de la plus grande divergence se trouvera au point où les coordonnées  $y$  &  $x$  seront entr'elles comme le grand axe au petit axe.

## ARTICLE III.

Sur cela M. de Cury Professeur de Mathématiques au College Royal , a fait observer à l'Auteur du Mémoire que dans le cas de la plus grande divergence , l'ordonnée  $RY$  passe par le  $45^\circ$  degré de l'arc  $Bi$  quart du cercle inscrit , & que le rayon  $CR$  partage le quart de l'Ellipse en deux parties égales , ce qu'on peut démontrer ainsi ,

Nommant  $z$  la partie  $YZ$  de l'ordonnée  $RY$  , ces deux proportions ,  $y, x, :: a, b$  , &  $y, z :: a, b$  , donneront  $x = z$  ; donc l'ordonnée  $RY$  passera par le  $45^\circ$  degré de l'arc  $Bi$ . Deplus , puisque l'aire  $ACB$  sera à l'aire  $iCB$  comme  $a$  à  $b$  , & que les triangles mixtilignes  $ACR$  &  $iCZ$  suivront la même proportion , il est clair que  $iCZ$  étant la moitié de l'aire  $iCB$  ,  $ACR$  sera de même la moitié de l'aire  $ACB$ .

Y y ij



## ARTICLE IV.

L'angle RKA de la latitude apparente d'un point quelconque R étant déterminé, si on connoît les demi-axes CA & CB, on connoîtra aussi la longueur du rayon CR ; car le rapport des rayons CA & CB, donnera (Art. 1.) l'angle CRK de la divergence, & par conséquent les angles RCY, CRY ou son égal RCA, & l'angle CRt ; ainsi nommant  $r$  le rayon CR,  $S$  le sinus total,  $g$  le sinus de la latitude observée,  $h$  le sinus de son complément CTR,  $m, n, v$ , les sinus des angles CRY, RCY & CRT ou CRt ; nommant encore  $a$  &  $b$  les demi-axes CA CB,  $x$  &  $y$ , les coordonnées RX & RY, on aura  $h, r :: v, \frac{aa}{y}$  (CT), d'où on tirera  $y = \frac{haa}{rv}$ , ou  $yy = \frac{hha^4}{rrvv}$  ; on aura aussi  $n, m :: y, x$ , d'où on tirera  $x = \frac{my}{n}$  ou  $xx = \frac{mmyy}{nn}$  ; donc  $xx + yy$  égalera  $\frac{mmyy + nmyy}{nn} = \frac{SSyy}{nn} = rr$  ce qui donnera  $yy = \frac{nnrr}{SS} = \frac{hha^4}{rrvv}$ ,  $r^4 = \frac{SShha^4}{nnvv}$  &  $r = \frac{\sqrt{Shaa}}{\sqrt{nv}}$ .

On trouvera aussi  $r = \frac{\sqrt{Sgbb}}{\sqrt{mv}}$  ; car puisque (Art. 1.) on aura  $x, y :: gbb, haa$ , on aura aussi  $m, n :: gbb, haa$  ; donc  $aa$  égalera  $\frac{ngbb}{mh}$  ; ainsi cette valeur de  $aa$  substituée dans le second membre de l'Equation précédente donnera  $r = \frac{\sqrt{Sgbb}}{\sqrt{mv}}$ .



## ARTICLE V.

Le rayon  $r$  étant connu, on connoîtra aussi la grandeur du degré auquel répondra ce rayon.

Qu'on prolonge la perpendiculaire RK jusqu'au point  $q$  de la ligne CP parallèle à la tangente; si on nomme  $q$  cette perpendiculaire, & que  $v$  exprime le sinus de l'angle RC $q$  égal à l'angle CR $t$ , on aura  $q$

$= \frac{vr}{S}$ ; donc (*Diff. 7. Art. 15.*) le rayon de la développée

au point R, égalera  $\frac{aabb \times S}{v^3 r^3}$ , ce qui donnera  $\frac{aabbS^3}{360 \times v^3 r^3}$

$\times \frac{628318530718}{100000000000}$  pour la grandeur du degré..

## ARTICLE VI.

Au reste ce n'est qu'hipotétiquement qu'on peut déterminer les différens degrés de la Terre, on n'est pas sûr encore de la grandeur de celui auquel on a coutume de les comparer; du tems de M. Picard l'aberration de la lumière étoit inconnue, & l'on sçait que cet Astronome négligeoit dans ses observations les corrections qu'il auroit dû faire par rapport aux réfractions & à la précession des Equinoxes.

De plus, parce que la détermination de la longueur des différens degrés de la Terre se tire du principe de l'équilibre, & que ce principe tel qu'on l'a supposé, demandroit que les pesanteurs fussent partout en raison inverse des quarrés des distances, comme elles le feroient en effet si le tourbillon de la Terre étoit infini & parfaitement sphérique; il est clair que ce tourbillon ayant des bornes, & devant prendre la



forme d'un sphéroïde applati à cause de l'inégalité des forces qui le compriment, il faut que le rapport des pesanteurs soit altéré, ce qui doit influer sur la proportion des différens rayons de la Terre. Aussi la figure que lui donne M. de Maupertuis est-elle un peu différente de celle qui se tire des premières suppositions qu'on avoit faites. Cet Illustre Academicien à qui nous devons déjà une excellente Theorie sur la figure des Planetes, ayant été chargé par le Ministère, lui & les mêmes Academiciens qui avoient mesuré le degré du Meridien vers le cercle polaire de déterminer aussi le degré pris entre Paris & Amiens, & ayant trouvé celui-ci de 57183 toises, & l'autre de  $57437 \frac{2}{10}$ , il s'ensuit nécessairement que l'axe de la Terre est au diametre de son Equateur, comme 180 à 181.





## CONSTRUCTION DE LA COURBE.

*Tirée de la Proportion qui se trouve à la page 250.*

*Par M. de CURR.*

**S**upposant comme dans l'Article 38. Dissertation 8. que chaque partie infiniment petite du grand diametre CA pese suivant la puissance  $n$  de sa distance au centre C (Fig. 14.) de la masse ABab, & nommant encore  $p$  la pesanteur Ap, &  $f$  la force centrifuge Af qu'on suppose ne pouvoir surpasser  $p$ , parce qu'autrement le fluide se dissiperoit, comme suivant le Méchanisme de la Nature  $n$  est égale à  $-2$ , on a  $a. b :: 2p + f. 2p :$  & la proportion générale  $a^{n+1} - b^{n+1}. a^{n+1} :: r^{n+1} - b^{n+1}. y^2 a^{n-1}.$  de l'Article 39. Dissertation 8. deviendra  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}. \frac{1}{a}$

$:: \frac{1}{r} - \frac{1}{b}. \frac{y^2}{a^3}.$  Or que de l'extrémité R du rayon CR (Fig. 15.) on abaisse la perpendiculaire Ry sur BC, & qu'on nomme CY ( $x$ ), & RY ( $y$ ), on aura  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ; donc la Proposition précédente se changera en celle-ci

$\frac{1}{a} - \frac{1}{b}. \frac{1}{a} :: \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{1}{b}. \frac{y^2}{a^3},$  d'où on tirera

$$y^6 + x^2 y^4 - \frac{2a^3}{a-b} x^2 y^2 + \frac{a^6 x^2}{a-b^2} = 0, \text{ ou } x^2 y^4 - \frac{2a^3}{a-b} x^2 y^2 + \frac{a^6 x^2}{a-b^2}$$

$$- \frac{2a^3}{a-b} y^4 + \frac{a^6}{a-b^2} y^2 - \frac{a^6 b^2}{a-b^2}$$

$$= \frac{a^6 b^2}{a-b^2} - y^2 \times y^4 - \frac{2a^3}{a-b} y^2 + \frac{a^6}{a-b^2}, \text{ ou enfin}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{\frac{a^6 b^2}{a-b^2} - y^2 \times y^4 - \frac{2a^3}{a-b} y^2 + \frac{a^6}{a-b^2}}}{y^2 - \frac{a^3}{a-b}}$$

Y y \*



Mais parce que  $b$  peut avoir une infinité de rapports différens avec  $a$ , selon que la force centrifuge  $f$  augmente ou diminue par rapport à la pesanteur absoluë  $p$ , on voit que l'équation précédente donnera aussi une infinité de courbes différentes. Par exemple, si  $f$  est égale à zero  $a$  égalera  $b$ , & la courbe deviendra un cercle; & si  $f$  est égale à  $p$ ,  $b$  égalera  $\frac{2}{3}a$ , & alors on aura

$x = \pm \frac{\sqrt{4a^6 - y^2 \times y^4 - 6a^2y^2 + 9a^4}}{y^2 - 3a^2}$ . C'est à cette dernière supposition qu'on s'arrete.

Suivant cette dernière supposition  $x=0$  donne  $y^6 - 6a^2y^4 + 9a^4y^2 - 4a^6 = 0$ ; donc les racines sont  $y=a$ .  $y=-a$ .  $y=-a$ .  $y=2a$ .  $y=-2a$ , & si l'on met  $a^2$  à la place de  $y^2$ , on aura  $x^2=0$ , ou  $x=0$ , &  $x=0$ . Il y a donc un point double au-dessus & au-dessous de  $x=0$ , & dont la distance au centre C est égale à  $CA=a$ . On en examinera la nature plus bas.

$x=\infty$ , donne  $y = \pm a\sqrt[3]{3}$ .

$y=0$ , donne  $x = \pm \frac{2}{3}a$ .

Pour avoir les *maxima* & les *minima* de la Courbe on différenciera son équation, & l'on aura  $\frac{dx}{dy}$   

$$= \frac{3y^5 + 2x^2y^3 - 12a^2y^3 - 6a^2x^2y + 9a^4y}{6a^2xy^2 - xy^4 - 9a^4x} = \frac{3y^3 + 2x^2y - 3a^2y}{xy^2 - 3a^2x}$$
  
 en ôtant du numérateur & du dénominateur, le diviseur commun  $y^2 - 3a^2$ .

$dx$  supposée égale à zero, donne  $y=0$ , &  $y^2 + \frac{2}{3}x^2 - a^2 = 0$ . Mais on vient de voir que  $y=0$  donne aussi  $x = \pm \frac{2}{3}a$ , qui est un des *maxima* de la Courbe. Pour avoir l'autre *maximum* qui vient de la supposition de  $dx=0$ , il faut construire l'équation  $y^2 + \frac{2}{3}x^2 - a^2 = 0$  qu'on voit être une équation à l'ellipse dont le grand











axe est égal à  $2a\sqrt{\frac{1}{3}}$ , le petit axe à  $2a$ , & le parametre du grand axe à  $\frac{4}{3}a\sqrt{\frac{1}{3}}$ ; & cette ellipse construite coupera la courbe cherchée aux points doubles ou  $y$  égalera  $\pm a$ .

$dy$  supposée égale à zero donne  $x=0$ , &  $y=\pm\sqrt{3}a$ . Mais de  $x=0$ , on tire, suivant ce qu'on a vu,  $y=\pm a$ , &  $y=\pm 2a$ , qui sont deux *maxima* de la Courbe. Et puisque de la supposition que  $dy$  soit égale à zero on tire  $y=\pm a\sqrt{3}$ ,  $x$  deviendra égale à  $\infty$ , suivant ce qu'on vient de démontrer.

Maintenant pour connoître la nature des points doubles dont on a parlé, il faut différencier deux fois l'équation à la Courbe, ce qui donnera  $15y^4dy^2+y^4dx^2+6y^3xdydx+6x^2y^2dy^2-36a^2y^2dy^2-6a^2y^2dx^2-24a^2xydx dy-6a^2x^2dy^2+9a^4dy^2+9a^4dx^2=0$ , ou mettant zero à la place de  $x$ , &  $\pm a$  à la place de  $y$ , on aura  $3dy^2=dx^2$ , &  $\frac{dy}{dx}=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Ainsi ces points seront des points d'intersection, & de cette proportion  $dy^2, dx^2 :: 1, 3$ , il suivra que les angles formés par les côtés de la courbe avec l'ordonnée principale à ces points doubles seront chacun de 60 degrés. Car puisque  $dy^2+dx^2=1+3=4$ , on aura du côté de la Courbe à ces points égale à 2. Ainsi 2, 1,  $\sqrt{3}$  exprimeront les rapports des petites lignes  $du, dy$ , &  $dx$ . Donc les deux côtés de la Courbe feront entr'eux à ces points doubles un angle de 120 degrés.

De tout ce qu'on vient de dire, il suit que si on prend HCI (Fig. 2.) pour la ligne des coupées ( $x$ ) dont on suppose l'origine au point C, & que GCF soit l'ordonnée principale ou la ligne des ordonnées ( $y$ ), la Courbe passera par les points D & E, où l'on aura  $x$  égale à  $\pm\frac{2}{3}a$ , auxquels points cette courbe sera perpendiculaire à la ligne HCI; elle passera aussi par les points A & B, ou  $y=\pm a$ ,



auxquels points la Courbe étant oblique à la ligne des  $x$  ; la tangente fera avec la ligne des coupées de part & d'autre du centre C des angles de  $30^\circ$  : degrés. Enfin passant par les points F & G , ou  $y = \pm 2a$  , la courbe sera à ces points parallèle à la ligne des  $x$  . Et attendu que quand  $x$  est égale à  $\infty$  ,  $y$  vaut  $\pm a\sqrt{3}$  , ce que donne aussi la supposition de  $dy$  égale à zero , il est clair que les branches KF , LG , FM , & GN auront chacune un point d'inflexion , puisqu'aux points extrêmes H & I , ces branches seront encore parallèles à la ligne des  $x$  .

Tant que  $x$  est plus petite que CD ou CE ( $\frac{2}{3}a$ ) ,  $y$  a six valeurs réelles , trois positives & trois négatives ; la petite positive égale à la petite négative , la moyenne négative égale à la moyenne positive , & la grande positive égale à la grande négative. Lorsque  $x$  est plus grande que CD ou CE ( $\frac{2}{3}a$ ) ,  $y$  a deux valeurs imaginaires , une positive & une négative , égales entr'elles , & quatre valeurs réelles deux positives & deux négatives , la petite positive égale à la petite négative , & la grande positive égale à la grande négative. Donc la partie de la Courbe qui est au-dessous de HCI est entièrement égale & semblable à la partie de la même Courbe qui est au-dessus. Enfin on trouvera que la ligne HCI est asymptote des branches AO , AQ , BP & BR.

Le calcul nécessaire pour avoir les points d'inflexion est si long , qu'on a crû devoir le supprimer.

Au reste , il faut remarquer qu'il n'y aura que la partie ADBEA de la Courbe qui donnera le méridien de la Planete dans l'hypothèse que la force centrifuge  $f$  soit égale à la pesanteur  $p$  .



# T A B L E D E S M A T I E R E S.

**A** I M A N T. D'où naît le double cours que suppose la vertu directrice de l'Aimant, page 227

**A I R E S.** Celles que décrivent les rayons vecteurs des Planetes, sont proportionnelles aux tems employés à les décrire, 68 & 200

**A N N E A U.** Dans quel cas une Planete doit être surmontée d'un anneau, 263 & suiv.

**A P S I D E S.** Il faut que les apsides des Orbites que décrivent les Planetes, changent incessamment de place, & qu'ils avancent suivant l'ordre des Signes, 284

**A T T R A C T I O N.** Elle tient nécessairement à l'hipothèse du vuide, 73

Et ne peut avoir lieu dans le plein, 37

Il faut qu'elle soit toujours réciproque, 82

En l'admettant on doit supposer l'Univers infini, 99

On doit supposer aussi que ce n'est que par un pur effet du hazard, que les Planetes, tant principales que subalternes, suivent toutes la même direction en décrivant leurs Orbites, xxij

Elle demandroit 1°. que la proportion des pesanteurs fut différente de celle qui se tire de l'expérience, 260 : 296

2°. Que les nœuds & les apsides des Planetes principales fussent immobiles, 68 : 277 : 283



## TABLE DES MATIERES.

3°. Que les Planetes subalternes tournassent contre l'ordre des Signes,	78
4°. Que le tems de la révolution de la Lune autour de la Terre fut de plus d'un jour & demi plus court que le tems réel,	307
Ou qu'à notre latitude le Pendule fut accourci de plus de quatre lignes & demie,	304
5°. Que les tems des révolutions de Saturne & de Jupiter fussent beaucoup plus courts que ceux que donnent les observations,	292, & suiv.
6°. Que l'axe de Jupiter fut au diametre de son Equa- comme 6 à 7,	262 & 263
AURORES BOREALES. Conjectures sur ce qui peut les occasionner,	227

**C**

**ENTRE DE GRAVITE'. De quelque maniere que se meuvent & que se rencontrent deux ou plusieurs corps pris séparément des autres, leur centre commun de gravité ne changera point d'état ; ou il restera toujours en repos, ou s'il se meut ce sera toujours uniformément, & suivant la même direction,**

**COMETES. Leur Origine,**

Elles décrivent pour la plupart des Ellipses extrêmement étroites ; & de la maniere qu'elles se forment, rien ne les oblige de suivre une route commune, les unes peuvent se mouvoir d'Occident en Orient, d'autres d'Orient en Occident, d'autres du Septentrion au Midi, d'autres enfin du Midi au Septentrion,

Souvent elles sont mal terminées ; quelquefois même changent-elles de forme ; c'est qu'on ne voit que les atmospheres fuligineuses qui les enveloppent,

Leurs Queuës sont dirigées par l'action des rayons du Soleil,



# TABLE DES MATIERES.

## E

**E**CLIPTIQUE. Il faut qu'elle change sensiblement d'obliquité, 274. 275,

**E**QUINOXES. La cause de leur précession, 268, & *suiv.*

**E**THER. Comme dans la nature rien n'est ni grand ni petit que par comparaison, & que la même loy qui règle la distribution des mouvemens dans les espaces finis, doit aussi la régler dans ceux que leur petitesse nous dérobe, il semble qu'on ne puisse remplir l'Univers de grands tourbillons entassez les uns sur les autres, sans supposer que l'Ether n'est lui-même qu'un assemblage de petits tourbillons composez d'une infinité d'autres plus petits, qui eux-mêmes en renferment de plus petits encore, & ainsi à l'infini, 157

On peut supposer que le fluide qui coule entre les pores de la matiere Etherée, est lui-même composé de petits tourbillons qui sont à ceux de l'Ether ce que ceux de l'Ether sont aux grands tourbillons, 153,

## F

**F**LUIDE. Il faut distinguer dans un Fluide les parties propres qui le composent, & les particules qui occupent les interstices que ces parties laissent entre-elles, & l'on doit concevoir que la totalité de ces particules intermediaires, qu'on suppose plus déliées que celles qu'elles séparent, forme un nouveau Fluide que pénètre pareillement un Fluide plus délié, pénétré lui-même par une matiere encore plus Fluide, & ainsi à l'infini; en sorte que tout Fluide en renferme toujours une infinité d'autres, qui lui sont hétérogenes, 102

M. Newton se trompe lorsqu'il croit démontrer qu'en supposant que tout soit plein, il ne peut y avoir aucun Fluide, où un corps en mouvement ne doive



## TABLE DES MATIERES.

perdre une partie sensible de sa vitesse dans un tems fini, quelque petite que puisse être la durée de ce tems. Qu'on analise le raisonnement de ce Géometre, on trouvera qu'il n'est appuyé que sur une supposition illégitime, 124, & suiv.

Il est démontré qu'un corps mû dans un milieu infiniment Fluide, peut n'employer qu'une infinitième partie de sa force à pousser en avant les particules qu'il trouve en son chemin, qu'à proprement parler, il ne fait que les déranger pour s'ouvrir un passage, & que les mouvemens lateraux qu'il occasionne, ne prennent rien sur son mouvement direct, 104, & suiv.

Que le Fluide fût infiniment élastique & infiniment comprimé, la résistance qu'il feroit au mobile, deviendrait absolument nulle, 119

Ce n'est que dans l'hypothèse du plein qu'on peut supposer des Fluides non-résistans, 120

Tout mouvement fini peut produire une vitesse infinie dans un milieu parfaitement Fluide, 106

Dans les Fluides grossiers les résistances & les poids ont souvent des rapports sensibles, 132

FLUX. Causes physiques du Flux & du Reflux de la Mer, 329, & suiv.

### I

JUPITER. Il faut qu'il emploie plus de tems à faire sa révolution que n'en demanderoit la loy de Kepler, 289, & suiv.

Le diamètre de son équateur doit être à l'axe de sa révolution, comme 15 à 14, conformément à ce que donnent les observations, 262

Ce qui fait que les mouvemens de cette Planete s'alterent lorsqu'elle se trouve dans le rayon vecteur de Saturne, 308

### L

LUMIERE. Calcul qui justifie qu'en supposant que la Lumiere soit produite par le mouvement local des



## TABLE DES MATIERES.

particules de feu que lance le Soleil, & que les pertes que lui cause cette émission, soient réparées par les Cometes que lui envoient les Newtoniens, il faut qu'en trois heures 43 minutes il consomme en nourriture une Comete d'un volume au moins égal à celui de la Terre, 172 & 173

LUMIERE ZODIACALE. Quelle est son origine, 225 & 226.

LUNE. Il faut que son mouvement s'accelere des quadratures aux Sifigies, & qu'il se ralentisse des Sifigies aux quadratures, 318 & 319  
Il faut encore que ses apsides avancent suivant l'ordre des Signes, 324 & *suiv.*  
Que ses noeuds rétrogradent, 321 & *suiv.*  
Que l'inclinaison de son orbite soit variable, 323  
Que cette orbite change incessamment d'excentricité, 319 & 320  
Que le tems de la révolution périodique de la Planete soit un peu plus long quand la Terre s'approche de son perihelie, que quand elle s'en éloigne, 323  
Et que les irrégularités de ses mouvemens soient à peu près en raison inverse des quarrés des distances de la Terre au Soleil, 329  
Ce qui fait que la Lune est obligée de se présenter toujours à nous du même côté; mais en balançant d'Orient en Occident, & d'Occident en Orient, 310 & *suiv.*

## M

MAREES. On rend raison de leurs varietés, 330 & *suiv.*

MECHANISME. Dans le Méchanisme de la Nature, les causes apparentes doivent paroître produire des effets semblables à ceux que produiroient les causes qu'on dit réelles, 49

MOUVEMENT. Si l'espace & la matiere sont une même chose, tout mouvement est essentiellement relatif



## TABLE DES MATIERES.

& réciproque,	10 & suiv.
La masse totale de la matiere n'est ni en repos ni en mouvement,	14 & 15
Ceux qui croient démontrer les loix du Mouvement en posant pour principe que dans le choc des corps, toute action est toujours accompagnée d'une réaction qui lui est égale, supposent ce qu'il s'agit de démontrer,	39 & 40
Les loix, suivant lesquelles le Mouvement se communique, ne sont point d'une institution arbitraire,	48 & 49
Un mouvement fini peut en se décomposant, produire un Mouvement infini,	62 & 63

### N

<b>N</b> ŒUDS. Ce qui fait que les Nœuds des Planètes principales avancent suivant l'ordre des Signes,	275 & suiv.
--	-------------

### P

<b>P</b> ENDULE. Suivant les principes de M. Newton, le Pendule pris à notre latitude, devrait être accourci de plus de quatre lignes & demie,	314
Le même principe qui détermine la proportion des différens diamètres de la Terre, doit aussi déterminer les différentes longueurs du Pendule,	258

<b>P</b> ESANTEUR. Son principe,	168 & suiv.
La Pesanteur absolue est toujours en raison inverse des quarrés des distances au centre vers lequel elle est dirigée,	174
Si l'attraction avoit lieu dans la nature, il faudroit que les augmentations des Pesanteurs réduites, prises depuis l'Equateur jusqu'aux Poles, fussent à peu près comme les quarrés des sinus des Latitudes,	258

<b>P</b> LANETES. De ce que les Planetes décrivent autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems employez à les décrire, il suit qu'elles se meuvent comme si elles étoient dans le vuide; mais que le Soleil les	
--	--



## TABLE DES MATIERES.

rappellât continuellement à lui ,	68, & suiv.
De ce qu'elles décrivent des Ellipses qui ont le Soleil pour foyer commun , & que les tems de leurs révolutions sont à peu près comme les racines des cubes de leurs distances moyennes , il suit qu'elles pesent par-tout en raison inverse des quarrés de leurs Rayons vecteurs ,	73, & suiv.
Les Cartésiens ont tort d'abandonner les Planetes aux impressions du mouvement translatif de la matiere Etherée ,	145
Ce qui fait que les Planetes affectent de garder leur Parallelisme ,	178
Elles sont presque toujours assujetties à tourner sur elles-mêmes dans le sens que tournent les couches spheriques des Tourbillons particuliers , auxquels elles servent de masse centrale ,	230
Mais leurs circulations doivent être plus lentes que celles que demanderoit la loy de Kepler ,	230 & 231
De quelle maniere on conçoit qu'elles auroient pû se former ,	229, & suiv.
Une Planete qui tourne sur elle-même , doit prendre la forme d'un Spheroïde applati vers ses Poles ,	248, & suiv.
Si la figure des Planetes dépend du principe de l'impulsion , il faut que dans chaque Méridien la différence du grand axe au petit axe , soit au petit axe , comme la force centrifuge sur l'Equateur , à deux fois la pesanteur absolüe ,	249 & 250
Si la figure des Planetes dépend du principe de l'attraction , il faut que dans chaque Méridien la différence des deux axes soit au petit axe comme cinq cens cinq fois la force centrifuge sur l'Equateur , à quatre cent fois la pesanteur absolüe ,	256 & 257
Suivant M. Newton on peut comparer les masses des Planettes que d'autres accompagnent ,	95 & 293
On peut aussi déterminer leurs densités respectives ,	98
<b>P O I D S.</b> Il est très-possible que le Poids d'un corps ne soit pas toujours exactement proportionnel à sa masse ,	161
<b>P O R E S.</b> La Porosité des corps sensibles est indéfinie ,	167 & 168



# TABLE DES MATIERES

## R

**R**ESSORT. Les petits tourbillons de la matiere Etherée  
sont autant de Ressorts parfaits, leur élasticité naît de  
leurs forces centrifuges, 154  
Explication de la nature du Ressort, & de la maniere  
dont il se met en action, 154, & suiv.

## S

**S**ATELLITE. Suivant le principe de l'attraction le tems de  
la révolution d'un Satellite autour de la Planete  
vers laquelle il se rabat sans cesse, est au tems qu'il  
devroit employer à parcourir son Orbite (la loy de  
Kepler supposée) comme la racine de sa distance au  
centre commun de gravité des deux masses, à la ra-  
cine de sa distance au centre de la Planete princi-  
pale, 96 & 97  
Si l'attraction a lieu dans la nature, la tendance d'une  
Planete subalterne vers la Planete principale qu'em-  
brasse son Orbite, augmente dans le tems des qua-  
dratures, & diminué du double de son augmentation  
dans le tems des Sygies, 97 & 98

**S**ATURNE. Il faut qu'il employe beaucoup plus de tems à  
faire sa révolution que n'en demanderoit la loy de  
Kepler, 289, & suiv.

**S**OLEIL. Sa figure dépendante du principe de l'impulsion, 261  
Sa figure dépendante du principe de l'attrac-  
tion, 261 & 262  
Ce que le Soleil a de chaleur & de lumiere, est propor-  
tionnel à la racine du diametre de son Tourbil-  
lon, 235

## T

**T**ERRE. De ce que la Terre présente partout perpendicu-  
lairement sa surface aux directions des pesanteurs ré-  
duites, il suit que la courbe que forme chacun de  
ses Méridiens est telle, que les différences des or-



## TABLE DES MATIERES.

données à l'axe, est à celle des rayons, comme les	
pesanteurs absolues aux forces centrifuges,	245
Que la Terre devint entierement fluide, elle ne chan-	
geroit pas pour cela de figure, ce que suppose la per-	
pendicularité des chutes, n'est point différent de ce	
que demande la loy de l'Equilibre,	246, & suiv.
La figure de la Terre dépendante du principe de l'im-	
pulsion,	251, & suiv.
Sa figure dépendante du principe de l'attrac-	
tion,	256, & suiv.

**TOURBILLONS.** Les masses centrales des grands Tourbillons  
doivent être autant de volcans enflammés, 231, & suiv.

Un Tourbillon Spherique étant également resserré de  
toutes parts, rien n'empêche qu'on ne se le repré-  
sente comme renfermé dans une Sphere creuse qui  
le comprime, ou qui s'oppose à sa dilatation, 137

Ainsi parce que toute impression de mouvemens que  
reçoit un corps, est toujours dirigée perpendiculai-  
rement à la surface par l'entremise de laquelle il est  
poussé, il suit évidemment que les couches spheri-  
ques d'un Tourbillon arrondi, ne peuvent jamais  
avoir d'action les unes sur les autres, que suivant la  
direction des rayons qui partent de leur centre com-  
mun, 139

Un corps qu'on feroit mouvoir seul au-dedans d'une  
Sphere creuse, décriroit toujours un grand cercle ;  
donc si les différentes particules d'une couche spheri-  
que qu'une autre enveloppe, continuent de se  
mouvoir sur la circonference des Paralleles qu'elles  
commencent à décrire, c'est que la matiere inter-  
posée entre ces Paralleles & l'Equateur du Tour-  
billon s'oppose à leur passage, 138

Comme à chaque point de tout Parallele la Tangente  
qu'affecte de décrire un corpuscule, sert pareille-  
ment de Tangente au grand cercle qui touche le  
Parallele au même point, on fait voir que la force  
centrifuge du corpuscule doit toujours être prise re-  
lativement au centre commun des couches spheri-  
ques vers lequel les réactions sont dirigées, 138



## TABLE DES MATIERES.

**La** loy de l'Equilibre demande que les particules qui forment une même couche spherique, ayent dans toute son étendue & des vitesses & des forces centrifuges égales, 140 & 141

**La** même loy demande encore que dans les différentes couches spheriques d'un même Tourbillon, les vitesses soient en raison renversée des racines des distances au centre commun de ces couches, & que les forces centrifuges suivent la proportion inverse des quarrés de ces distances, 142 & 143

**Dans** un Tourbillon les quarrés des tems des révolutions de deux points quelconques de la masse du fluide sont entre eux comme les quarrés des Rayons des cercles décrits, multipliés par les Rayons, qui partant du centre de la Sphere vont aboutir à chacun de ces points, 144

**Dans** l'Equateur & dans les Zones qui ont les mêmes Latitudes, les quarrés des tems des révolutions sont comme les cubes des distances, 144 & 145

**Un** Tourbillon qui se forme au milieu d'un fluide étranger, s'y conserve de même que s'il étoit enveloppé d'une couche impénétrable, 150

**Les** Tourbillons qui se touchent, agissent les uns sur les autres par leurs forces centrifuges, & les plus forts empiètent sur les plus foibles, jusqu'à ce qu'ils viennent à se toucher par des surfaces dont les vitesses soient égales, 159, & suiv.

**M.** Newton se trompe quand il croit démontrer par le calcul des frottemens que les Tourbillons Cartésiens supposés, les tems qu'employeroient les Planetes à faire leurs révolutions, feroient comme les quarrés de leurs distances au Soleil, 179, & suiv.

## V.

**V**UIDE. Le Vuide est la matiere même dépouillée de toute qualité sensible, 7

*Fin de la Table des Matieres.*



On trouve chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT les Livres  
qui suivent.

**A**rchitecture de Palladio, où l'on traite des cinq Ordres, des Temples, des Bâtimens publics, des Escaliers, des Ponts, des grands Chemins & des autres Edifices des Anciens, traduit par Jean Leoni, avec les belles figures de Bernard Picart, nouvelle Edition, *in-folio*, en deux vol. grand papier, à la Haye 1726.

Architecture de Scamozzy, contenant les regles des cinq Ordres, avec la description de plusieurs Maisons publiques & particulieres, suivant la maniere des Anciens; le tout enrichi de plusieurs beaux Edifices de Rome, *in-folio*, la Haye.

Maniere de dessiner les cinq Ordres & les parties qui en dépendent, d'après l'antique, par Ab. Bosse, *in-folio*, en plus de cent Planches.

L'Art de bien bâtir, par M. le Muet, Architecte du Roy, *in-folio*, en cent Planches.

Les Oeuvres d'Architecture d'Antoine le Pautre, Architecte du Roy, contenant la description de plusieurs Châteaux, Eglises, Portes de Ville, Fontaines, &c. de la composition de l'Auteur, *in-folio*, avec soixante Planches.

Traité de Perspective pratique avec des remarques sur l'Architecture en général, par M. Courtonne, Architecte du Roy, *in-folio*, avec quantité de Planches.

Architecture Moderne, ou l'Art de bien bâtir pour toutes sortes de personnes, *in-quarto*, deux volumes, grand papier, avec cent cinquante Planches qui représentent les Plans & Elevations de 60 distributions differentes.

De la Décoration extérieure & intérieure des Edifices modernes, & de la distribution des Maisons de Plaisance, Ouvrage dans lequel on trouvera un détail exact de tout ce qui a rapport à la distribution des Parcs & Jardins de propriété; au Jardinage; à la Sculpture, à la Serurerie, à la Menuiserie, & à la Décoration des Appartemens de parade: par Jacques-François Blondel. Enrichi de Vignettes, Lettres grises, Fleurons & Culs de Lampe, executés par les plus habiles Graveurs; & de 155 Planches dessinées & gravées dans la dernière perfection, deux vol. *in-quarto*, grand papier.

Traité de Stereotomie, ou la Théorie & la Pratique de la coupe des pierres & des bois, par M. Frezier, Ingenieur en chef à Landau, *in-quarto*, en trois vol. avec quantité de figures, Strasbourg 1738.

Nouveau Cours de Mathématiques appliqué à l'usage de la guerre, par M. de Belidor, Commissaire Provincial d'Artillerie, & Professeur Royal de Mathématique à l'Ecole de la Fère, *in-quarto*, 1725. avec 34. Planches qui sortent.

*Idem.* La Science des Ingenieurs dans la conduite des travaux de Fortification, & d'Architecture civile, *in-quarto*, grand papier, avec 53. Planches.

*Idem, suite.* Architecture Hydraulique, ou l'Art de conduire, d'élever &



- de ménager les Eaux pour tous les besoins de la vie. *Premiere partie*, qui contient le détail des Pompes, soupapes, Pistons, Rouës à eaux, Chapelets, & généralement de toutes les machines qui servent à élever l'eau, soit par le moyen d'une chute ou d'un courant, soit par celui du vent ou du feu, soit enfin par le moyen des hommes ou des animaux, *in-quarto*, grand papier, en deux vol. avec 100. Planches.
- Chryst-Wolff's Matheseos universæ Elementa*, *in-4°*. en 4. vol. *Geneva*.
- Cours de Mathématique, qui comprend les parties de cette Science les plus utiles à un homme de Guerre, par M. Ozanam, de l'Académie des Sciences, en 5. vol. *in-octav.* avec plus de 200. Planches.
- Idem.* Récréations Mathématiques & Physiques où l'on trouve plusieurs Problèmes curieux d'Arithmetique, de Géometrie, d'Optique, de Mécanique, de Gnomonique, de Cosmographie & de Physique, avec un Traité des Horloges élémentaires, des Lampes perpetuelles & des Phosphores, & la description des tours de Gibeciere, dernière édition en quatre vol. *in-8°*. avec plus de 100 Planches.
- Recueil des Pieces, qui ont remporté le Prix de l'Académie Royale des Sciences, depuis leur fondation en 1720. jusqu'en 1732. en 2. vol. *in-quarto*, avec quantité de Planches.
- La nouvelle Mécanique ou Statique, par M. Varignon de l'Académie Royale des Sciences, en 2. vol. *in-quarto*, enrichis de 65 Planches.
- L'Arithmétique des Géometres, contenant l'Arithmétique, l'Algebre, l'Analyse, les progressions, &c. & généralement tout ce que l'on renferme sous le nom d'*Elemens de Mathématiques*, par M. l'Abbé Deidier, *in-quarto*.
- La Science des Géometres, ou la Théorie & la Pratique de la Géometrie, qui renferme les Elemens d'Euclide, la Trigonometrie, la Longimétrie, le Nivellement, la Planimetrie, la Géodesie, les Sections Coniques, la Stereometrie, & généralement tout ce qui concerne les propriétés des lignes, des surfaces & des solides, soit rectiligne, soit curviligne, par M. l'Abbé Deidier, *in-quarto*, enrichi de 47. Planches.
- Principes généraux de la Nature, appliqués au Mécanisme Astronomique, & comparés aux Principes de la Philosophie de M. Newton. Par M. de Gamaches, Chanoine Regulier de Sainte-Croix de la Bretonnerie, & membre de l'Académie Royale des Sciences, *in-quarto*, enrichi de très-belles Vignettes & Culs de Lampe.
- Le Parfait Ingénieur François, ou la Fortification réguliere & irréguliere, suivant les trois Systèmes de M. de Vauban, & ceux de Messieurs Coëhorn, Pagan, de Ville, &c. avec l'attaque & défense des Places *in-quarto*, avec plus de 40. Planches, par M. l'Abbé Deidier, Paris, 1736.
- Essay sur l'application des Forces centrales aux effets de la poudre à canon, par M. Bigot de Morogues, *in-octavo*, 1737.
- Nouveaux Elemens de Fortification, par M. le Blond, Maître de Mathématique des Pages du Roy, *in-douze*, avec figure.
- On trouve chez le même Libraire toutes sortes de Livres d'Architecteure, de Mathématique, de Géometrie, de Fortification, & autres.



---

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 9. Mars 1740.

MESSEIERS Cassini, le Monnier & moi, qui avions été nommés pour examiner un Ouvrage de M. de Gamaches, Chanoine Regulier de Sainte Croix de la Bretonnerie, intitulé : *Principes généraux de la Nature appliquez au Méchanisme Astronomique, & comparez aux Principes de la Philosophie de M. Newton*, en ayant fait notre rapport; la Compagnie a jugé que cet Ouvrage étoit digne d'être imprimé. En foy de quoi j'ai signé le present Certificat. A Paris ce 10. Mars 1740.

FONTENELLE, Secret. perp. de l'Ac. Roy. des Sc.

---

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlemens, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Senechaux, leurs Lieutenans Civils & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra, SALUT : Notre bien amé CHARLES-ANTOINE JOMBERT Libraire à Paris, & Libraire ordinaire de notre Artillerie, Nous ayant fait remontrer qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public les *Oeuvres de Géométrie de Le Clerc, Principes généraux de la Nature*, s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege sur ce nécessaires; offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caracteres, suivant la feuille imprimée & attachée pour modele sous le contrescel des presentes. A ces causes voulant traiter favorablement ledit Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces presentes, de faire imprimer ledit Ouvrage, ci-dessus spécifié, en un ou plusieurs Volumes, conjointement ou separément, & autant de fois que bon lui semblera, & de le vendre, faire vendre & débiter partout notre Royaume pendant le tems de six années consécutives, à compter du jour de la date des presentes : Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'Impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage ci-dessus exposé, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns Extraits sous quelque prétexte que ce soit d'augmentation, correction, changement de titre, même de traduction en Langue Latine, Françoisse ou autrement, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres



d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Exposant, & de tous dépens, dommages & intérêts; à la charge que ces presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris dans trois mois de la date d'icelles; que l'Impression dudit Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs; & que l'Impétrant se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril mil sept cent vingt-cinq; & qu'avant que de l'exposer en vente, les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression dudit Ouvrage, seront remis dans le même état où les Approbations y auront été données, es mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur Dagueffeau, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Dagueffeau, Commandeur de nos Ordres; le tout à peine de nullité des presentes; du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir l'Exposant, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons qu'à la copie desdites presentes, qui sera imprimée tout au long, au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenuë pour dûëment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & féaux Conseillers Secrétaires, soy soit ajoutée comme à l'original: Commandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles, tous Actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte normande, & Lettres à ce contraire; CAR tel est notre plaisir. Donné à Versailles le dix-neuvième jour du mois de Décembre, l'an de grace mil sept cens trente-huit, & de notre Regne le vingt-quatrième. Par le Roy en son Conseil.

SAINSON.

*Registré sur le Registre dix de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 153. fol. 139. conformément aux anciens Réglemens, confirmés par celui du 28. Fevrier 1723. A Paris le 2. Janvier 1739. LANGLOIS, Syndic,*











297/191



UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600710378

227997546







297

ASTRON  
PHYSIQ

191